Triangulação de sinais - Matemática Computacional

João Pedro Peres Bertoncelo - RA112650
João Gilberto Pelisson Casagrande - RA112684
Samuel Ferreira Amboni - RA100970

1. Introdução:

Estamos realizando o trabalho da matéria de matemática computacional, com o tema de triangulação de sinais, que consiste em, através de dados coletados de receptores, encontrar a posição de seu emissor e vice-versa

2. Desenvolvimento:

O método utilizado para a realização deste trabalho foi o Método dos Mínimos Quadrados, apresentado em sala de aula, que consiste no seguinte sistema matricial:

$$A = 2 \begin{vmatrix} x1 - x2 & y1 - y2 \\ x1 - x3 & y1 - y3 \\ x1 - x4 & y1 - y4 \\ x1 - x5 & y1 - y5 \end{vmatrix}_{4x2}$$

$$C = \begin{vmatrix} w21 \\ w31 \\ w41 \\ w51 \end{vmatrix}_{4x1}$$

$$X = \begin{vmatrix} X \\ Y \end{vmatrix}_{2x1}$$

A x X = C (Equação redundante para compensar o erro nos dados)

Portanto, manipulando, temos a seguinte equação final:

$X = ((A^T)xA)^{-1} x A^T x C$

Faremos o Cálculo das matrizes pela ferramenta “Geogebra” e também plotaremos os resultados no mesmo

Para calcularmos o erro, utilizaremos a formula:

$Ed = \sqrt{(Xp-X)^2 + (Yp-Y)^2}$

O cálculo da distância radial foi feito através da linguagem de programação Racket, segue o código:

```
#lang racket

(define (distancia-radial ro0 ro l)
  (expt 10 (/ (- ro0 ro) (* 10 l))))
```

Junto com os testes para os valores dados:

```
> (distancia-radial -26 -48.4 2.1)
11.659144011798316
> (distancia-radial -33.8 -50.6 1.8)
8.576958985908945
> (distancia-radial -29.8 -32.2 1.3)
1.5297321160913595
> (distancia-radial -31.2 -47.4 1.4)
14.359617019622142
> (distancia-radial -33.0 -46.3 1.5)
7.703120057972143
```

Os cálculos das matrizes geraram por exemplo os seguintes resultados para o primeiro caso:

$$A = \begin{pmatrix} 11.14 & 35.26 \\ 11.9 & 16.06 \\ -15.44 & 25.98 \\ -15.2 & 11.26 \end{pmatrix}$$

$$X = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 57.4 \\ -109.18 \\ 118.43 \\ -168.43 \end{pmatrix}$$

3. Gráficos:

Caso 1:

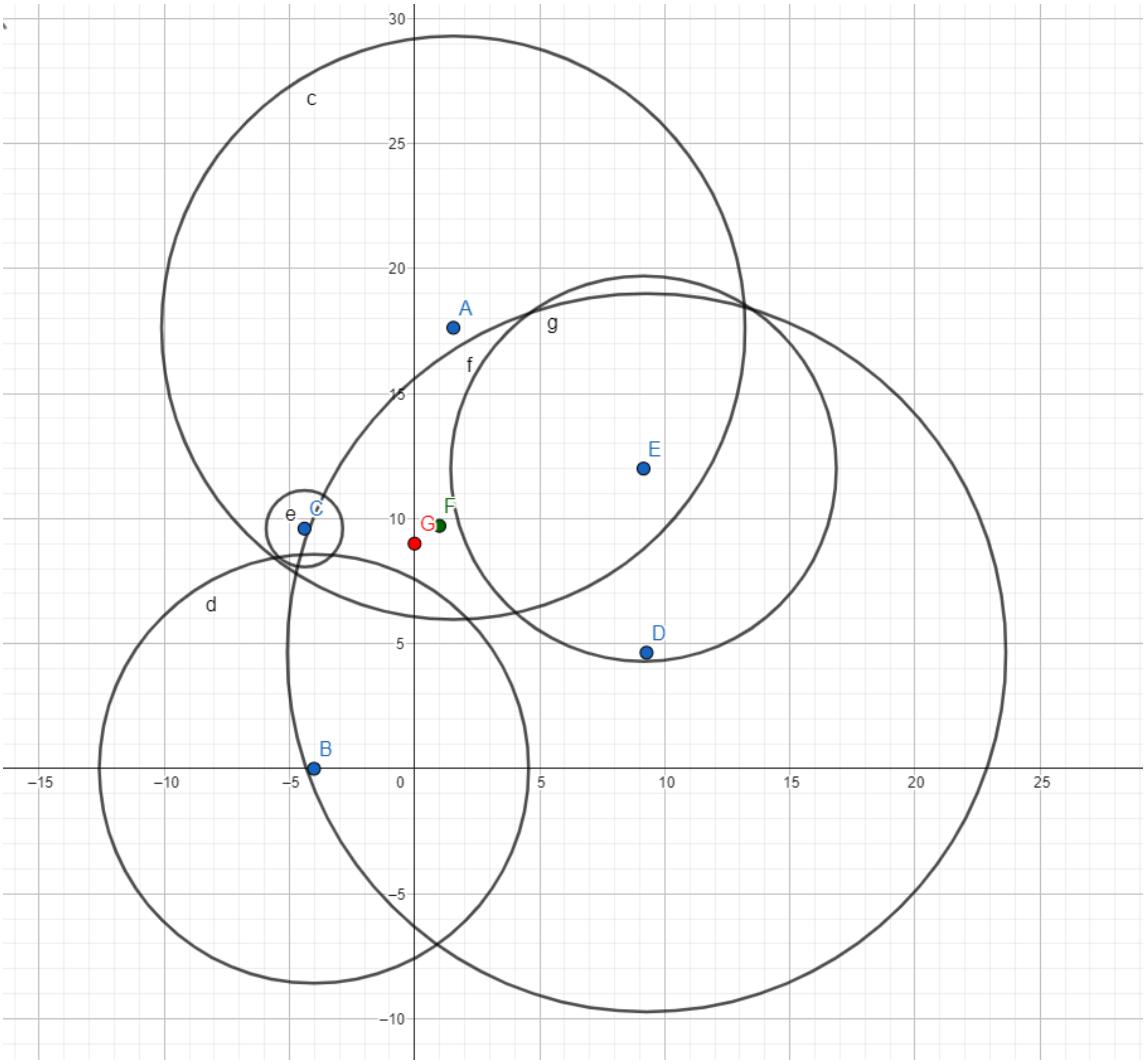
Aplicando os valores nas fórmulas explicadas acima, obtemos o seguinte resultado no geogebra:

receptor A: 1.55, 17.63, 1.35, raio: 11.659
receptor B: -4.02, 0.00, 1.35, raio: 8.577
receptor C: -4.40, 9.60, 1.35, raio: 1.530

receptor D: 9.27, 4.64, 1.35, raio: 14.360

receptor E: 9.15, 12.00, 1.35, raio: 7.703

Portanto, plotamos o seguinte gráfico, considerando G o ponto procurado e F o ponto que foi encontrado



Podemos ver que há muito pouca diferença entre o ponto encontrado e o ponto que procurávamos, e, fazendo o cálculo do erro com o symbolab, temos:

$x=\sqrt{(0-0.992)^2+(9-9.71)^2} \quad : \quad x=\sqrt{1.488164} \quad (\text{Decimal:} \quad x=1.21990\ldots)$

Passos

$$x=\sqrt{(0-0.992)^2+(9-9.71)^2}$$

$(0-0.992)^2=0.992^2$ *Mostrar passos*

$(9-9.71)^2=0.71^2$ *Mostrar passos*

$$x=\sqrt{0.992^2+0.71^2}$$

$0.992^2=0.984064$

$$x=\sqrt{0.984064+0.71^2}$$

$0.71^2=0.5041$

$$x=\sqrt{0.984064+0.5041}$$

Somar: $0.984064+0.5041=1.488164$

$$x=\sqrt{1.488164}$$

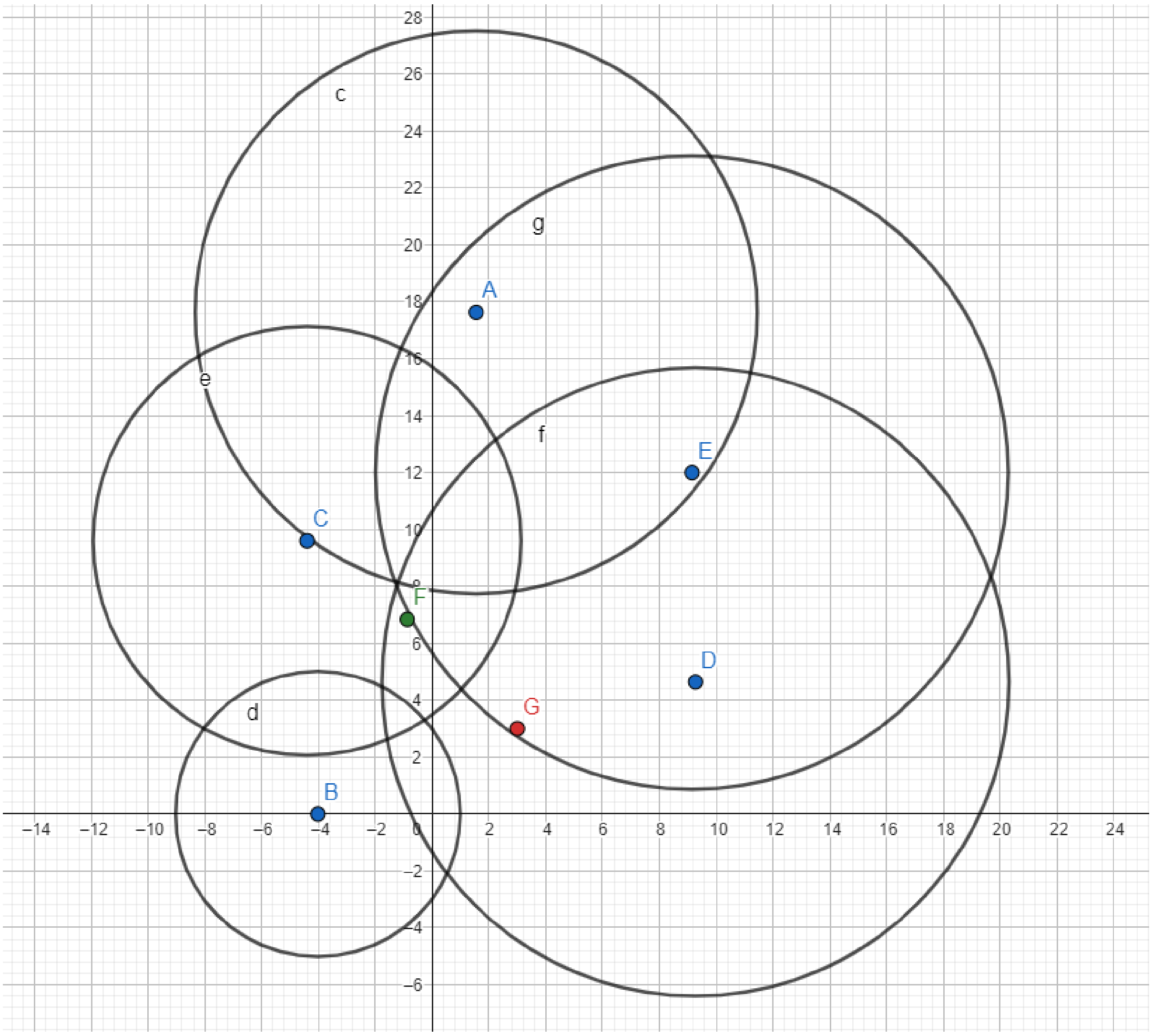
O que nos gera um erro de √1.488164

Caso 2:

Aplicando os valores nas fórmulas explicadas acima, obtemos o seguinte resultado no geogebra:

receptor A: 1.55, 17.63, 1.35, raio: 9.891
receptor B: -4.02, 0.00, 1.35, raio: 5.012
receptor C: -4.40, 9.60, 1.35, raio: 7.532
receptor D: 9.27, 4.64, 1.35, raio: 11.037
receptor E: 9.15, 12.00, 1.35, raio: 11.134

Portanto, plotamos o seguinte gráfico, considerando G o ponto procurado e F o ponto que foi encontrado



Podemos ver que há muita diferença entre o ponto encontrado e o ponto que procurávamos, e, fazendo o calculo do erro com o symbolab, temos:

$x=\sqrt{(3-(-0.87386104))^2+(3-6.84236916)^2} \quad : \quad x=\sqrt{29.77060...} \quad$ (Decimal: $x=5.4$

Passos

$x=\sqrt{(3-(-0.87386104))^2+(3-6.84236916)^2}$

Aplicar a regra $-(-a)=a$

$x=\sqrt{(3+0.87386104)^2+(3-6.84236916)^2}$

$(3+0.87386104)^2=3.87386104^2$ *Mostrar passos*

$(3-6.84236916)^2=3.84236916^2$ *Mostrar passos*

$x=\sqrt{3.87386104^2+3.84236916^2}$

$3.87386104^2=15.00679...$

$x=\sqrt{15.00679...+3.84236916^2}$

$3.84236916^2=14.76380...$

$x=\sqrt{15.00679...+14.76380...}$

Somar: $15.00679...+14.76380...=29.77060...$

$x=\sqrt{29.77060...}$

O que nos gera um erro de √29.77060…

4. Conclusão:

É possível concluir que o primeiro caso possui um erro nos dados, pela diferença de distância entre os raios e o ponto encontrado, já no segundo caso, podemos ver um erro no método, pois, apesar de também apresentar certos erros em seus dados, é visível a pouca diferença de distância entre os raios e o ponto encontrado, um indício de erro no modelo.