Prova matemática discreta

João Pedro Peres Bertoncelo
RA 112650

1. $\sim P \vee [(P \to P) \wedge (P \to Q)]$

$[\sim P \wedge (P \to P)] \vee [\sim P \wedge (P \to Q)]$ (DIST)

$[\sim P \wedge (\sim P \to P)] \vee [\sim P \wedge (\sim P \to \sim Q)]$ (CP)

$\sim P \vee \sim Q$ (MP)

$\sim (P \wedge Q)$ (DM)

2. a) 1 $\sim Q \vee \sim R$

2 $P \to R$

3 Q

4 $\sim P \to \sim R$ (CP, 2)

5 $\sim R$ (SD, 1, 3)

6 $\sim P$ (MT, 2, 5)

b) 1 $(R \to P) \to S$

2 $P \vee U$

3 $\sim (\sim R \vee P) \to S$ (DC, 1)

4 $\sim R \vee P$ (H)

5 S (MP, 3, 4)

6 $S \wedge (P \vee U)$ (2, 5)

7 $(S \wedge P) \vee (S \wedge U)$ (DIST, 6)

8 $\sim\sim(S \wedge P) \vee \sim\sim(S \wedge U)$ (DN, 7)

9 $\sim(\sim S \vee \sim P) \vee \sim(\sim S \vee \sim U)$ (DM, 8)

10 $\sim(S \to \sim P) \vee \sim(S \to \sim U)$ (DC, 9)

11 $\sim(S \to \sim P)$ H

12 $\sim S \to U$ (MP, 10, 11)

João Pedro Peres Pertoncello
RA 112650

3. a) $x^2 - 8x + 7 = 0$

$A = 1$
$B = -8$
$C = 7$

$\Delta = 64 - 28 = 36$

$x = \dfrac{8 \pm 6}{2}$

$x_1 = 7$
$x_2 = 1$

* P(x) só terá valor verdade em suas raízes
* nas raízes de P(x):

$Q(x_1) = 37$ V
$Q(x_2) = 31$ V

Portanto, como quando P(x) é V, Q(x) é V, o valor lógico sempre será V em qualquer caso.

b) Para calcular o valor lógico podemos dar um contra-exemplo, pois quando $X = 11$, temos o seguinte:

$Q(11) = 30 + 11 = 41$ é V

$P(11) = 121 - 88 + 7 = 0$ é F

Portanto, como nesse caso Q(x) é V e P(x) é F, o valor lógico de $\forall x\, [P(x) \rightarrow Q(x)]$ não será verdadeiro em todos os casos, haverá exceções.

Digitalizado com CamScanner

4. a) Um contra-exemplo que podemos dar é que quando $x = y \cdot 3$, teremos que P será sempre verdadeira, porém Q nem sempre será verdadeira, o que mostra que em alguns casos $P \to Q$ será falso.

b) $P = \forall y \nexists x \mid x > 2y$

João Pedro Peres Bertoncelo
RA112650

............/............/............

5. $0,1 + 1,2 + 2,3 + \dots + (n-1).n = \frac{(n-1).n\,(n+1)}{3}$

Base: $n=1$ $\quad \frac{\overset{0}{(1-1)}.1.(1+1)}{3} = \overset{0}{(1-1)}.1$

$0 = 0$

portanto, a igualdade vale para $n=1$

Hipótese de indução: $\frac{(k-1).k\,(k+1)}{3} = 0,1 + 1,2 + 2,3 + \dots + (k-1).k$

$\underbrace{0,1 + 1,2 + 2,3 + \dots + k-1.(k)} + k.(k+1)$

$\frac{(k-1).k.(k+1)}{3} + k.(k+1)$

$\frac{(k-1).k\,(k+1)}{3} + k.(k+1)$

$k.\left(\frac{(k-1).(k+1)}{3} + (k+1)\right)$

$k.\left((k+1).\left(\frac{(k-1)}{3} + \frac{3}{3}\right)\right)$

$\frac{k.(k+1).(k+2)}{3}$

Portanto, pelo princípio da indução finita, a expressão é válida para todo natural $n \geq 1$.

João Pedro Peres Bertoncelo