P2 Cálculo 1

João Pedro Torres Bertoncello
RA 112650

04. $f(x) = x^4 - 5x^3 + 9x^2$

$f'(x) = 4x^3 - 15x^2 + 18x$

$f''(x) = 12x^2 - 30x + 18$

Ponto crítico

$f'(x) = 0$

$4x^3 - 15x^2 + 18x = 0$

a raiz é $x = 0$, as demais serão complexas

$f'(1) = 4 - 15 + 18 = 7$ (positivo / crescente)

$f'(-1) = -4 - 15 - 18 = -37$ (negativo / decrescente)

portanto, para $\begin{cases} x > 0 & \text{crescente} \\ x < 0 & \text{decrescente} \end{cases}$

$f''(x) = 0$

$12x^2 - 30x + 18 = 0$

$\Delta = (-30)^2 - 4 \cdot 12 \cdot 18$
$= 36$

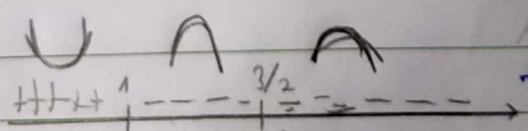
$x = \dfrac{30 \pm \sqrt{36}}{24}$

$x' = \dfrac{36}{24} = \dfrac{18}{12} = \dfrac{9}{6} = \dfrac{3}{2}$

$x'' = 1$

Concavidades:

para $\begin{cases} x < 1 & \cup \\ x > 1 & \cap \end{cases}$



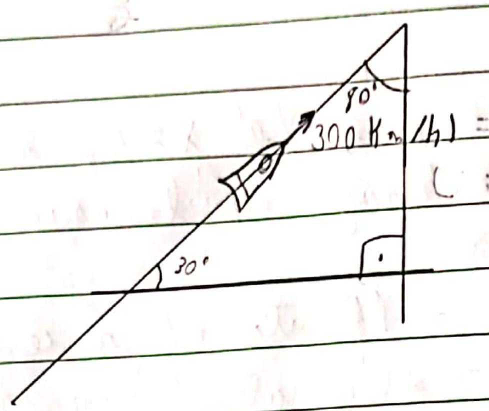
Possível ponto de inflexão

$y = 1^4 - 5 \cdot 1^3 + 9 \cdot 1^2 = 5$, portanto, o possível ponto de

....../....../......

inflexão é $P = (1,5)$.

1. Como o foguete sobe a 30° da horizontal, podemos dizer que temos que encontrar a derivada da altura em função do tempo, sendo que já temos esse resultado em relação à hipotenusa (300 km/h)



$$\operatorname{sen} 30° = \frac{CO}{Hip}$$

$$\frac{CO}{Hip} = \frac{1}{2}$$

$$Hip = 2 \cdot CO$$

(temos que o cateto oposto é metade da hipotenusa)

portanto, derivando, temos que:

$$\frac{d\,hip}{dt} = 2\frac{d\,co}{dt}$$

como a derivada da hipotenusa em relação ao tempo é 300 km/h, temos:

$$\frac{d\,co}{dt} = \frac{300}{2} = 150 \text{ km/h}$$

7. $\int \frac{1}{\sqrt{x}\, e^{2\sqrt{x}}}\, dx \overset{\sqrt{x}=u}{=} \int \frac{2\sqrt{u}}{\sqrt{u}\cdot e^{2u}}\, du$

$\frac{du}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{u}}$

$dx = 2\sqrt{u}\, du$

$= \int \frac{2}{e^{2u}}\, du =$

$= 2\int e^{-2u}\, du \overset{v=-2u}{=}$

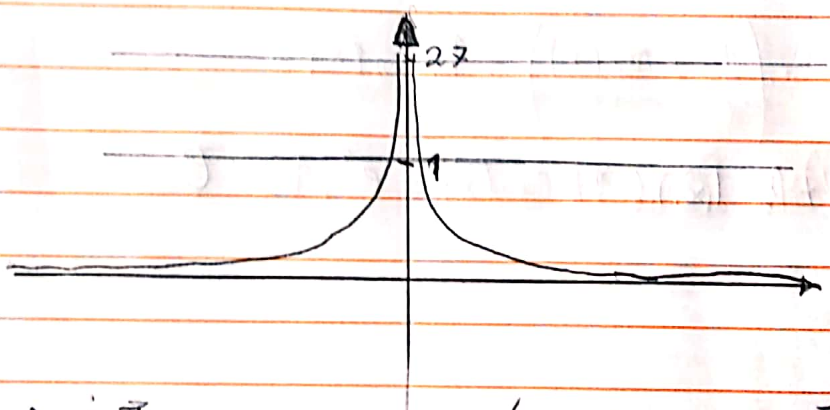
$\frac{dv}{du} = -2$

$du = \frac{dv}{-2}$

$= 2 \cdot \frac{-1}{2} \int e^{v}\, dv$

$= -e^{v} = \underline{\underline{-e^{-2\sqrt{x}} + C}}$

6.



se integrarmos o gráfico no respectivo intervalo dado, teremos a área do mesmo, portanto

$\int_1^{27} x^{-2/3}\, dx$

aplicamos a regra da potência

$\left(\int x^a\, dx = \frac{x^{a+1}}{a+1},\ a \neq 1\right)$

$= \left[\frac{x^{-2/3+1}}{-2/3+1}\right]_1^{27} =$

$= \left[3x^{1/3}\right]_1^{27}$

$3(\cancel{27})^{\cancel{1/3}\,3} - 3(\cancel{1})^{\cancel{1/3}\,1}$

$3 \cdot 3^1 - 3 = 6$

$3.\ \lim_{x \to 0} (1+\operatorname{sen} x)^{1/x} = e$

$\lim_{x \to 0} (1+\operatorname{sen} x)^{1/x} = \lim$

aplicando regra da exponenciai

$\lim_{x \to 0} \left(e^{\frac{1}{x} \ln(1+\operatorname{sen}(x))}\right)$

aplicando a regra da cadeia

$x \to 1+\operatorname{sen}(x) \to \frac{1}{x} \ln(1+\operatorname{sen}(x)) \to e^{1/x \ln(1+\operatorname{sen}(x))}$

$\lim_{x \to 0} e^{x \ln(1+\operatorname{sen}(x))} \cdot \left(\cancel{\frac{1}{x}} \cdot \frac{1}{x} \cdot (1+\operatorname{sen}(x)) \cdot 1 + \cos(x)\right) =$

$= \lim_{x \to 0} e^{1(1+\operatorname{sen} x)} \cdot \left(\frac{1}{} \cdot \frac{\operatorname{sen}(x)}{1}\right) \cdot 1 + \cos(x) =$

$= \lim_{x \to 0} e^{1(1+\operatorname{sen} x)} \cdot (1) (1+\operatorname{sen}(x)) \cdot (1) \cdot \cos(x) = e^1 \cdot 1 = e$