Geometria Analítica

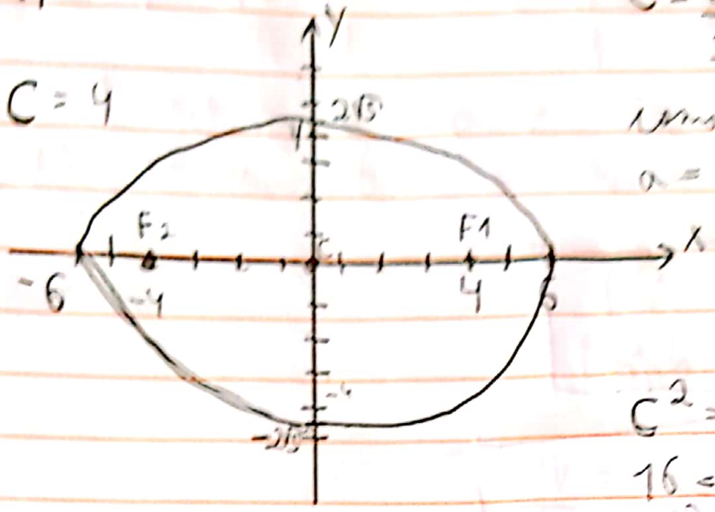
[illegible]
RA 112530

1)

$e = \frac{2}{3} = \frac{c}{a} = \frac{4}{6}$

$c = 4$

como $c = 4$, podemos afirmar que $a = 6$



$c^2 = a^2 + b^2$
$16 = 36 + b^2$
$b^2 = -20$
$b = \pm\sqrt{20} = \pm 2\sqrt{5}$

Como a elipse tem centro na origem, e seu diâmetro é paralelo ao eixo x, temos que a equação reduzida:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

portanto, a equação reduzida da elipse é:

$$\boxed{\frac{x^2}{36} + \frac{y^2}{20} = 1}$$

2) Escrevemos a equação com $z = \sqrt{3}$

$16x^2 + 96x - 25y^2 + 100y + 100 \cdot (\sqrt{3})^2 = 556$

$16x^2 + 96x + \boxed{} - 25y^2 + 100y + \boxed{} = 256$

$16(x^2 + 6 + \boxed{3^2}) - 25(y^2 - 4y + \boxed{2^2}) = 256 + 144 - 100$

$\div 2$ $\quad$ $\div 2$

$$\frac{16(x+3)^2}{400} - \frac{25(y-2)^2}{400} = \frac{400}{400} \Rightarrow \frac{(x+3)^2}{25} - \frac{(y+2)^2}{16} = 1$$

$$\boxed{\frac{(x+3)^2}{5^2} - \frac{(y-2)^2}{4^2} = 1} \rightarrow \text{Eq. reduzida da hipérbole}$$

$$\boxed{\begin{matrix} a = 5 \\ b = 4 \end{matrix}}$$

$$c^2 = a^2 + b^2$$

$$c^2 = 25 + 16$$

$$\boxed{c = \sqrt{41}}$$

centro $= (-3, 2)$ pois $-h = 3$ e $-k = -2$

$h = -3$ $\quad k = 2$

Vértices: por definição, nota-se que a hipérbole tem formato vertical, portanto os vértices são definidos através a e do x, temos:

$$\boxed{\begin{matrix} V_1 = (-8, 2) \\ V_2 = (2, 2) \end{matrix}}$$

excentricidade: $\boxed{e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{41}}{5}}$

3) Primeiramente, encontraremos o vértice da parábola, fazendo um sistema de equações com a equação reduzida da parábola horizontal:

$$X = -\frac{1}{4p} y^2 \Rightarrow X = -y^2$$

portanto,

$$(x - x_0) = -(y - y_0)^2$$

assim,

$$\begin{cases} (3 - x_0) = -(0 - y_0)^2 \\ (4 - x_0) = -(1 - y_0)^2 \end{cases} \Rightarrow (3 - x_0) = -(1)^2$$

$$-x_0 = -1 - 3$$

$$\begin{cases} (3 - x_0) = -y_0^2 \\ (4 - x_0) = -(1 - 2y_0 + y_0^2) \end{cases} - \qquad -x_0 = -4$$

$$-1 = -1 + 2y_0 \qquad x_0 = 4$$

$$y_0 = \frac{2}{2} = 1$$

portanto, chegamos à seguinte equação reduzida:

$$\boxed{(x-4) = -(y-1)^2}$$

4) Para $n=0$, temos:

$$27x^2 - 162x - 18y^2 - 144y = 45$$

$$27(x^2 - 6x + \boxed{3^2}) - 18(y^2 + 8y + \boxed{4^2}) = 45$$

$$27(x-3)^2 - 18(y+4)^2 = 45 + 243 - 72$$

$$\frac{27(x-3)^2}{216} - \frac{18(y+4)^2}{216} = \frac{216}{216}$$

$$\boxed{\frac{(x-3)^2}{8} - \frac{(y+4)^2}{12} = 1}$$

A cônica é uma hipérbole, portanto:

$a = 8$

$b = 12$

$a^2 = 64$

$b^2 = 144$

$c^2 = a^2 + b^2$

$c = \sqrt{64 + 144}$

$c = \sqrt{208}$

$c = 4\sqrt{13}$

208	2
104	2
52	2
26	2
13	13
1	

Excentricidade: $e = \frac{c}{a} = \frac{4\sqrt{13}}{8} = \frac{\sqrt{13}}{2}$

$$e = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

5. para $P(2, \sqrt{2}, 1)$

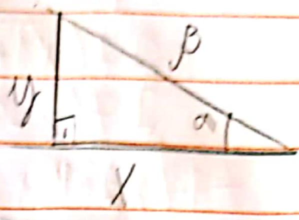
temos os seguintes coordenadas esféricas

$\rho = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$
$= \sqrt{4+2+1}$
$\rho = \sqrt{7}$

$P = (\rho, \alpha, \gamma)$
$P = (\sqrt{7}, 45°, 67°)$

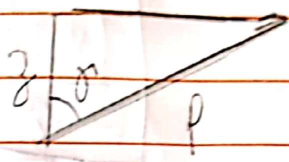
$\cos(\gamma) = \frac{CA}{Hip} = \frac{1}{\sqrt{7}}$

$\gamma = 67°$



$Tg(\alpha) = \frac{CO}{Hip} = \frac{Y}{X} = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\alpha = 45°$



e as seguintes coordenadas cilíndricas

$\beta^2 = x^2 + y^2$
$\beta = \sqrt{4+2}$
$\beta = \sqrt{6}$

$P(\beta, \alpha, z)$
$P(\sqrt{6}, 45°, 1)$

para $Q(-1, -1, 1)$

temos os seguintes coordenadas esféricas:

$\rho = \sqrt{x^2+y^2+z^2}$
$= \sqrt{1+1+1}$
$\rho = \sqrt{3}$

$\cos(\gamma) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $\quad \gamma = 57°$

$tg(\alpha) = Y/X = 1$ $\quad \alpha = 45°$

$Q(\sqrt{3}, 45°, 57°)$

e as seguintes coordenadas cilíndricas:

$\rho^2 = x^2 + y^2$

$\rho = \sqrt{1+1}$

$\rho = \sqrt{2}$

$Q(\sqrt{2}, 45^\circ, 1)$