Matemática discreta II

João Pedro Peres Bertoncelo
RA 112650

8. a) Devemos determinar que $R \in \mathbb{Z}$ tal que $0 \leq R < 3$ e $2^{1001} \cdot 7^{1000} \equiv R \pmod{3}$

Notemos que $2^2 \cdot 7^2 \equiv 1 \pmod{3}$, então $(2^2 \cdot 7^2)^{555} \equiv 1^{555} \pmod{3}$ $(2^{1000} \cdot 7^{1000}) \equiv 1 \pmod{7}$, portanto, $(2^{1000} \cdot 7^{1000}) \cdot 2 \equiv 1 \cdot 2 \pmod{3}$, ou seja, $(2^{1001} \cdot 7^{1000}) \equiv 2 \pmod{3}$

portanto, a conclusão é que $R = 2$

b) Devemos determinar que $R \in \mathbb{Z}$ tal que $0 \leq R < 5$ e $442 + 4^{120} \equiv R \pmod{5}$

Notemos que:

$$442 + 4^3 \equiv 1 \pmod{5}$$

temos que:

$$4^3 \equiv 1 \pmod{5} \Rightarrow (4^3)^{40} \equiv 1^{40} \pmod{5} \Rightarrow 4^{120} \equiv 1 \pmod{5}$$
$$442 \equiv 2 \pmod{5}$$

Portanto, se $4^{120} \equiv 1 \pmod{5}$ e $442 \equiv 2 \pmod{5}$, então, podemos afirmar que:

$$442 + 4^{120} \equiv 1 + 2 \pmod{5}$$
$$442 + 4^{120} \equiv 3 \pmod{5}$$

portanto, o resto $R = 3$