D E S A F I O

Lista 001

Problema 01

O triângulo retângulo é a forma geométrica que possui um ângulo reto (90°) e dois outros ângulos agudos (menores que 90°). A soma de todos os ângulos internos do triângulo retângulo corresponde a 180°, o que caracteriza como um ângulo raso (EducaMais, 2022).

Escreva um programa que:

a) leia os dois ângulos de um triângulo;
b) calcule o terceiro ângulo;
c) mostre o ângulo calculado e informe se ele é um triângulo retângulo.

Casos de Teste

Teste 1

Entrada: Ângulo 1: 40 e Ângulo 2: 40

Saída: Ângulo 3: 100. Não eh triangulo retângulo.

Teste 2

Entrada: Ângulo 1: 45 e Ângulo 2: 45

Saída: Ângulo 3: 90. Eh triangulo retângulo.

Teste 3

Entrada: Ângulo 1: 90 e Ângulo 2: 60

Saída: Ângulo 3: 30. Eh triangulo retângulo.

Problema 02

Ler dois números inteiros e positivos: A e B. Considere que A < B. Mostrar a média dos pares menores que B, excluindo A.

Casos de Teste

Teste 1

Entrada: A: 4 e B: 8

Saída: Média: 4

Teste 2

Entrada: A: 3 e B:8

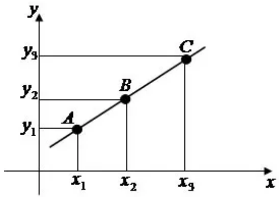
Saída: Média: 4

Problema 03

Três pontos na mesma reta

Você foi contratado para se juntar a uma equipe de desenvolvedores de jogos. Como sua primeira missão, você deverá desenvolver uma função que recebe as coordenadas de três pontos no espaço 2D e devolva VERDADEIRO caso estes três pontos façam parte de uma reta, e FALSO caso não façam. Sua rotina será utilizada em um jogo de FPS (*First Person Shooter*).

Para determinar se três pontos fazem parte de uma mesma reta, um dos métodos utilizados é criar-se uma matriz contendo as coordenadas destes pontos, como mostrado a seguir:



Aqui, temos:

- ✓ Ponto A (x1,y1)
- ✓ Ponto B (x2,y2)
- ✓ Ponto C (x3,y3)

Utilizando estas coordenadas montaremos uma matriz 3x3, tendo as abscissas dos pontos constituindo a 1ª coluna; as ordenadas, a 2ª coluna e a terceira coluna será complementada com o número um (para evitarmos multiplicações por zero). Em seguida, calcula-se o determinante da matriz com o método de *Sarrus*, como mostrado a seguir:

$$\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \\ x_3 & y_3 \end{vmatrix} = 0$$

Onde faremos:

$$x1 * y2 * 1 \; + \; y1 * 1 * x3 \; + \; 1 * x2 * y3 -$$

$$(y1 * x2 * 1 \; + \; x1 * 1 * y3 \; + \; 1 * y2 * x3) = \; 0$$

Se o determinante obtido for nulo (igual a zero), então os três pontos são colineares.

Casos de Teste

Teste 1

Entrada: Ponto A: (2, 1). Ponto B: (0, -3). Ponto C: (-2, -7)
Saída: são colineares.

Teste 2

Entrada: Ponto A: (1, 1). Ponto B: (2, 2). Ponto C: (3, 3)
Saída: são colineares.

Teste 3

Entrada: Ponto A: (2, 6). Ponto B: (3, 3). Ponto C: (5, 5)
Saída: não são colineares.

Problema 04

Trocando o valor de duas variáveis sem a utilização de variáveis auxiliares.

Normalmente quando precisamos realizar a troca de valores entre duas variáveis contendo números inteiros, utilizamos uma variável auxiliar, da seguinte forma:

```
int A=10, B=20, aux=0;
printf(“\nANTES\nA = [%d] e B = [%d]\n”, A, B);
aux = A;
A   = B;
B   = aux;
printf(“\nDEPOIS\nA = [%d] e B = [%d]\n”, A, B);
```

Sendo o resultado como segue:

```
ANTES
A = [10] e B = [20]

DEPOIS
A = [20] e B = [10]
```

O objetivo deste problema é realizar a troca dos valores das variáveis A e B sem a utilização de nenhuma variável auxiliar, obtendo o mesmo resultado. Observação importante: não vale simplesmente trocar a ordem das variáveis no comando *printf*! ;-)

Problema 05

Calculando o fatorial de um número.

O fatorial de um número inteiro e positivo n, representado por $n!$ é obtido a partir da multiplicação de todos os seus antecessores até o número um, cuja expressão genérica é $n!\ n\,.(n-1).(n-2).(n-3)\ldots 2{,}1$.

Pela definição dada, o fatorial de 2 corresponde a $2!$ (lê-se 2 fatorial), sendo assim $2! = 2\,.1 = 2$. Veja abaixo o fatorial de outros números inteiros:

$$3! = 3\,.2\,.1 = 6$$

$$4! = 4.3\,.2\,.1 = 24$$

$$5! = 5\,.4\,.3\,.2\,.1 = 120$$

$$6! = 6\,.5\,.4\,.3\,.2\,.1 = 720$$

$$7! = 7\,.6\,.5\,.4\,.3\,.2\,.1 = 5.040$$

$$8! = 8\,.7\,.6\,.5\,.4\,.3\,.2\,.1 = 40.320$$

$$9! = 9\,.8\,.7\,.6\,.5\,.4\,.3\,.2\,.1 = 362.880$$

$$10! = 10\,.9\,.8\,.7\,.6\,.5\,.4\,.3\,.2\,.1 = 3.628.800$$

Atenção: $0! = 1$ e $1! = 1$.

O cálculo de valor de fatoriais é de suma importância na disciplina de Análise Combinatória, bem como em Criptografia e em muitas outras áreas.

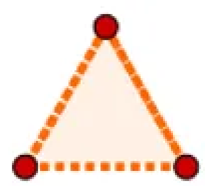
Escreva um programa que solicite um número inteiro positivo ao usuário e mostre o valor correspondente ao seu fatorial. Por exemplo:

```
Informe um número inteiro positivo: 6
O fatorial de 6 eh igual a 720.
```

Problema 06

Trabalhando com números triangulares.

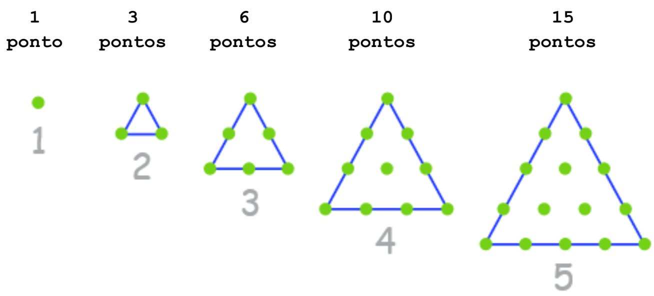
Os números triangulares pertencem ao conjunto dos números naturais e podem ser representados na forma de um triângulo equilátero. Para isso, no lugar de representar os números por algarismos, usam-se unidades. Por exemplo, três pontos não colineares e que possuem a mesma distância, dois a dois, podem ser vistos como vértices de um triângulo equilátero:



Assim, o número 3 é considerado um número triangular.

Sequência de números triangulares

O primeiro número triangular é 1. Isso acontece porque as fórmulas usadas para determinar números triangulares também funcionam para o 1 e não existe restrição que o exclua desse conjunto. Como não é possível construir um triângulo com dois pontos, o próximo número triangular é 3. Pelo mesmo motivo, o número triangular seguinte é 6, seguido pelo 10, que é seguido pelo 15 e assim sucessivamente, como mostra a imagem abaixo.

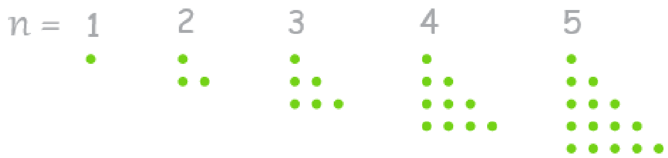


Repare que:

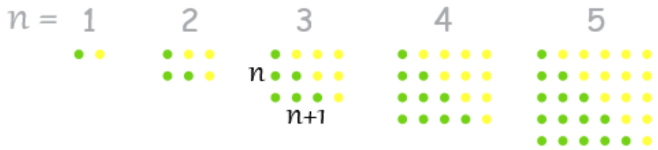
- ✓ O primeiro triangulo possui apenas um ponto.
- ✓ O segundo triangulo possui uma linha a mais com dois pontos extras: $1 + 2 = 3$.
- ✓ O terceiro triangulo possui mais uma linha adicional com mais 3 pontos extras, sendo: $1 + 2 + 3 = 6$.
- ✓ O quarto triangulo têm $1 + 2 + 3 + 4 = 10$.

Regra para o cálculo de números triangulares:

Primeiro, organize os pontos da seguinte forma:



Então, dobre a quantidade de pontos, formando retângulos com eles:



Agora fica fácil verificar a quantidade de pontos. Basta multiplicar n por $n + 1$:

Número de pontos no retângulo = $\boldsymbol{n(n+1)}$

Mas lembre-se que nós dobramos a quantidade de pontos, então:

Número de pontos no triângulo $= \frac{\boldsymbol{n(n+1)}}{\boldsymbol{2}}$

Sendo assim, podemos definir como T_n a regra para a quantidade de pontos em um triângulo n:

Número de pontos no triângulo $\boldsymbol{T}$: $\boldsymbol{T_n} = \frac{\boldsymbol{n(n+1)}}{\boldsymbol{2}}$

Exemplos:

1) O quinto número triangular é: $T_5 = \frac{5(5+1)}{2} = 15$
2) Qual a quantidade de pontos no 60º número triangular?

$$\boldsymbol{T_{60} = \frac{60(60+1)}{2} = 1830}$$

Problema 07

Trabalhando com números primos.

Os números primos são aqueles que apresentam apenas dois divisores: um e o próprio número. Eles fazem parte do conjunto dos números naturais.

Por exemplo, 2 é um número primo, pois só é divisível por um e ele mesmo.

Quando um número apresenta mais de dois divisores eles são chamados de números compostos e podem ser escritos como um produto de números primos.

Por exemplo, 6 não é um número primo, é um número composto, já que tem mais de dois divisores (1, 2 e 3) e é escrito como produto de dois números primos 2 x 3 = 6.

Algumas considerações sobre os números primos:

- ✓ O número 1 não é um número primo, pois só é divisível por ele mesmo;
- ✓ O número 2 é o menor número primo e também o único que é par;
- ✓ O número 5 é o único número primo terminado em 5;
- ✓ Os demais números primos são ímpares e terminam com os algarismos 1, 3, 7 e 9.

Escreva um programa que mostre na tela os números primos entre 1 e 500 (inclusive, se for o caso).

Problema 08

Números Perfeitos.

A história dos números perfeitos faz parte de um dos ramos mais antigos e fascinantes da matemática: a teoria dos números.

O primeiro a se referir a eles foi ninguém menos que o matemático grego Euclides, em sua influente obra Os Elementos, publicada em 300 a.C.

Ele havia descoberto quatro números perfeitos e, em seu livro, revelou uma maneira eficaz de encontrar outros. Eficaz, mas difícil e demorada.

Nem todos podem ser, mas o 6 é um número perfeito!

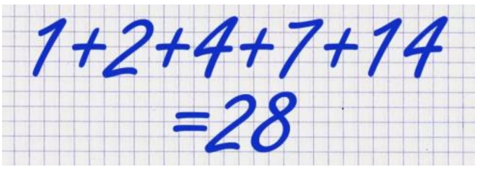
Sabemos disso há 2,3 mil anos, muito tempo antes de tomarmos conhecimento da grande maioria dos outros 50 membros deste clube exclusivo.

Mas por que ele é perfeito?

Porque 6 = 1 + 2 + 3.

Os números perfeitos são iguais à soma de seus divisores (excluindo ele próprio): 6 pode ser dividido por 1, 2 e 3 e, quando você soma esses números, o resultado é 6.

28 é outro número perfeito!



Alguns exemplos de Números Perfeitos:

- ✓ 6 = 1 + 2 + 3
- ✓ 28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14
- ✓ 496 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124 + 248
- ✓ 8128
- ✓ 33550336
- ✓ 8589869056
- ✓ ...
- ✓ 2658455991569831744654692615953842176

Os quatro primeiros números perfeitos (6, 28, 496 e 8128) eram os únicos conhecidos pelos gregos antigos desde pelo menos Euclides. No século XV acrescentou-se o número 33.550.336 à lista.

Os números perfeitos são extremamente raros. Apenas com o aparecimento dos computadores foi possível encontrar números perfeitos maiores. O trigésimo número perfeito conhecido é o 2.658.455.991.569.831.744.645.692.615.953.842.176, que possui nada mais nada menos do que 37 algarismos. E o quadragésimo quarto número perfeito descoberto possui quase 20 milhões de algarismos!

Escreva um programa que solicite um número inteiro positivo ao usuário e indique se este número é perfeito.

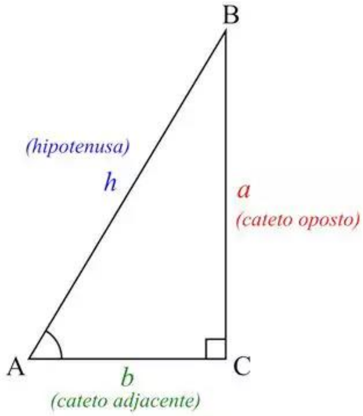
Problema 09

O triângulo retângulo.

O triângulo retângulo é a forma geométrica que possui um ângulo reto (90°) e dois outros ângulos agudos (menores que 90°). A soma de todos os ângulos internos do triângulo retângulo corresponde a 180°, o que caracteriza como um ângulo raso. Já seus dois ângulos agudos são conhecidos como complementares, já que a soma dos dois resultará em 90°.

Características do Triângulo Retângulo

O triângulo retângulo é formado por propriedades específicas que mudam de acordo com a posição do ângulo reto.



Lados do Triângulo Retângulo

Hipotenusa: lado oposto ao ângulo reto, sendo a maior lateral do triângulo retângulo. É representado na figura pela letra “h”.

Catetos: lados que compõem o próprio ângulo reto. Caso o lado esteja perto do ângulo reto, é conhecido como adjacente; se tiver em sentido contrário, é conhecido como oposto. São representados na figura pelas letras “a” e “b”.

Altura relativa à hipotenusa: comprimento entre a hipotenusa e o vértice oposto.

Projeções dos catetos: separação da altura da hipotenusa em duas partes.

Ângulos

Em todos os triângulos retângulos os ângulos internos são: um reto e dois agudos. Os vértices dos ângulos são representados na figura por “A”, “B” e “C”.

Por isso, temos:

- ✓ C é o ângulo de 90° (reto).
- ✓ A e B são os ângulos menores de 90° (ângulos agudos).

Área

Para encontrar a área de um triângulo retângulo, basta dividir por 2 o resultado da multiplicação da base (b) pela altura (h).

A fórmula fica:

$$A = \frac{b.h}{2}$$

O Teorema de Pitágoras

O Teorema de Pitágoras é um dos fundamentos mais conhecidos e utilizados pela matemática, especialmente na resolução de questões da geometria plana, geometria espacial, geometria analítica e trigonometria.

O teorema serve para encontrar a dimensão dos lados de um triângulo retângulo. A fórmula, que é bastante conhecida, é utilizada da seguinte forma:

a^2 (hipotenusa) = b^2 (cateto oposto) + c^2 (cateto adjacente)

Na matemática, quando o tamanho dos lados de um triângulo retângulo são números inteiros e positivos, é conhecido como triângulo pitagórico. Nessa categoria, os catetos e hipotenusas são chamados de "*terno pitagórico primitivo*" ou "*trio pitagórico*". Para entender se o comprimento dos três lados de um triângulo retângulo formam um trio, basta utilizar a fórmula base do Teorema de Pitágoras.

Um terno pitagórico primitivo é um terno em que os números são primos entre si. Os valores 3, 4 e 5, por exemplo, são um dos primeiros ternos primitivos estudados pela matemática. Vejamos no exemplo:

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Substituindo:

$$5^2 = 4^2 + 3^2$$

$$5.5 = (3.3) + (4.4)$$

$$25 = 9 + 16$$

$$25 = 25$$

Neste caso, a hipotenusa é o número 5 porque, como já vimos, ela compõe o maior lado de um triângulo retângulo. O cateto maior é o número 4 e o cateto menor o número 3.

Pelo fato de serem primos entre si, podemos notar que os múltiplos desses mesmos números também se transformam em um novo terno pitagórico.

Então, se multiplicarmos por 3 os valores 3, 4 e 5, encontraremos os resultados 9, 12 e 15 e assim sucessivamente. Vamos colocar na fórmula para testar a formação de um novo trio pitagórico a partir dos múltiplos de 9, 12 e 15.

$$a^2 = b^2 + c^2$$

Substituindo:

$$45^2 = 36^2 + 27^2$$

$$45 . 45 = (36 . 36) + (27 . 27)$$

$$2025 = 1296 + 729$$

$$2025 = 2025$$

Existe uma infinidade de outros ternos pitagóricos primitivos. Seguem abaixo alguns deles:

- ✓ 9,40,41
- ✓ 7,24,25
- ✓ 12,35,37
- ✓ 11,60,61
- ✓ 20,21,29

Enunciado do Problema 09

Escreva um programa que solicite três números inteiros positivos ao usuário e indique se estes valores correspondem aos lados de um triângulo retângulo. Neste caso, o programa deverá também exibir a área correspondente do triângulo.

Problema 10

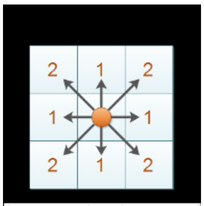
A Distância Manhattan.

No século 19 a cidade de Manhattan, no estado de Nova Iorque, nos EUA, enfrentava um problema sério no transporte público: cada taxista da cidade cobrava o valor que bem lhe entendesse do passageiro a cada corrida realizada. Era comum que duas viagens rigorosamente iguais custassem valores diferentes aos passageiros. Visando resolver essa situação, a prefeitura da cidade estabeleceu uma nova regra para o cálculo da distância das viagens, de forma que viagens equivalentes (em distância) deveriam ter o mesmo valor cobrado dos passageiros.

Definiu-se que referência para a medição da distância seria a quantidade de quarteirões percorridos pelo taxi (que naquela época, eram puxados a cavalo!).

Entendendo a medida

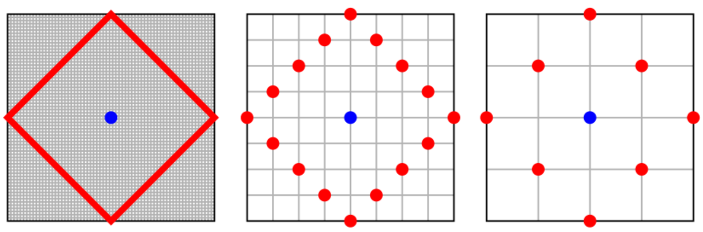
O conceito da distância Manhattan pode ser entendido a partir da figura abaixo:



$|x_1 - x_2| + |y_1 - y_2|$

São propriedades do método:

- ✓ Existe uma quantidade finita de caminhos entre origem e destino cujo comprimento corresponde a Distancia Manhattan.
- ✓ Um caminho legal (correto segundo a técnica) aceita apenas movimentos verticais (uma direção) ou horizontais (uma direção), mas nunca em diagonais.
- ✓ Para um ponto dado, um outro ponto a uma Distância Manhattan dada se situa, obrigatoriamente, nas laterais de um quadrado, como mostra a figura a seguir:



Para o cálculo da Distância Manhattan em um espaço 2D, um ponto é representado pelas coordenadas (x, y).

Considere dois pontos, P1 e P2:

```
P1: (X1, Y1)
P2: (X2, Y2)
```

Então, a Distancia Manhattan (D) é dada pela fórmula:

$$D = Abs[X1 - X2] + Abs[Y1 - Y2]$$

Esta técnica é utilizada em diversas aplicações, como por exemplo: Regressão Estatística, Processamento de Sinais (*Compressed Sensing*), Frequência Absoluta (na estatística), na definição de rotas de comunicação em Sistemas de Rede em Chip (NOC), entre diversas outras aplicações.

Enunciado do Problema 10

Escreva um programa que solicite ao usuário dois pontos (Origem e Destino) e devolva a Distância Manhattan entre eles. Lembrando que os pontos são definidos pelas coordenadas (X, Y).

Alguns casos de teste:

Origem		Destino		Distância
X1	Y1	X2	Y2	
1	1	3	4	5
3	2	4	5	4
-1	2	2	5	6
4	3	-2	-5	14