Matemática Discreta II
Prova 1

João Pedro Teres Bertoncello
RA112650

1)

7920,	5292	$\boxed{2}$
3960,	2646	$\boxed{2}$
1980,	1323	$\boxed{3}$
660,	441	$\boxed{3}$
220,	147	3
220,	49	2
110,	49	7
110,	7	7
110,	1	2
55,	1	5
11,	1	11
1,	1	

portanto, temos que: $7920 = 2.2.3.3.2.2.5.11 =$

$= 7920 = 2^4 . 3^2 . 5 . 11$;

$5292 = 2.2.3.3.3.7.7 =$

$= 5292 = 2^2 . 3^3 . 7^2$;

Então, obtemos que:

$mdc(7920, 5292) = 2^2 . 3^2$

$MMC(7920, 5292) = 2^4 . 3^3 . 7^2 . 5 . 11$

SÃO DOMINGOS S.A.

2) a) efetuando o algoritmo de Euclides em $a = 234$ e $b = 198$, temos:

Q	1	5	2
234	198	36	18
R	36	18	0

$d = mdc(234, 198) = 18$

pelo algoritmo de Euclides, temos que:

$$\left.\begin{aligned} 234 &= 1.198 + 36 \\ 198 &= 5.36 + 18 \end{aligned}\right\} \begin{aligned} 234 - 1.198 &= 36 \\ 198 - 5.36 &= 18 \end{aligned}$$

substituindo:

$$198 - 5.(234 - 1.198) = 18$$
$$-\underline{5}.234 + \underline{6}.198 = 18$$

Portanto, $x_0 = -5$ e $y_0 = 6$

b) Como visto no exercício anterior, $mdc(234, 198) = 18$, e sabemos que para que $234x + 198y = 3600$ possui solução, 3600 tem obrigatoriamente que ser divisível por 18, o que é verdadeiro, portanto, possui solução.

Simplificaremos a equação dividindo os elementos pelo $mdc(234, 198)$, teremos:

$$13x + 11y = 200$$

por observação, podemos tirar:

$x_0 = 1$

$y_0 = 17$

Portanto, as soluções são descritas da seguinte forma:

$$X = 1 - 11.T$$
$$Y = 17 + 13.T$$

Para encontrar as soluções positivas, faremos a seguinte conta:

	X		Y	
	-10	X	30	
-11 ↑	1	✓	17	↑ +13
+11 ↓	12	✓	4	↓ -13
+11 ↓	23	X	-9	↓ -13

Portanto, as soluções positivas são:

$X = 1$ e $X = 12$
$Y = 17$ $\quad$ $Y = 4$

3) Devemos determinar $R \in \mathbb{Z}$ tal que $0 \leq R < 6$ e $49^{500} + 21 . 5^{200001} \equiv R \pmod 6$

É fácil ver que $49 = 6.8 + 1$. Portanto, $49 \equiv 1 \pmod 6$, então $49^{500} \equiv 1^{500} \pmod 6$, isto é, $49^{500} \equiv 1 \pmod 6$.

$21 = 6.3 + 3$. Portanto $21 \equiv 3 \pmod 6$

Sabemos que $5 \equiv -1 \pmod 6$, portanto, temos que:
$5^{200001} \equiv (-1)^{200001} \pmod 6$
$5^{200001} \equiv -1 \pmod 6$
Então,
$$49^{500} + 21 . 5^{200001} \equiv 1 + 3 . -1 \pmod 6$$
$$49^{500} + 21 . 5^{200001} \equiv 4 \pmod 6$$

SÃO DOMINGOS S.A.

Digitalizado com CamScanner

Portanto, $R = 4$