Lógica Computacional
Tarea Semanal 5

Rubí Rojas Tania Michelle

10 de abril de 2019

Sea $\varphi = \{\forall x \forall y \forall z (Pxy \wedge Pyz \to Rxz),\, \forall x \exists y Pxy,\, \neg \forall x Pxx\}$

1. Obtener la Forma Normal Prenex de φ.
   Solución:
   Reescribimos a φ de la siguiente forma:

   $$\varphi = \forall x \forall y \forall z (Pxy \wedge Pyz \to Rxz) \wedge \forall x \exists y Pxy \wedge \neg \forall x Pxx$$

   Primero, rectificamos a φ.

   $$rec(\varphi) = \forall x \forall y \forall z (Pxy \wedge Pyz \to Rxz) \wedge \forall u \exists v Puv \wedge \neg \forall w Pww \qquad \alpha\text{-equivalencia}$$

   Ahora, usando $rec(\varphi)$ procedemos a encontrar $fnn(\varphi)$.

   $$\begin{aligned} fnn(\varphi) &= \forall x \forall y \forall z (\neg(Pxy \wedge Pyz) \vee Rxz) \wedge \forall u \exists v Puv \wedge \exists w \neg Pww && \text{eqv. lógicas} \\ &= \forall x \forall y \forall z ((\neg Pxy \vee \neg Pyz) \vee Rxz) \wedge \forall u \exists v Puv \wedge \exists w \neg Pww && \text{De Morgan} \end{aligned}$$

   Finalmente, usando $fnn(\varphi)$, procedemos a encontrar $fnp(\varphi)$.

   $$fnp(\varphi) = \forall x \forall y \forall z \forall u \exists v \exists w (\neg(Pxy \wedge Pyz) \vee Rxz \wedge Puv \wedge \neg Pww) \qquad \text{eqv. lógicas}$$

   Por lo tanto, la Forma Normal Prenex de φ es

   $$fnp(\varphi) = \forall x \forall y \forall z \forall u \exists v \exists w (\neg(Pxy \wedge Pyz) \vee Rxz \wedge Puv \wedge \neg Pww)$$

2. Obtener la Forma Normal de Skolem de φ.
   Solución:
   Usando $fnp(\varphi)$, procedemos a encontrar $fns(\varphi)$.

   $$\begin{aligned} fns(\varphi) &= \forall x \forall y \forall z \forall u \exists w (\neg(Pxy \wedge Pyz) \vee Rxz \wedge Pufxyzu \wedge \neg Pww) \\ &= \forall x \forall y \forall z \forall u (\neg(Pxy \wedge Pyz) \vee Rxz \wedge Pufxyzu \wedge \neg Pgxyzugxyzu) \end{aligned}$$

   Por lo tanto, la Forma Normal de Skolem de φ es

   $$\forall x \forall y \forall z \forall u (\neg(Pxy \wedge Pyz) \vee Rxz \wedge Pufxyzu \wedge \neg Pgxyzugxyzu)$$