

# Lógica Computacional

## Tarea Semanal 4

Rubí Rojas Tania Michelle

5 de abril de 2019

1. Sea  $\Gamma = \{\forall x(Pxy \rightarrow \exists yQy), \exists x\forall y(Qy \rightarrow Pyx \vee Rx), \forall y(Ry \rightarrow \exists x\neg Qa)\}$ . Utilizando Tableaux demuestra lo siguiente.

$$\Gamma \models \forall x(Qfa \rightarrow Qa)$$

*Demostración.* Utilizando equivalencias lógicas y eliminando cuantificadores vacuos debemos construir el Tableaux para el conjunto

$$\{\exists xPxy \rightarrow \exists yQy, \exists x\forall y(Qy \rightarrow Pyx \vee Rx), \forall y(Ry \rightarrow \neg Qa)\} \cup \{\neg(Qfa \rightarrow Qa)\}$$

Entonces tenemos que:

|     |   |                              |
|-----|---|------------------------------|
| 1.  | $\exists xPxy \rightarrow \exists yQy \checkmark$           |                              |
| 2.  | $\exists x\forall y(Qy \rightarrow Pyx \vee Rx) \checkmark$ |                              |
| 3.  | $\forall y(Ry \rightarrow \neg Qa)$                         |                              |
| 4.  | $\neg(Qfa \rightarrow Qa) \checkmark$                       |                              |
| 5.  | $Qfa \checkmark$  | $\alpha$ en 4                |
| 6.  | $\neg Qa$   | $\alpha$ en 4                |
| 7.  | $\forall y(Qy \rightarrow Pyb \vee Rb)$                     | $\delta$ en 2                |
|     | $\swarrow \qquad \searrow$                                  |                              |
| 8.  | $\neg\exists xPxy$  | $\beta$ en 1                 |
| 9.  | $\exists yQy$   | $\gamma$ en 8; $\delta$ en 8 |
| 10. | $Qfa \rightarrow Pfab \vee Rb$                              | $\gamma$ en 7                |
|     | $\swarrow \qquad \searrow$                                  |                              |
| 11. | $\neg Qfa \checkmark$                                       | $\beta$ en 10                |
|     | $\otimes$<br>5,11   |                              |
| 12. | $Pfab$  | $\beta$ en 11                |
| 13. | $Rb \checkmark$   | $\gamma$ en 3                |
|     | $\swarrow \qquad \searrow$                                  |                              |
| 14. | $Rb \rightarrow \neg Qa$                                    |                              |
|     | $\swarrow \qquad \searrow$                                  |                              |
|     | $\neg Rb \checkmark$  | $\beta$ en 13                |
|     | $\otimes$<br>12,14  |                              |

Notemos que ya hemos utilizado todas nuestras hipótesis y fórmulas, y si tratamos de volver a utilizar alguna otra que podamos reutilizar, sigue pasando que queda alguna rama abierta. Por lo tanto, el Tableaux es abierto.

Por lo tanto,  $\Gamma \not\models \forall x(Qfa \rightarrow Qa)$ .

□