Lógica Computacional
Tarea Semanal 5

Rubí Rojas Tania Michelle
Universidad Nacional Autónoma de México
taniarubi@ciencias.unam.mx
cuenta: 315121719

10 de abril de 2019

Sea $\varphi = \{\forall x \forall y \forall z(Pxy \land Pyz \to Rxz),\ \forall x \exists y Pxy,\ \neg \forall x Pxx\}$

1. Obtener la Forma Normal Prenex de φ.
   Solución:
   Reescribimos a φ de la siguiente forma:

$$\varphi = \forall x \forall y \forall z(Pxy \land Pyz \to Rxz) \land \forall x \exists y Pxy \land \neg \forall x Pxx$$

Primero, rectificamos a φ.

$$rec(\varphi) = \forall x \forall y \forall z(Pxy \land Pyz \to Rxz) \land \forall u \exists v Puv \land \neg \forall w Pww \qquad \alpha\text{-equivalencia}$$

Ahora, usando $rec(\varphi)$ procedemos a encontrar $fnn(\varphi)$.

$$\begin{aligned} fnn(\varphi) &= \forall x \forall y \forall z(\neg(Pxy \land Pyz) \lor Rxz) \land \forall u \exists v Puv \land \exists w \neg Pww && \text{eqv. lógicas} \\ &= \forall x \forall y \forall z((\neg Pxy \lor \neg Pyz) \lor Rxz) \land \forall u \exists v Puv \land \exists w \neg Pww && \text{De Morgan} \end{aligned}$$

Finalmente, usando $fnn(\varphi)$, procedemos a encontrar $fnp(\varphi)$.

$$fnp(\varphi) = \forall x \forall y \forall z \forall u \exists v \exists w(\neg(Pxy \land Pyz) \lor Rxz \land Puv \land \neg Pww) \qquad \text{eqv. lógicas}$$

Por lo tanto, la Forma Normal Prenex de φ es

$$fnp(\varphi) = \forall x \forall y \forall z \forall u \exists v \exists w(\neg(Pxy \land Pyz) \lor Rxz \land Puv \land \neg Pww)$$

2. Obtener la Forma Normal de Skolem de φ.
   Solución:
   Usando $fnp(\varphi)$, procedemos a encontrar $fns(\varphi)$.

$$\begin{aligned} fns(\varphi) &= \forall x \forall y \forall z \forall u \exists w (\neg(Pxy \land Pyz) \lor Rxz \land Pufxyzu \land \neg Pww) \\ &= \forall x \forall y \forall z \forall u (\neg(Pxy \land Pyz) \lor Rxz \land Pufxyzu \land \neg Pgxyzugxyzu) \end{aligned}$$

   Por lo tanto, la Forma Normal de Skolem de φ es

$$\forall x \forall y \forall z \forall u (\neg(Pxy \land Pyz) \lor Rxz \land Pufxyzu \land \neg Pgxyzugxyzu)$$