Lógica Computacional
Tarea Semanal 3

Rubí Rojas Tania Michelle

29 de marzo de 2019

1. Da la especificación formal del siguiente argumento, definiendo previamente un glosario adecuado. *Los alumnos de la Facultad de Ciencias y los programadores sólo alcanzan su máximo nivel cuando la luna es azul.*

   Solución: El universo de discurso serán todas las personas, los programadores y los satélites naturales. Los predicados que utilizaremos serán los siguientes:

   - $E(x) : x$ es alumno de la Facultad de Ciencias.
   - $P(x) : x$ es programador.
   - $M(x) : x$ alcanza su máximo nivel.
   - $A(x) : x$ es azul.

   Además, utilizaremos un término:

   - l: Luna

   Por lo que el argumento queda de la siguiente forma:

$$\forall x(A(l) \rightarrow (E(x) \wedge P(x) \wedge M(x)))$$

2. Considera las siguientes expresiones:

   (a) $\forall x \forall u\ (M(a,x) \rightarrow M(a,u))$

   (b) $\forall xu\ M(a,x) \rightarrow M(a,u)$

   (c) $\forall xu\ (M(a,u) \rightarrow M(a,x))$

   2.1 Indica qué relaciones se cumplen de $\alpha-$ equivalencia entre los argumentos. $((a) \sim_\alpha (b), (a) \sim_\alpha (c)$ ó $(b) \sim_\alpha (c))$. Justifica adecuadamente.

   Solución: Notemos que (b) es equivalente a escribir $(\forall x \forall u M(a,x)) \rightarrow M(a,u)$ y que (c) es equivalente a escribir $\forall x \forall u(M(a,u) \rightarrow M(a,x))$. Entonces

   - $(a) \sim_\alpha (b)$
     Este caso no se cumple. Como el alcance de los cuantificadores de (a) es diferente al alcance de los cuantificadores de (b) entonces no tienen la misma 'estructura', por lo que (a) y (b) no difieren a lo más en los nombres de sus variables ligadas. Así, $(a) \not\sim_\alpha (b)$.
   - $(a) \sim_\alpha (c)$
     Este caso sí se cumple. Como (a) y (b) difieren a lo más en los nombres de sus variables ligadas (es decir, tienen la misma 'estructura' y sólo sus variables ligadas cambian) entonces $(a) \sim_\alpha (c)$.

- $(b) \sim_\alpha (c)$
  Este caso no se cumple. Como el alcance de los cuantificadores de (b) es diferente al alcance de los cuantificadores de (c) entonces no tienen la misma 'estructura', por lo que (b) y (c) no difieren a lo más en los nombres de sus variables ligadas. Así, $(b) \nsim_\alpha (c)$.

2.2 Aplica ls siguiente sustitución $\sigma = [x, u := L(a,n,d,r,o),\ C(i,z,o)]$ a cada una de las expresiones.

Solución:

(a) $\forall x \forall u(M(a,x) \to M(a,u))$
Aplicando la sustitución obtenemos

$$\begin{aligned}(\forall x \forall u((M(a,x) \to M(a,u))))\sigma &= \forall x \forall u((M(a,x) \to M(a,u))\sigma_{xu}) \\ &= \forall x \forall u(M(a,x)\sigma_{xu} \to M(a,u)\sigma_{xu}) \\ &= \forall x \forall u(M(a,x) \to M(a,u))\end{aligned}$$

Notemos que en este ejercicio no cambió nada con la sustitución ya que todas las variables a sustituir son ligadas.

(b) $\forall xu\ M(a,x) \to M(a,u)$
Notemos que esta expresión es equivalente a escribir $(\forall x \forall u\ M(a,x)) \to M(a,u)$. Así, aplicando la sustitución obtenemos

$$(\forall x \forall u\ M(a,x)) \to (M(a,u))\sigma = (\forall x \forall u\ M(a,x)) \to M(a,\ C(i,z,o))$$

(c) $\forall xu\ (M(a,u) \to M(a,x))$
Notemos que esta expresión es equivalente a escribir $\forall x \forall u(M(a,u) \to M(a,x))$. Así, aplicando la sustitución obtenemos

$$\begin{aligned}(\forall x \forall u(M(a,u) \to M(a,x)))\sigma &= \forall x \forall u((M(a,u) \to M(a,x))\sigma_{xu}) \\ &= \forall x \forall u(M(a,u)\sigma_{xu} \to M(a,x)\sigma_{xu}) \\ &= \forall x \forall u(M(a,u) \to M(a,x))\end{aligned}$$

Notemos que en este ejercicio no cambió nada con la sustitución ya que todas las variables a sustituir son ligadas.