Matemática discreta II — João Pedro Peres Bertoncelo
Trabalho I — RA 112650

1) $\underline{26} \cdot \underline{26} \cdot \underline{26} \cdot \underline{10} \cdot \underline{10} \cdot \underline{10} \cdot \underline{10} =$ ~~[illegible]~~
$= 17.576.000$

2) $\underline{10} \cdot \underline{9} \cdot \underline{8} = 720$

3) $\underline{26} \cdot \underline{25} \cdot \underline{24} = 15.600$

4) $\underline{5} \cdot \underline{5} \cdot \underline{5} \cdot \underline{5} \cdot \underline{5} \cdot \underline{5} \cdot \underline{5} \cdot \underline{5} \cdot \underline{5} \cdot \underline{5} = 9.765.625$

6) $\underline{12} \cdot \underline{11} = 132$

10) $\underline{9} \cdot \underline{9} \cdot \underline{5} = 405$

13) O número total de substituições que podem ser feitas é

$7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 5040$

Porém, subtrairemos o número de substituições com duas pessoas (A, B) juntas, que será

$(2 \times 6) \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 1440$

$5040 - 1440 = \underline{3600}$

15) Teremos 6 casos diferentes, iremos ordenar cada matéria separadamente e então:

$(\underline{5} \cdot \underline{4} \cdot \underline{3} \cdot \underline{2} \cdot \underline{1} + \underline{2} \cdot \underline{2} \cdot \underline{1} + \underline{2} \cdot \underline{1}) \cdot 6 = 768$

17) Primeiro, com Brasil e portugal juntos:

$(2 \cdot 9) \cdot (8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) = 725.760$

subtrairemos pelo resultado com estados unidos e iraque juntos:

$(2 \cdot 7) \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 10.080$

portanto:

$725.760 - 10.080 = 715.680$

18. a) como a ordem não muda, podemos utilizar a forma de combinatória

$C_{8,3} \cdot C_{5,2} = 56 \cdot 20 = 1120$

b) no caso com o homem e a mulher juntos:

$(1 \cdot C_{7,2}) \cdot (1 \cdot C_{5,2}) = 21 \cdot 10 = 210$

$1120 - 210 = 910$ comissões.

19) $C_{2,1} \cdot C_{6,4} \cdot C_{7,4} \cdot C_{4,2}$

$\frac{2!}{1! \cdot 1!} \cdot \frac{6!}{4!\,2!} \cdot \frac{7!}{4!\,3!} \cdot \frac{4!}{2!\,2!}$

$2 \cdot (3 \cdot 5) \cdot (7 \cdot 5) \cdot (2 \cdot 3) = 6.300$

20) Temos dois times por partido, portanto:

$C_{x,2} = 780$

$\frac{x!}{2!(x-2)!} = 780$

$\frac{x \cdot (x-1) \cancel{(x-2)!}}{2! \cancel{(x-2)!}} = 780 \Rightarrow x \cdot (x-1) = 1560 \Rightarrow$

$\Rightarrow x^2 - x - 1560 = 0$ $\quad \Delta = -1^2 - 4 \cdot 1 \cdot -1560 = -6241$

$x = \frac{(-1) \pm \sqrt{6241}}{2}$ $\rightarrow x' = \frac{-1 + 79}{2} = \underline{39 \text{ times}}$

$x'' = \frac{-1-79}{2} = -40$ (negativo)

29. considerando as mulheres como um só bloco:

$$PC_7 = (7-1)! = 6! = 720 \text{ modos}$$

27) considerando cada casal como um bloco só:

$$PC_n = (n-1)!$$

30) $P_8^{(3)} = \frac{8!}{3!} = 8.7.6.5.4 = 6.720$ anagramas.

31) $P_{10}^{(4,2)} = \frac{10!}{4!2!} = \frac{10.9.8.7.6.5}{2} = 75.600$ anagramas

35) $P_7^{(3,2)} = \frac{7!}{3!2!} = 7.3.5.4 = 420$ números

37) Calcularemos como dois "os" sendo um bloco só, e depois subtraímos

$$P_{10}^{(3,2,2)} = \frac{10!}{3!.2!2!} = 5.9.4.7.6.5.4.\cancel{10}. = 151.400$$

(As juntas) $P_9^{(2,2,2)} = \frac{9!}{2!2!2!} = 9.4.7.3.5.4.3 = 45.360$

$$151.400 - 45.360 = 106.040$$

tilibra

39) $x+y+z+w=3$

$n=4$
$p=3$

$CR(4,3) = \frac{(4+3-1)!}{3!(4-1)!} = \frac{6.5.4.\cancel{3!}}{\cancel{3!}.6} = 20$ soluções inteiras não negativas

40) $x+y+z=10.$

$n=3$
$p=10$

$CR(3,10) = \frac{(3+10-1)!}{10!(3-1)!} = \frac{\cancel{12}^{6}.11}{\cancel{2}} = 66$ soluções positivas

48) Faremos os multiplos de 9, depois de 15 e subtrairemos pelos que são múltiplos de ambos.

9	15	mmc(9, 15) = 45 9 e 15
$a_1 = 108$	$a_1 = 105$	$a_1 = 135$
$a_n = 999$	$a_n = 990$	$a_n = 990$
$999 = 108 + (n-1).9$	$990 = 105 + (n-1)15$	$990 = 135 + (n-1).45$
$897 = 9n - 9$	$885 = 15n - 15$	$855 = 45n - 45$
$n = 100$	$n = 60$	$n = 20$

portanto, há $100+60-20=140$ multiplos de 9 e 15 entre 100 e 1000.

52) Aplicando a fórmula

$n = 6$

$n - p = 4$

$6 - p = 4$

$p = 2$ e $y = 2$

$T_{2+1} = C_{(6,2)} \cdot x^{6-2} \cdot 2^2$

$T_3 = 15x^4 \cdot 4$

$T_3 = 60x^4$ portanto, o coeficiente é 60

49) $n = 10$

$a = \frac{1}{x^3}$

x^2

$T(k+1) = \binom{10}{k} \cdot \left(\frac{1}{x^3}\right)^k \cdot (x^2)^{10-k}$

$T(k+1) = \binom{10}{k} \cdot \frac{1}{x^{3k}} \cdot x^{20-2k}$

51) $n = 4$

$a = \frac{-1}{x^2}$

x^2

$T_{k+1} = \binom{4}{k} \cdot \left(\frac{-1}{x^2}\right)^k \cdot (x^2)^{4-k}$

53) $n = 15$

$a = \frac{-1}{x^2}$

x

$T_{k+1} = \binom{15}{k} \cdot \frac{-1}{x^{2k}} \cdot x^{15-k}$