



Universidade Estadual de Maringá
Departamento de Informática (DIN)
Prof. Dante Medeiros
Bloco C56
ra112650@uem.br

Trabalho 2 - Computação Gráfica - Projeção Perspectiva de Uma Pirâmide
João Pedro Peres Bertencelo - Ra112650

Sumário

1	Resumo	3
2	Introdução	3
3	Objetivos	3
4	Metodologia	4
5	Viabilidade	5
6	Cronograma de atividades	5
7	Conclusão	9

1 Resumo

Este artigo descreve o processo de projeção perspectiva de uma pirâmide em um plano de projeção com base em valores específicos de posição do plano. Os valores "250", "50" e "2001" são usados para determinar a posição e a orientação do plano de projeção, e as coordenadas homogêneas da imagem projetada de um ponto são calculadas usando fórmulas relevantes. O artigo apresenta os resultados dessa projeção usando software de cálculo e o software Geogebra. Este trabalho visa fornecer uma visão geral do processo de projeção perspectiva e sua aplicação na representação de objetos tridimensionais em uma tela bidimensional.

2 Introdução

A projeção perspectiva é uma técnica amplamente utilizada em gráficos 3D e modelagem de computador para representar objetos tridimensionais em uma tela bidimensional. Ela é usada em várias aplicações, como jogos de vídeo, animação, simulações e visualizações científicas. A projeção perspectiva envolve a projeção de um objeto tridimensional em um plano bidimensional com base em sua posição e orientação em relação ao plano.

Neste artigo, executo o processo de projeção de uma pirâmide em um plano de projeção com base em valores específicos de posição do plano. Mais especificamente, utilizo os valores "250", "50" e "2001" (baseados na data de aniversário 25/05/2001) para determinar a posição e a orientação do plano de projeção e calculo as coordenadas homogêneas da imagem projetada de um ponto usando as fórmulas relevantes. Em seguida, apresento os resultados dessa projeção usando software de cálculo "Symbolab" e o software Geogebra.

Este artigo fornece uma visão geral do processo de projeção perspectiva e como ele pode ser aplicado para projetar objetos tridimensionais em uma tela bidimensional com base em valores específicos de posição do plano.

3 Objetivos

- Descrever o processo de projeção perspectiva e sua aplicação na representação de objetos tridimensionais em uma tela bidimensional.
- Demonstrar o cálculo das coordenadas da imagem projetada de um ponto em um plano de projeção com base em valores específicos de posição do plano, que nesse caso será a minha data de nascimento.

- Utilizar software Symbolab para realizar os cálculos e Geogebra para visualizar a imagem projetada de uma pirâmide em um plano de projeção com base em valores específicos de posição do plano.

4 Metodologia

Para realizar a projeção perspectiva da pirâmide em um plano de projeção com base nos valores de posição específicos, utilizamos uma abordagem baseada em fórmulas matemáticas. Primeiramente, identificamos as coordenadas do ponto R_0 que define o plano de projeção e calculamos sua distância do ponto de origem do sistema de coordenadas usando a fórmula:

$$d_0 = x_0.n_x + y_0.n_y + z_0.n_z$$

onde n_x , n_y e n_z são as coordenadas do vetor unitário que define a orientação da normal do plano.

Em seguida, identificamos as coordenadas do centro de projeção C e calculamos a distância do ponto R_0 usando a fórmula:

$$d_1 = a.n_x + b.n_y + c.n_z$$

onde a , b e c são as coordenadas de C . A distância final entre os dois pontos é calculada subtraindo d_1 de d_0 para obter $d = d_0 - d_1$.

Com essas informações, podemos calcular as coordenadas homogêneas da imagem projetada de um ponto $P(x, y, z, 1)$ usando a fórmula $P'(x', y', z', w')$, onde x' , y' , z' e w' são as coordenadas resultantes da projeção. Esse processo é repetido para cada vértice da pirâmide para obter sua imagem projetada no plano de projeção.

Para visualizar a imagem projetada da pirâmide, utilizamos o software de cálculo Symbolab para realizar os cálculos matemáticos e gerar uma matriz 2×5 com os resultados. Em seguida, utilizamos o software Geogebra para visualizar a pirâmide e o plano de projeção e conectar as linhas que formam a imagem projetada.

Por fim, discutimos as limitações e desafios da projeção perspectiva na representação

de objetos tridimensionais em uma tela bidimensional e fornecemos uma visão geral das aplicações práticas da projeção perspectiva em áreas como arquitetura, engenharia, design gráfico e jogos de computador.

5 Viabilidade

Como não foram utilizados materiais físicos. A metodologia utilizada se baseou em cálculos matemáticos e na utilização de softwares para realizar as projeções da pirâmide nos planos desejados. Portanto, os "materiais" utilizados foram um computador com acesso à internet, um software de cálculo matemático (Symbolab) e um software de desenho geométrico (Geogebra). Além disso, foram utilizados conhecimentos de matemática, geometria analítica e álgebra linear para a realização dos cálculos e análises dos resultados.

- Symbolab - <https://pt.symbolab.com>
- Geogebra - <https://www.geogebra.org/calculator>

Também foi considerado o conteúdo da apostila de base da matéria, que foi escrita pelo próprio professor.

6 Cronograma de atividades

- Etapa 1

Imagine que você está observando um objeto a partir de um ponto localizado na origem do sistema de coordenadas. Agora, visualize um plano que passa por um ponto específico $R_0 (x_0, y_0, z_0)$ e tem uma normal representada pelo vetor unitário n , que indica a direção em que o plano está orientado. A imagem projetada desse objeto no plano é uma projeção perspectiva.

Para calcular as coordenadas homogêneas da imagem projetada de um ponto $P (x, y, z, 1)$, você pode usar a fórmula $P'(x', y', z', w')$, onde x', y', z' e w' são as coordenadas resultantes da projeção.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d_0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d_0 & 0 \\ n_x & n_y & n_z & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

sendo,

$$d_0 = x_0 \cdot n_x + y_0 \cdot n_y + z_0 \cdot n_z$$

Suponha um plano de projeção com um centro de projeção $C(a, b, c)$ e uma normal definida pelo vetor unitário n . Para projetar um ponto $P(x, y, z, 1)$ nesse plano, é necessário calcular suas coordenadas homogêneas $P'(x', y', z', w')$.

A fórmula para obter as coordenadas projetadas é semelhante à anterior, mas leva em consideração a localização do centro de projeção em relação ao plano. Em outras palavras, a posição de C afeta a maneira como o ponto P é projetado no plano de projeção, alterando suas coordenadas homogêneas $P'(x', y', z', w')$.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ w' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d + an_x & an_y & an_z & -ad_0 \\ bn_x & d + bn_y & bn_z & -bd_0 \\ cn_x & cn_y & d + cn_z & -cd_0 \\ n_x & n_y & n_z & -d_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

Portanto, utilizando o Software “Symbolab”, e considerando o plano (WCS: 250,50,2001), aplicamos os cálculos de matriz mencionados anteriormente, portanto, temos:

$$\begin{pmatrix} -2001 & 0 & 250 & 0 \\ 0 & -2001 & 50 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -2001 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 7 & 7 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 7 \\ 1 & 1 & 7 & 7 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Obtendo assim, a matriz base para nossos próximos cálculos:

$$= \begin{pmatrix} -1751 & -13757 & -12257 & -251 & -7004 \\ -1951 & -1951 & -1651 & -1651 & -13807 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -2000 & -2000 & -1994 & -1994 & -1997 \end{pmatrix}$$

- Etapa 2

Uma das etapas da metodologia utilizada consistiu em dividir a primeira linha da matriz de projeção pela quarta linha, e a segunda linha pela quarta linha. Essa operação é conhecida como "escalonamento", e tem como objetivo simplificar os cálculos e facilitar a obtenção dos valores das coordenadas da projeção.

A matriz resultante do escalonamento é uma matriz de dimensões 2x5, na qual cada linha representa as coordenadas homogêneas da projeção de um ponto da pirâmide no plano desejado. Os valores obtidos nessa etapa foram utilizados posteriormente para a realização da projeção no software de desenho geométrico (Geogebra), permitindo a visualização da pirâmide em diferentes perspectivas.






A matriz resultante do escalonamento é a seguinte:

$$\begin{vmatrix} 0,8755 & 6,8785 & 6,1469 & 0,1258 & 3,5072 \\ 0,9755 & 0,9755 & 0,8279 & 0,8279 & 6,9138 \end{vmatrix}$$

- Etapa 3

O próximo passo da metodologia consiste em plotar os pontos obtidos na etapa anterior no software Geogebra, utilizando a matriz encontrada anteriormente. Esse software permite a visualização dos pontos e das linhas que os conectam, de forma a gerar a imagem final da projeção.

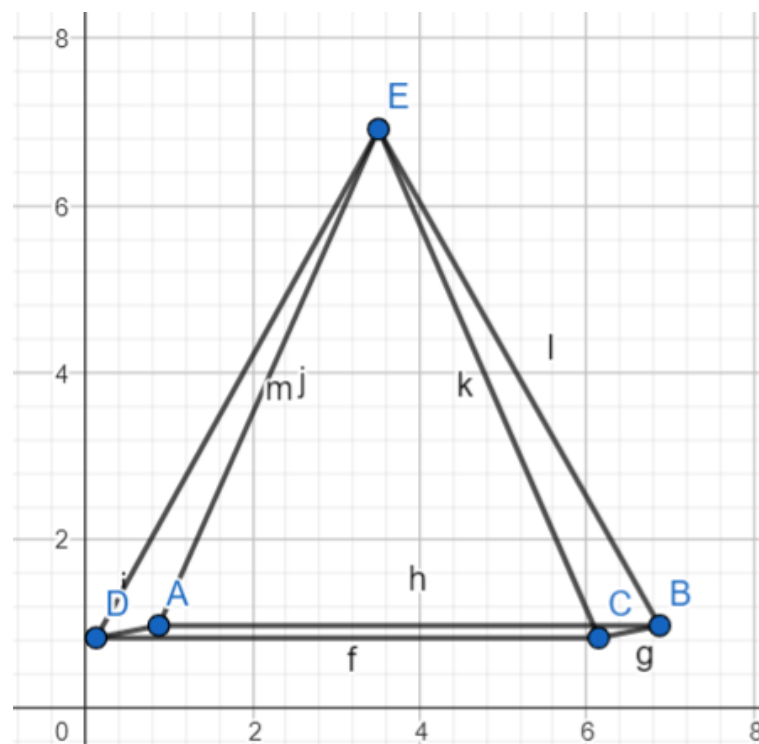
De acordo com a matriz, podemos observar os seguintes pontos a serem plotados:

	$A = (0.8755, 0.9755)$	\vdots
	$B = (6.8785, 0.9755)$	\vdots
	$C = (6.1469, 0.8279)$	\vdots
	$D = (0.1258, 0.8279)$	\vdots
	$E = (3.5072, 6.9138)$	\vdots

Após a importação da matriz de coordenadas homogêneas para o Geogebra, é possível plotar os pontos no espaço tridimensional. Em seguida, as linhas que conectam os pontos devem ser desenhadas para formar a imagem final da projeção.

Essa etapa é crucial para a visualização e compreensão da projeção perspectiva da pirâmide. Ao conectar as linhas, é possível ter uma visão clara da forma e proporções da pirâmide projetada no plano de projeção definido anteriormente.

Ao fim, teremos a seguinte projeção:



É importante ressaltar que o software Geogebra é uma ferramenta valiosa na realização dessa etapa, pois permite uma visualização precisa e interativa da projeção. Dessa forma, é possível realizar ajustes e correções necessárias na imagem projetada, garantindo a precisão e confiabilidade dos resultados obtidos.

7 Conclusão

Com base nos resultados obtidos, podemos concluir que a projeção perspectiva de um objeto em um plano de projeção pode ser realizada por meio de cálculos matemáticos simples e utilizando ferramentas computacionais como o Symbolab e o Geogebra. Através da metodologia aplicada, foi possível projetar uma pirâmide com base apenas nos valores dados, e visualizar sua projeção final.

A projeção perspectiva é uma técnica importante na representação gráfica de objetos em diversas áreas, como arquitetura, engenharia e design, e a compreensão de seus conceitos e aplicação prática pode contribuir para o aprimoramento dessas áreas.

Em resumo, a projeção perspectiva é uma técnica valiosa na representação gráfica de objetos em diversas áreas, e a aplicação dos conceitos matemáticos e o uso de ferramentas computacionais pode facilitar o processo de projeção e contribuir para o aprimoramento dessas áreas.