Computação Gráfica - Trabalho II

Pedro Lucas Keizo Honda

Departamento de Informática – Ciência da Computação – Universidade Estadual de Maringá (UEM)

ra119188@uem.br

Exercício

Aluno: Pedro Lucas Keizo Honda
Data de Nascimento: 09/04/2002

a = 09 * 10 = 90
b = 04 * 10 = 40
c = ano nasc = 2002

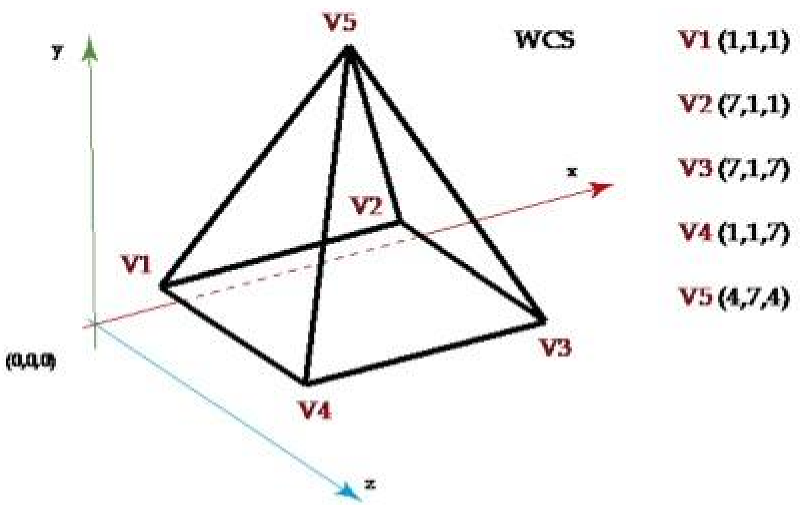


Figura 1: coordenadas dos vértices do **objeto gráfico** em **WCS**

Considerando o objeto gráfico ilustrado na figura 1. Calcularemos a projeção perspectiva deste objeto gráfico sobre o plano Z = 0 tomando como ponto de vista a posição (WCS: 90, 40, 2002).

Representação do objeto em coordenada homogêneas (WCS) por meio de uma matriz de seus vértices:

$$
M_{objeto} = \begin{array}{ccccc} V1 & V2 & V3 & V4 & V5 \\ \end{array}
\begin{pmatrix} 1 & 7 & 7 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 7 \\ 1 & 1 & 7 & 7 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}
$$

Calculando a projeção do objeto no plano Z = 0 segundo o ponto de vista PV(90,40,2002).

A projeção perspectiva de um dado ponto em coordenadas do mundo (WCS) pode ser expressa de forma genérica da seguinte maneira:

$$P' = M_{per} \cdot P$$

$$
\begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d + an_x & an_y & an_z & -ad_0 \\ bn_x & d + bn_y & bn_z & -bd_0 \\ cn_x & cn_y & d + cn_z & -cd_0 \\ n_x & n_y & nz & -d_1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{pmatrix}
$$

Para o objeto gráfico mostrado no enunciado do trabalho, a expressão algébrica acima pode ser expressa matricialmente da seguinte maneira;

$$M'_{objeto} = M_{per} * M_{objeto}$$

Assim, temos que calcular a matriz de projeção perspectiva M_{per}. Para tal, precisamos do vetor normal ao plano de projeção $\vec{n} = n_x\vec{i} + n_y\vec{j} + n_z\vec{k}$ e das coordenadas do ponto de vista **PV**. Com estes valores, determinamos $\mathbf{d_0}$, $\mathbf{d_1}$ e **d**. Para o plano Z = 0 temos o seguinte vetor normal ao plano:

$$\vec{n} = n_x\vec{i} + n_y\vec{j} + n_z\vec{k}$$

$$\vec{n} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 1\vec{k}$$

$$\vec{n} = 1\vec{k}$$

Escolhendo como ponto sobre o plano, para sua construção, o ponto P_0 (x_0, y_0, z_0) = (0, 0, 0). O cálculo de d_0 depende apenas de dados provindos do plano, assim temos:

$$d_0 = x_0\, n_x + y_0\, n_y + z_0\, n_z$$
$$d_0 = 0$$

O cálculo de d_1 depende apenas de dados do plano e do ponto de vista. considerando as coordenadas do PV como sendo (a, b, c) = (90, 40, 2002), temos:

$$d_1 = a\, n_x + b\, n_y + c\, n_z$$
$$d_1 = 90 \,.\, 0 + 40.\, 0 + 2002 \,.\, 1$$
$$d_1 = 2002$$

Para d:

$$d = d_0 - d_1$$
$$d = 0 - 2002$$
$$d = -2002$$

Substituindo estes valores na matriz de projeção perspectiva na equação que projeta o objeto sobre o plano teremos o resultado em coordenadas homogêneas:

$$M_{per} = \begin{pmatrix} -2002 & 0 & 90 & 0 \\ 0 & -2002 & 40 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2002 \end{pmatrix}$$

$$M'_{objeto} = M_{per} * M_{objeto}$$

$$M'_{objeto} = \begin{pmatrix} -2002 & 0 & 90 & 0 \\ 0 & -2002 & 40 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2002 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 7 & 7 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 7 \\ 1 & 1 & 7 & 7 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$
\begin{array}{ccccc}
V1 & V2 & V3 & V4 & V5
\end{array}
$$

$$
M'_{objeto} = \begin{pmatrix} -1912 & -13924 & -13384 & -1372 & -7648 \\ -1962 & -1962 & -1722 & -1722 & -13854 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2001 & -2001 & -1995 & -1995 & -1998 \end{pmatrix}
$$

Vamos passar a matriz de coordenadas homogêneas para cartesianas (WCS). Para isto, basta dividir as coordenadas por w.

$$
\begin{array}{ccccc}
V1 & V2 & V3 & V4 & V5
\end{array}
$$

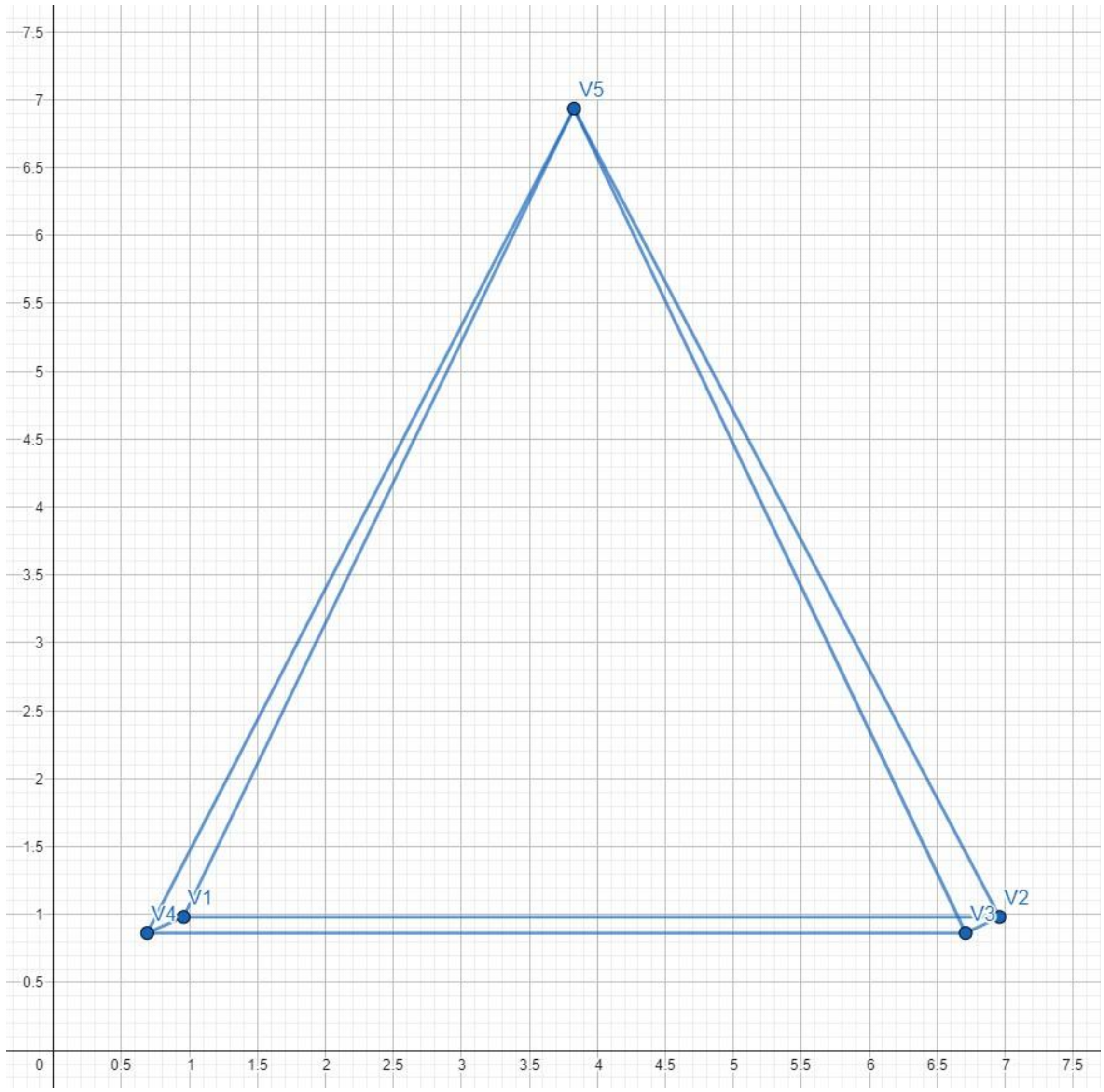
$$
M'_{objeto} = \begin{pmatrix} 0.956 & 6.959 & 6.709 & 0.688 & 3.828 \\ 0.981 & 0.981 & 0.863 & 0.863 & 6.934 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}
$$

Estas coordenadas são expressas em coordenadas globais, também conhecidas como coordenadas do mundo (WCS). Desta forma vamos referenciá-la como sendo $M'_{obj\text{-}wcs}$:

$$
\begin{array}{ccccc}
V1 & V2 & V3 & V4 & V5
\end{array}
$$

$$
M'_{objeto} = \begin{pmatrix} 0.956 & 6.959 & 6.709 & 0.688 & 3.828 \\ 0.981 & 0.981 & 0.863 & 0.863 & 6.934 \end{pmatrix}
$$

A figura a seguir mostra a perspectiva do objeto gráfico no plano Z = 0 do ponto de vista (90,40,2002) em WCS:


V5
V1
V2
V3
V4
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
5.5
6
6.5
7
7.5