Prova matemática discreta

João Pedro Peres Bertoncelo
RA 112650

1. $\sim P \vee [(P \to P) \wedge (P \to Q)]$

$[\sim P \wedge (P \to P)] \vee [\sim P \wedge (P \to Q)]$ (DIST)

$[\sim P \wedge (\sim P \to P)] \vee [\sim P \wedge (\sim P \to \sim Q)]$ (CP)

$\sim P \vee \sim Q$ (MP)

$\sim (P \wedge Q)$ (DM)

2. a)
1 $\sim Q \vee \sim R$
2 $P \to R$
3 Q
4 $\sim P \to \sim R$ (CP, 2)
5 $\sim R$ (SD, 1, 3)
6 $\sim P$ (MT, 2, 5)

b)
1 $(R \to P) \to S$
2 $P \vee U$
3 $\sim (\sim R \vee P) \to S$ (DC, 1)
4 $\sim R \vee P$ (H)
5 S (MP, 3, 4)
6 $S \wedge (P \vee U)$ (2, 5)
7 $(S \wedge P) \vee (S \wedge U)$ (DIST, 6)
8 $\sim\sim (S \wedge P) \vee \sim\sim (S \wedge U)$ (DN, 7)
9 $\sim (\sim S \vee \sim P) \vee \sim (\sim S \vee \sim U)$ (DM, 8)
10 $\sim (S \to \sim P) \vee \sim (S \to \sim U)$ (DC, 9)
11 $\sim (S \to \sim P)$ H
12 $\sim S \to U$ (MP, 10, 11)

João Pedro Pes Pertonello
RA 112650

3. a) $x^2 - 8X + 7 = 0$

$A = 1$ $\quad \Delta = 64 - 28 = 36$

$B = -8$ $\quad x = \frac{8 \pm 6}{2}$ $\quad x_1 = 7$

$C = 7$ $\quad x_2 = 1$

* P(x) só terá valor verdade em suas raízes
* nas raízes de P(x):

$Q(x_1) = 37$ ✓
$Q(x_2) = 31$ ✓

Portanto, como quando P(x) é V, Q(x) é V, o valor lógico sempre será V em qualquer caso.

b) Para calcular o valor lógico podemos dar um contra-exemplo, pois quando $X = 11$, temos o seguinte:

$Q(11) = 30 + 11 = 41$ é V

$P(11) = 121 - 88 + 7 = 0$ é F

Portanto, como nesse caso Q(x) é V e P(x) é F, o valor lógico de $\forall x\, [P(x) \to Q(x)]$ não será verdadeiro em todos os casos, haverá exceções.

4. a) Um contra-exemplo que podemos dar é que quando $x = 4.3$, teremos que P será sempre verdadeira, porém Q nem sempre será verdadeiro, o que mostra que em alguns casos $P \to Q$ será falso.

b) $P = \forall y \nexists x / x > 2y$

João Pedro Pera Bertoncelo
RA112650

5. $0.1 + 1.2 + 2.3 + \dots + (n-1).n = \frac{(n-1).n(n+1)}{3}$

Base: $n=1$ $\quad \frac{(1-1).1.(1+1)}{3} = (1-1).1$

$$0 = 0$$

portanto, a igualdade vale para $n=1$

Hipótese de indução: $\frac{(k-1).k(k+1)}{3} = 0.1 + 1.2 + 2.3 + \dots + (k-1).k$

$$\underbrace{0.1 + 1.2 + 2.3 + \dots + k-1.(k)} + k.(k+1)$$

$$\frac{(k-1).k.(k+1)}{3} + k.(k+1)$$

$$= \frac{(k+1).k(k+1)}{3} + k.(k+1)$$

$$k.\left(\frac{(k-1).(k+1)}{3} + (k+1)\right)$$

$$k.\left((k+1).\left(\frac{(k-1)}{3} + \frac{3}{3}\right)\right)$$

$$\frac{k.(k+1).(k+2)}{3}$$

Portanto, pelo princípio da indução finita, a expressão é válida para todo natural $n \geq 1$.

João Pedro Peres Bertoncelo