# Lógica Computacional
# Tarea Semanal 2

Rubí Rojas Tania Michelle

28 de febrero de 2019

1. Sea $\varphi = ((p \to r) \land (q \to r)) \to ((p \land q) \to r)$. Convierte a $\varphi$ en una fórmula equivalente $\varphi'$ que se encuentre en forma normal negativa.
*Solución:*

$$
\begin{aligned}
\varphi &= ((p \to r) \land (q \to r)) \to ((p \land q) \to r) && \text{definición de } \varphi \\
&\equiv \neg((\neg p \lor r) \land (\neg q \lor r)) \lor (\neg(p \land q) \lor r) && \text{ya que } P \to Q \equiv \neg P \lor Q \\
&\equiv (\neg(\neg p \lor r) \lor \neg(\neg q \lor r)) \lor ((\neg p \lor \neg q) \lor r) && \text{De Morgan} \\
&\equiv ((\neg\neg p \land \neg r) \lor (\neg\neg q \land \neg r)) \lor ((\neg p \lor \neg q) \lor r) && \text{De Morgan} \\
&\equiv ((p \land \neg r) \lor (q \land \neg r)) \lor ((\neg p \lor \neg q) \lor r) && \text{ya que } \neg\neg P \equiv P
\end{aligned}
$$

Sea $\varphi' = ((p \land \neg r) \lor (q \land \neg r)) \lor ((\neg p \lor \neg q) \lor r)$. Como $\varphi'$ no contiene equivalencias ni implicaciones y las negaciones que figuran en $\varphi$ afectan sólo a fórmulas atómicas, entonces $\varphi'$ es una fórmula equivalente a $\varphi$ que se encuentra en forma normal negativa.

2. Define recursivamente la función **isPermutation** que, dadas dos listas nos dice si una es permutación de la otra.
*Solución:*

```haskell
import Data.List

isPermutation :: (Eq a) => [a] -> [a] -> Bool
isPermutation [] [] = True
isPermutation xs ys
    | (length xs /= length ys) = False
    | elem (head xs) ys =
        isPermutation (tail xs) (delete (head xs) ys)
    | otherwise = False
```

3. Verifica tu definición aplicándola a las siguientes listas (debes mostrar paso a paso las llamadas recursivas) $A = [1, 2, 3, 4]$, $B = [1, 2, 3, 4]$, osea, hacer la ejecución de **isPermutation A B**.
*Solución:*

```haskell
isPermutation A B = isPermutation [1,2,3,4] [1,2,3,4]
                  = isPermutation [2,3,4] [2,3,4]
                  = isPermutation [3,4] [3,4]
                  = isPermutation [4] [4]
                  = isPermutation [] []
                  = True
```

4. Determina mediante el método de Tableaux si $\Gamma \models \varphi$ donde $\Gamma = \{\neg p \vee q,\ \neg(q \wedge \neg r),\ r \to s\}$ y $\varphi = \neg p \vee s$.
*Solución:* Primero, para $\Gamma$ eliminamos las implicaciones y simplificamos las fórmulas.

$$\Gamma = \{\neg p \vee q, \neg q \vee r, \neg r \vee s\}$$

Ahora, para mostrar que $\Gamma \models \varphi$ entonces hay que trabajar nuestro Tableaux con $\Gamma \cup \{\neg\varphi\}$. Así,

$$\Gamma \cup \{\neg\varphi\} = \{\neg p \vee q, \neg q \vee r, \neg r \vee s\} \cup \{p \wedge \neg s\}$$

Finalmente, construimos el Tableaux para el conjunto $\Gamma \cup \{\neg\varphi\}$:

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. | $\neg p \vee q$ ✓ | | | | |
| 2. | $\neg q \vee r$ ✓ | | | | |
| 3. | $\neg r \vee s$ ✓ | | | | |
| 4. | $p \wedge \neg s$ ✓ | | | | |
| 5. | $p$ ✓ | | | | ext. de $\alpha$ en 4 |
| 6. | $\neg s$ ✓ | | | | ext. de $\alpha$ en 4 |
| 7. | $\neg r$ ✓ | | | $s$ ✓ $\otimes$ 6,7 | ext. de $\beta$ en 3 |
| 8. | $\neg q$ ✓ | | $r$ ✓ $\otimes$ 7,8 | | ext. de $\beta$ en 2 |
| 9. | $\neg p$ ✓ $\otimes$ 5,9 | $q$ ✓ $\otimes$ 8,9 | | | ext. de $\beta$ en 1 |

Como el Tableaux se cierra, entonces la consecuencia lógica $\Gamma \models \varphi$ se da y el argumento que representa es correcto.