# Lógica Computacional
# Tarea Semanal 7

Rubí Rojas Tania Michelle

16 de mayo de 2019

Encuentra un programa $t$ que tenga el tipo indicado:

a) $\vdash t : (A \to B \to C) \to (A \to B) \to (A \to C)$
SOLUCIÓN:

1. $f : A \to B \to C, x : A \to B, y : A \vdash f : A \to B \to C$ $(Hip)$
2. $f : A \to B \to C, x : A \to B, y : A \vdash x : A \to B$ $(Hip)$
3. $f : A \to B \to C, x : A \to B, y : A \vdash y : A$ $(Hip)$
4. $f : A \to B \to C, x : A \to B, y : A \vdash fx : C$ $(\to E)\ 1, 2$
5. $f : A \to B \to C, x : A \to B \vdash fun(y : A.fx) : A \to C$ $(\to I)\ 4$
6. $f : A \to B \to C \vdash fun(x : A \to B.fun(y : A.fx)) : (A \to B) \to (A \to C)$ $(\to I)\ 5$
9. $\vdash fun(f : A \to B \to C.fun(x : A \to B.fun(y : A.fx)) :$
   $(A \to B \to C) \to (A \to B) \to (A \to C)$ $(\to I)\ 6$

b) $x : (A \to C) \land (B \to C) \vdash t : A \lor B \to C$
SOLUCIÓN:

1. $x : (A \to C) \land (B \to C), y : A \lor B \vdash x : (A \to C) \land (B \to C)$ $(Hip)$
2. $x : (A \to C) \land (B \to C), y : A \lor B \vdash y : A \lor B$ $(Hip)$
3. $x : (A \to C) \land (B \to C), y : A \lor B \vdash snd\ x : B \to C$ $(\land E)\ 1$
4. $x : (A \to C) \land (B \to C), y : A \lor B \vdash fst\ x : A \to C$ $(\land E)\ 1$
5. $x : (A \to C) \land (B \to C), y : A \lor B, r : A \vdash r : A$ $(Hip)$
6. $x : (A \to C) \land (B \to C), y : A \lor B, r : A \vdash fstxr : C$ $(\to E)\ 4, 5$
7. $x : (A \to C) \land (B \to C), y : A \lor B, s : B \vdash s : B$ $(Hip)$
8. $x : (A \to C) \land (B \to C), y : A \lor B, s : B \vdash sndxs : C$ $(\to E)\ 3, 7$
9. $x : (A \to C) \land (B \to C), y : A \lor B \vdash$
   $case\ y\ of\ inlr \Rightarrow fstxr \mid inrs \Rightarrow sndxs : C$ $(\lor E)\ 2, 6, 8$
10. $x : (A \to C) \land (B \to C) \vdash$
    $fun(y : A \lor B.(case\ y\ of\ inlr \Rightarrow fstxr \mid inrs \Rightarrow sndxs)) : A \lor B \to C$ $(\to I)\ 9$

c) $x : P \to Q \land R \vdash t : (P \to Q) \land (P \to R)$
SOLUCIÓN: Sabemos que $\Gamma \vdash A \land B \Leftrightarrow \Gamma \vdash A$ y $\Gamma \vdash B$. Así, basta probar cada uno de los lados de la conjunción por separado. Entonces

*a*) PD. $x : P \to Q \land R \vdash P \to Q$

1. $x : P \to Q \land R, y : P \vdash x : P \to Q \land R$ $\quad (Hip)$
2. $x : P \to Q \land R, y : P \vdash y : P$ $\quad (Hip)$
3. $x : P \to Q \land R, y : P \vdash xy : Q \land R$ $\quad (\to E)\ 1, 2$
4. $x : P \to Q \land R, y : P \vdash fstxy : Q$ $\quad (\land E)\ 3$
5. $x : P \to Q \land R \vdash fun(y : P.fstxy) : P \to Q$ $\quad (\to I)\ 4$

*b*) PD. $x : P \to Q \land R \vdash P \to R$

6. $x : P \to Q \land R, y : P \vdash x : P \to Q \land R$ $\quad (Hip)$
7. $x : P \to Q \land R, y : P \vdash y : P$ $\quad (Hip)$
8. $x : P \to Q \land R, y : P \vdash xy : Q \land R$ $\quad (\to E)\ 1, 2$
9. $x : P \to Q \land R, y : P \vdash sndxy : R$ $\quad (\land E)\ 3$
10. $x : P \to Q \land R \vdash fun(y : P.sndxy) : P \to R$ $\quad (\to I)\ 4$

Por lo tanto, $x : P \to Q \land R \vdash \langle fun(y : P.fstxy) : P \to Q,\ fun(y : P.sndxy) : P \to R \rangle : (P \to Q) \land (P \to R)$ por $(\land I)\ 5, 10$