

Matemática Discreta II

Tarefa VIII

João Pedro Gusberto
RA 112 650

2.a). Associatividade:

$$\overline{3} \odot (\overline{x} \odot \overline{y}) = (\overline{3} \odot \overline{x}) \odot \overline{y}$$

$$\overline{3} \odot (\overline{x \cdot y}) = (\overline{3 \cdot x}) \odot \overline{y}$$

$$\overline{3xy} = \overline{3x} \cdot \overline{y}$$

Portanto, é associativa.

• Elemento neutro:

$$\overline{3} \odot \overline{e} \odot \overline{x} = \overline{x} = \overline{x} \odot \overline{e} \odot \overline{3}$$

$$\overline{3 \cdot e \cdot x} = \overline{x} = \overline{x \cdot e \cdot 3} \Rightarrow \underline{\underline{e = 1/3}}$$

• Elemento simétrico:

$$\overline{x}, \overline{x}^{-1} \in \mathbb{Z}_7^*$$

$$\overline{3} \odot \overline{x} \odot \overline{x^{-1}} = 1 \Rightarrow \underline{\underline{x^{-1} = \frac{1}{3x}}}$$

• Comutatividade:

$$\overline{x}, \overline{y} \in \mathbb{Z}_7^*$$

$$\overline{3} \odot \overline{x} \odot \overline{y} = \overline{y} \odot \overline{x} \odot \overline{3}$$

$$\overline{3 \cdot x \cdot y} = \overline{y \cdot x \cdot 3}$$

$$\overline{3xy} = \overline{xy \cdot 3}$$

Portanto, (\mathbb{Z}_7^*, \odot) é um grupo abeliano