Matemática discreta

João Pedro Peres Bertoncelo
RA 172650

1. a) $A \cup (B \cap \bar{A})$ def. de distributiva

$(A \cup B) \cap (A \cup \bar{A})$ $[X \cup \bar{X} = \mathcal{U}]$

$(A \cup B) \cap \mathcal{U}$ $[X \cap \mathcal{U} = X]$

$A \cup B$

$S = 2$
$m = 6$
$t = 2$

b) $2 \in C$, $6 \in A$, $C \subseteq A \cup B$

Como $2 \in C$, sabemos que, como $C \subseteq A \cup B$, $2 \in A \cup B$

portanto, sabemos que $2 \in A$ ou $2 \in B$

então, chegamos ao resultado que $C \subseteq A$ ou $C \subseteq B$

2. Provaremos que a relação é:

Reflexiva: xRx

$x \cdot x \geq 2$

$x^2 \geq 2$

$x \geq \sqrt{2}$ e $x \leq -\sqrt{2}$

Como, quando x está entre $\sqrt{2}$ e $-\sqrt{2}$ ela é menor que $\sqrt{2}$, ela não é reflexiva

contra-exemplo: para $x = 0$

$0 R 0$

$0 \cdot 0 \geq 2$ F

$<$

Simétrica: $xRy \Rightarrow yRx$

$x \cdot y \geq 2 \Rightarrow y \cdot x \geq 2 \rightarrow 2x \cdot x \geq 2$

$y \geq 2x$ $x^2 \geq 1$

Como, x é maior ou igual a $\leftarrow$ $x \geq 1$

1, podemos tomar 1 como sendo menor valor para fazer o teste

$1 \cdot y \geq 2 \rightarrow y \geq 2$ $\rightarrow$ Como x e y se mantém maiores ou iguais a 2, eles representam uma relação que é simétrica, pois sempre que $x \geq 1$ e $y \geq 2$ ela será simétrica

Transitiva: xRy e $yRz \Rightarrow xRz$

se admitimos $x = 1$, $y = 2$ e $z = 1$, temos:

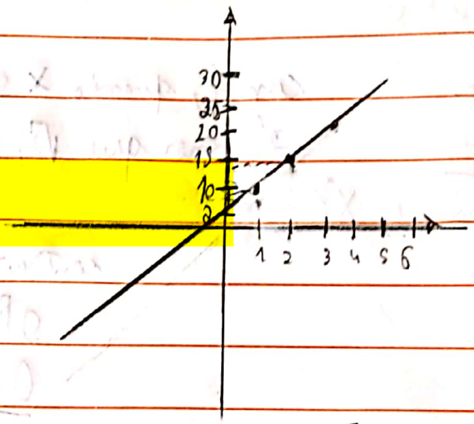
$x.y = 1.2 = 2 \geq 2$; portanto está correto
$y.z = 2.1 = 2 \geq 2$, está correto
$x.z = 1.1 = 1$, portanto, não é transitiva

Antissimétrica: se $xRy \Rightarrow yRx$, então $x = y$
para $x = 1$ e $y = 2$, temos:

$x.y = 1.2 = 2$
$y.x = 2.1 = 2$
Os resultados são maiores ou iguais a 2, porém os valores são diferentes, portanto não é antissimétrica

4. $g(x) = 6x + 2$

x	y
1	8
2	14
3	20



como, $\forall x \in \mathbb{Z} / g(x) = 6x + 2$ $\mathbb{Z} \to \mathbb{Z}$, existe apenas um $y \in \mathbb{Z}$, ela é sobrejetora e injetora, pois pela definição, uma função é afim e bijetora.

3-a) Não será uma relação de ordem total, pois se utilizarmos os numeros m e S do meu RA representando, temos:
$a = 2$, $B = 6$, $C = 6$, $D = 2$
$(2, 6) R (6, 2) \Leftrightarrow 2 \leq 6$ e $6 \leq 2$, portanto, é uma relação parcial apenas e não de ordem total

b) Como provado no exercício (a), quando usamos (2, 6) e (6, 2) ela não satisfaz a relação, ela não é uma relação de equivalência

c)

5. $g((x_1, x_2)) = ((2+1) \cdot (x_1)), ((6+2) \cdot x_2)$

Como a função é uma função afim, a função será bijetora, portanto, a função inversa será:

$$y_1, y_2 = ((2+1) \cdot x_1), ((8) \cdot x_2)$$

dividindo em funções:

$$\left.\begin{array}{ll} y_1 = 3 \cdot x_1 & \rightarrow \quad x_1 = y_1/3 \\ y_2 = 8x_2 & \rightarrow \quad x_2 = y_2/8 \end{array}\right\} \quad x_1, x_2 = \frac{y_1}{3} \cdot \frac{y_2}{8}$$

$$g^{-1}(x_1, x_2) = \frac{x_1}{3} \cdot \frac{x_2}{8}$$