MA750 - Prova 1

Nome: João Vitor Zeviani   RA: 199947

26/09/2018

Conteúdo

Começamos nossa prova, gostaria de lembrar que:

i) tem que ficar tranquilos, respira fundo e pense que você sabe resolver esta prova

ii) é extremamente proibido copiar de um companheiro. Pessoas que foram descobertas intercambiar informação, com qualquer meio, vão ter nota zero. Não podemos queixar-nos de um mundo desonesto se não damos o exemplo.

1 O produto tensorial

Podemos encontrar mais detalhes em [1]. Sejam U e W espaços vetorias de dimensão n sobre um corpo $\mathbb{K}$

Definição 1.1. Diremos que um espaço vetorial denotado por $V \otimes W$, junto com uma aplicação bilinear

$$\begin{array}{rccc} \alpha: & V \times W & \longrightarrow & V \otimes W \\ & (v, w) & \mapsto & v \otimes w \end{array}$$

é o produto tensorial de V e W se, ao considerarmos um outro espaço vetorial U sobre o mesmo corpo $\mathbb{K}$ e β também uma aplicação bilinear:

$$\begin{array}{rccc} \alpha: & V \times W & \longrightarrow & V \otimes W \\ & (v, w) & \mapsto & \beta(v, w) \end{array} \tag{1}$$

afirmamos que existe uma, e somente uma, transformação *linear*

$$\mathcal{L} : V \otimes W \to U$$

tal que $\beta(u, w) = \mathcal{L}(u \otimes w)$, isto é, $\beta = \mathcal{L} \circ \alpha$:

$$\begin{tikzcd} & V \otimes W \arrow[dr, "\mathcal{L}"] & \\ V \times W \arrow[ur, "\alpha"] \arrow[rr, "\beta"'] & & U \end{tikzcd} \tag{2}$$

Ou seja, dizemos que a aplicação α é uma aplicação bilinear universal, pois qualquer outra é uma composição de α seguida por uma linear, vejam o diagrama (2). Esta é a propriedade universal do produto tensorial, também chamada *mapeamento universal* ou *universalidade* .
Mais geralmente, o produto tensorial de n espaços vetorias $V_1, \ldots, V_n$ é dado por um espaço vetorial que denotamos por

$$V_1 \otimes \ldots \otimes V_n,$$

junto com uma aplicação n-linear universal:

$$\alpha : V_1 \times \ldots \times V_n \longrightarrow V_1 \otimes \ldots \otimes V_n.$$

2 Concluímos

Ânimo! Já teminou a prova (ou quasi)

Todas as cartas de amor são
Ridículas.
Não seriam cartas de amor de não fossem
Ridículas.

Também escrevi em meu tempo cartas de amor,
Como as outras
Ridículas.

As cartas de amor, se há amor,
Têm de ser
Ridículas. [1]

Referências

[1] S. Lang *Linear Algebra* Springer, 2013.

[1] Fernando Pessoa, parte de ***Todas as Cartas de Amor são Ridículas***