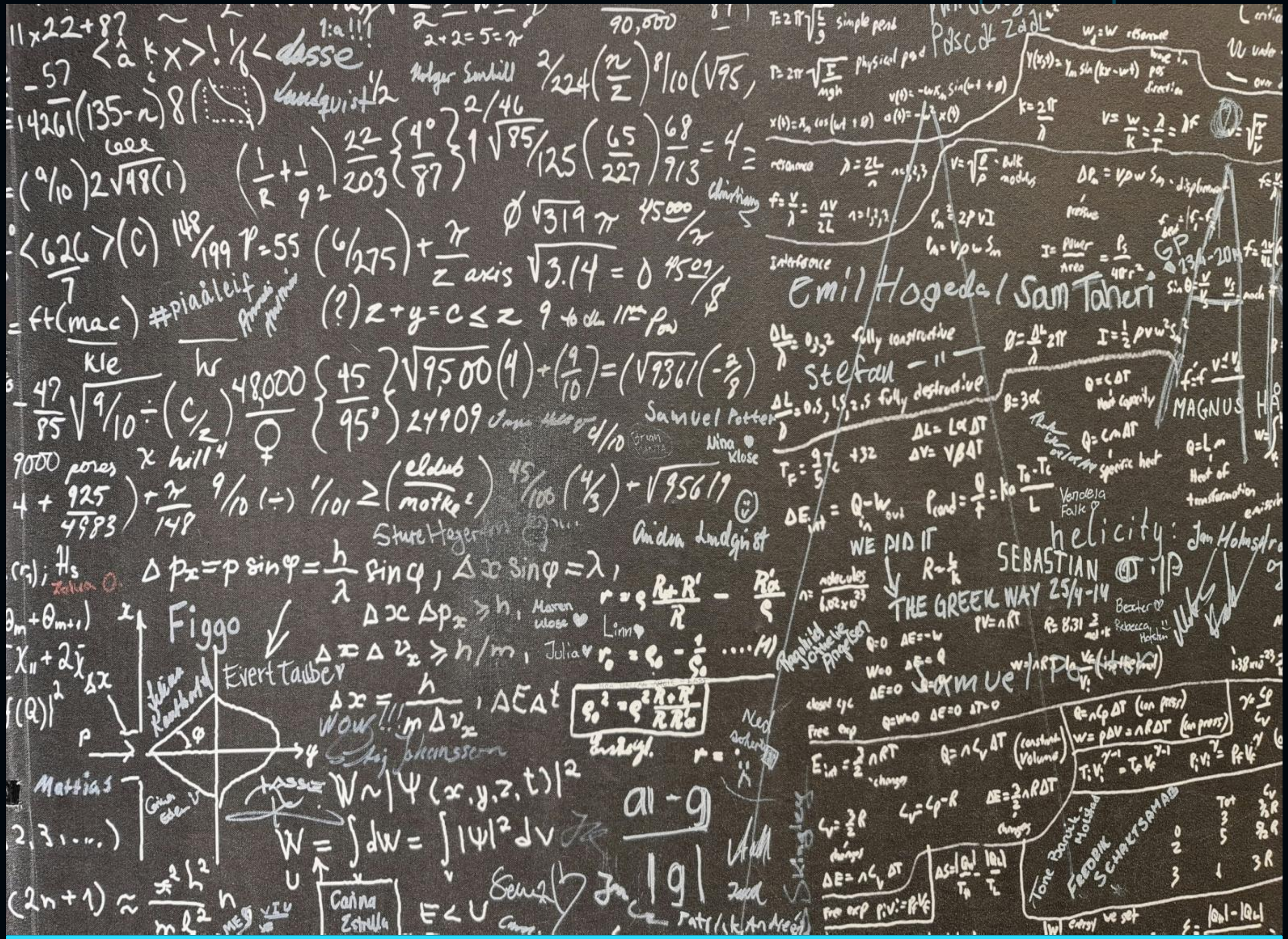
alura

CÁLCULO DIFERENCIAL

Limites



MERGULHE EM TECNOLOGIA_

Instrutor(a): João Miranda

LIMITE DE UMA FUNÇÃO

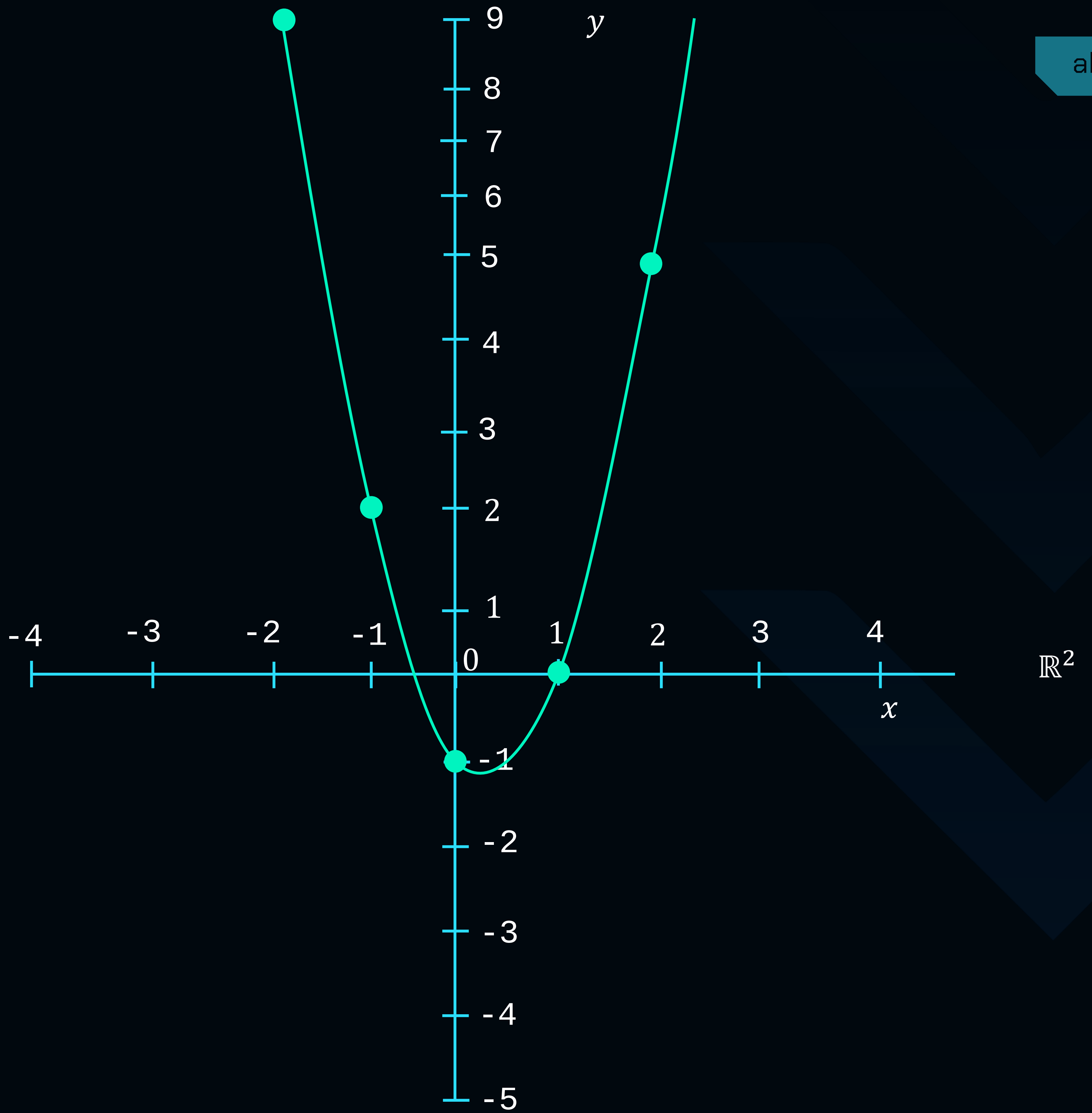
O limite tem o objetivo de determinar o comportamento de uma função à medida que ela se aproxima de alguns valores, sempre relacionando os pontos x e y.

$$\lim_{x \to a} f(x) = L$$

$$f(x) = 2x^2 - x - 1$$

x	y
-2	9
-1	2
0	-1
1	0
2	5

$$\lim_{x \to 0} f(x)$$

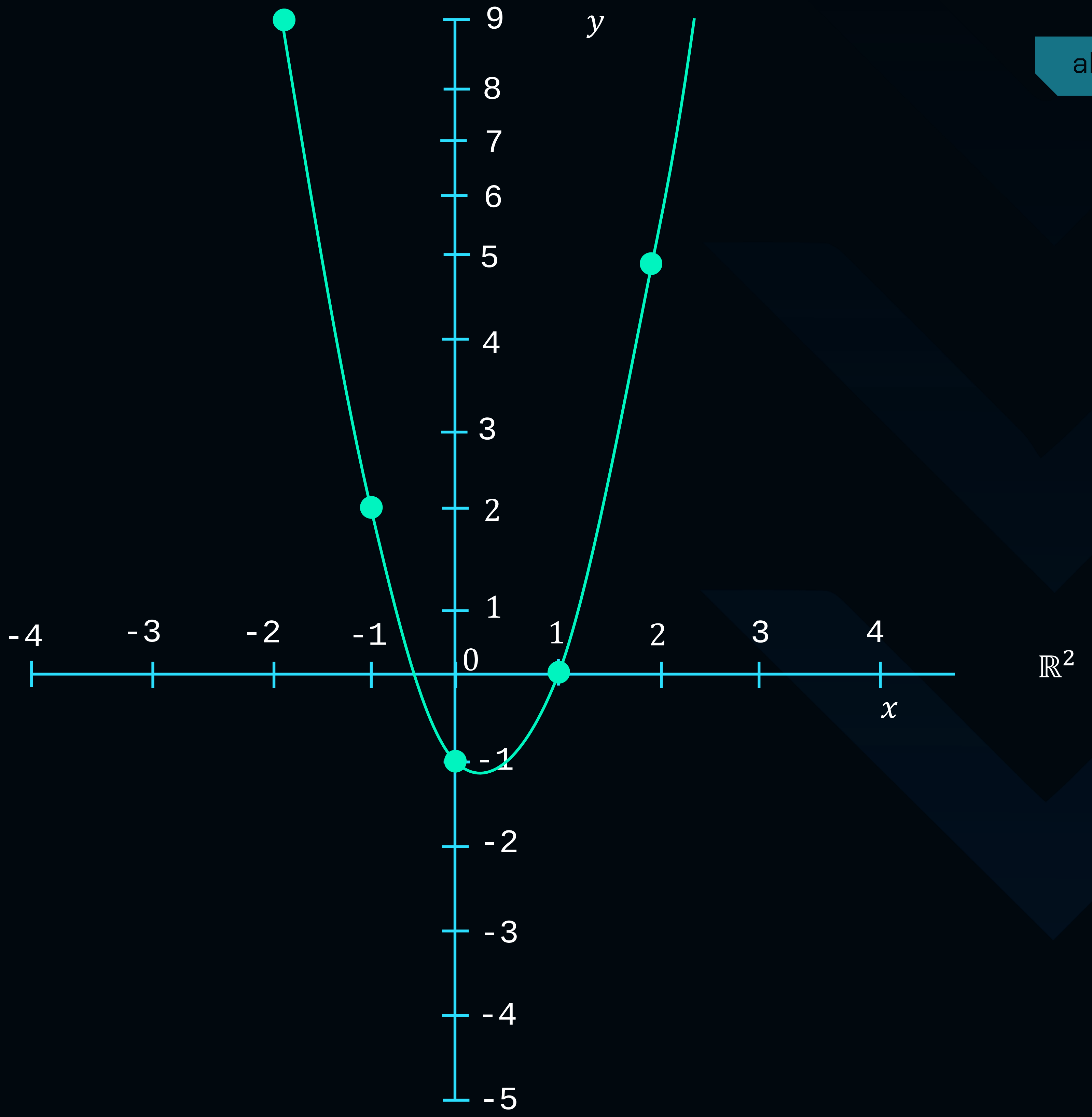


alura

$$f(x) = 2x^2 - x - 1$$

x	y
-2	9
-1	2
0	-1
1	0
2	5

$$\lim_{x \to 0} f(x) = -1$$



alura

LIMITES LATERAIS

Podemos avaliar o limite de uma função lateralmente. Avaliamos a aproximação de x pela esquerda e pela direita do ponto a.

$$\lim_{x \to a^-} f(x) \qquad \lim_{x \to a^+} f(x)$$

LIMITES LATERAIS

Se ambos os limites forem iguais a L, dizemos que o limite da função em a é L.

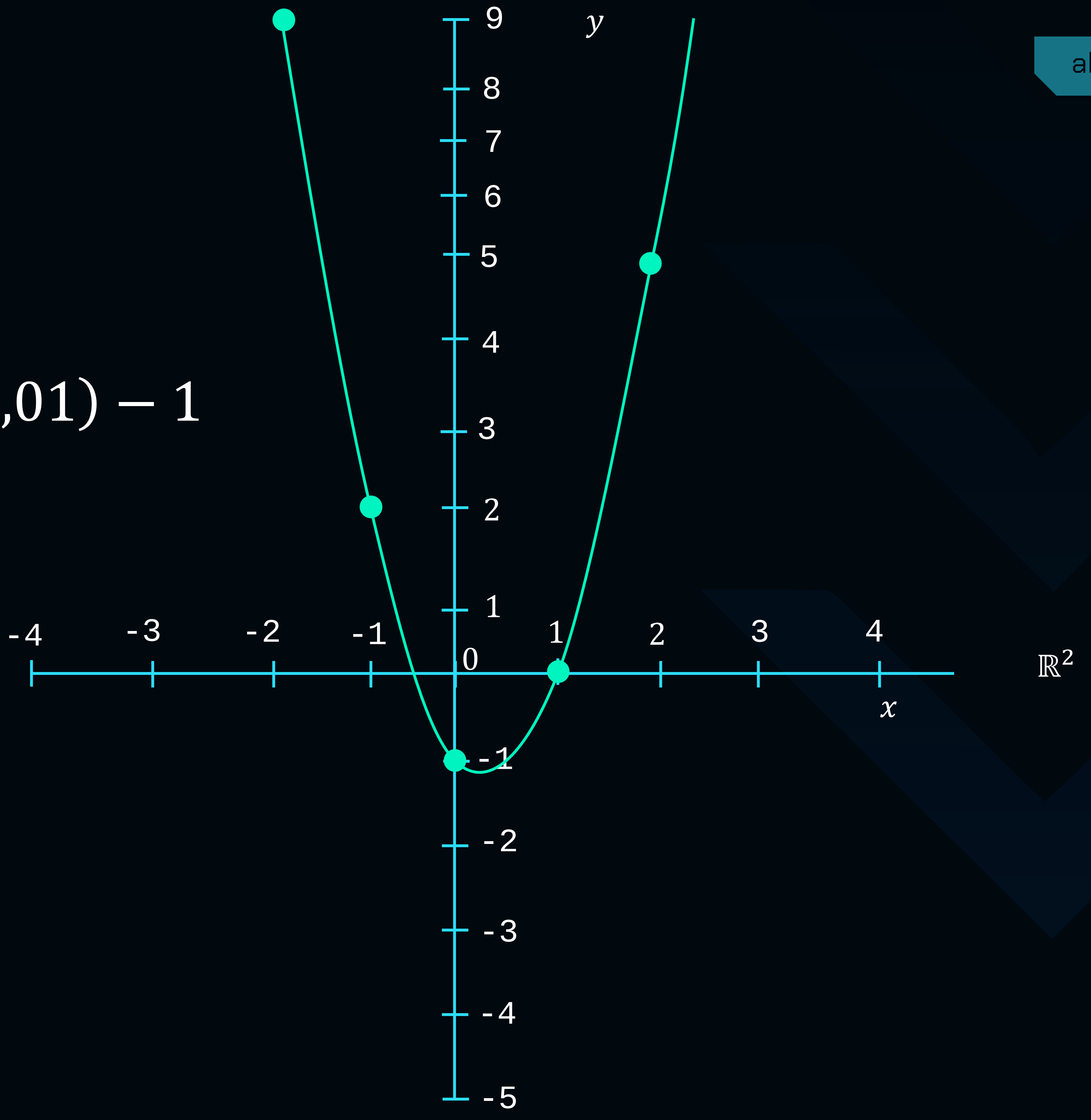
$$\lim_{x \to a^-} f(x) = L = \lim_{x \to a^+} f(x)$$

$f(x) = 2x^2 - x - 1$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) \approx 2(-0{,}01)^2 - (-0{,}01) - 1$$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) \approx 0{,}0002 - 0{,}99$$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) \approx -0{,}9898$$

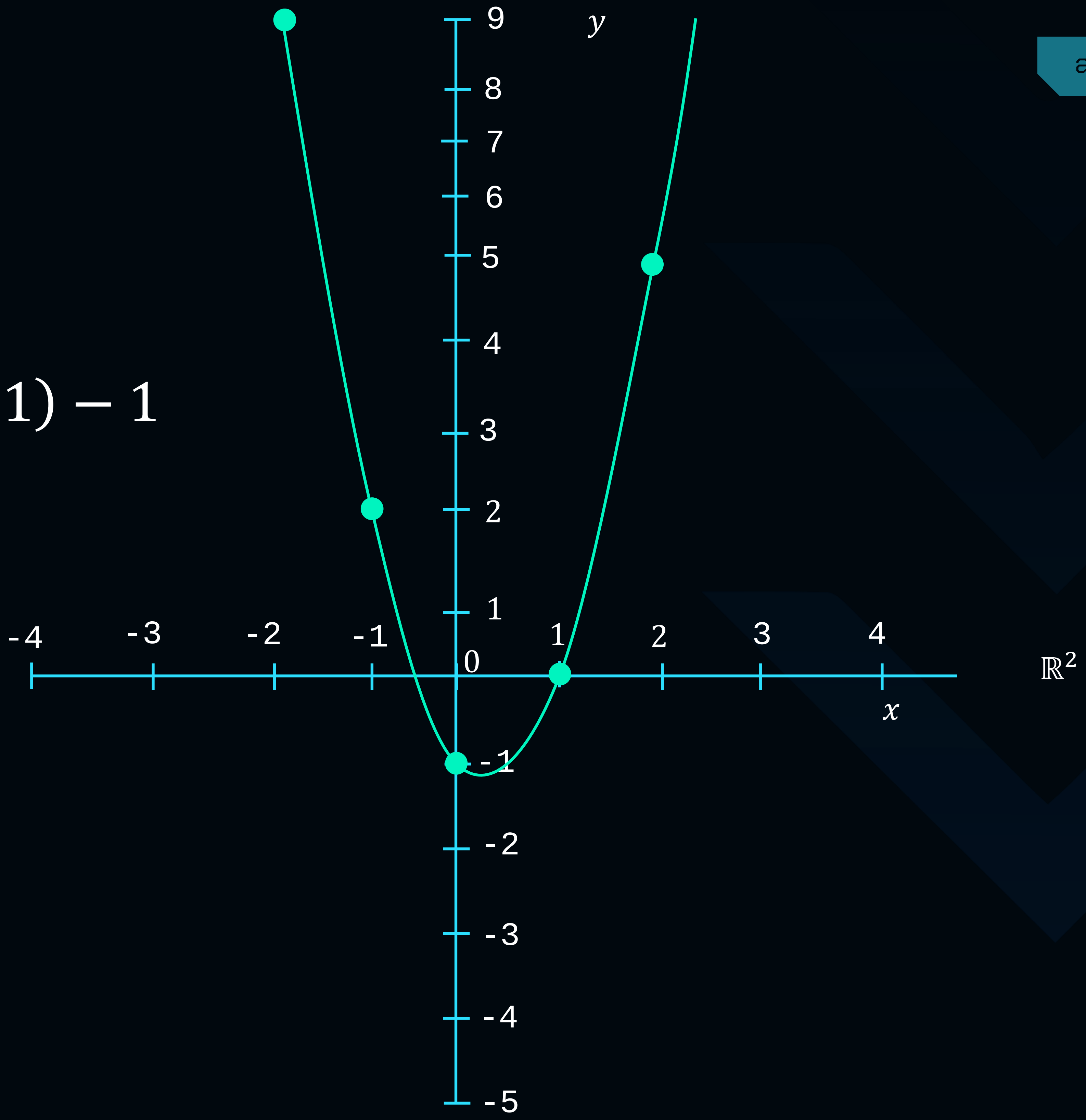


$f(x) = 2x^2 - x - 1$

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) \approx 2(0{,}01)^2 - (0{,}01) - 1$$

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) \approx 0{,}0002 - 1{,}01$$

$$\lim_{x \to 0^+} f(x) \approx -1{,}0098$$



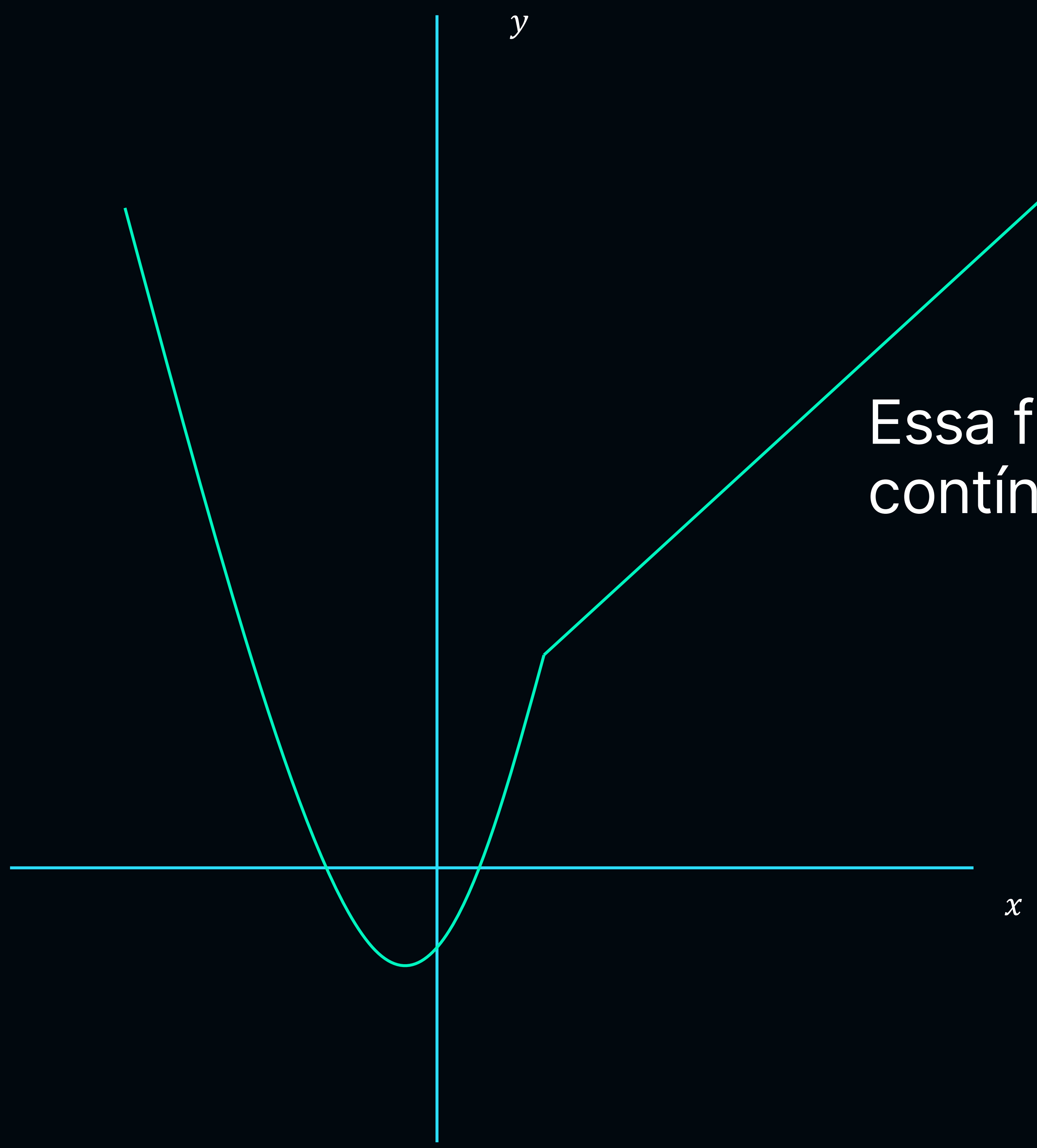
LIMITE DE UMA FUNÇÃO

A utilização de limites ajuda na compreensão de diversas situações envolvendo funções, através de pontos notáveis como mínimo e máximo ou até mesmo os pontos de intersecção entre funções.

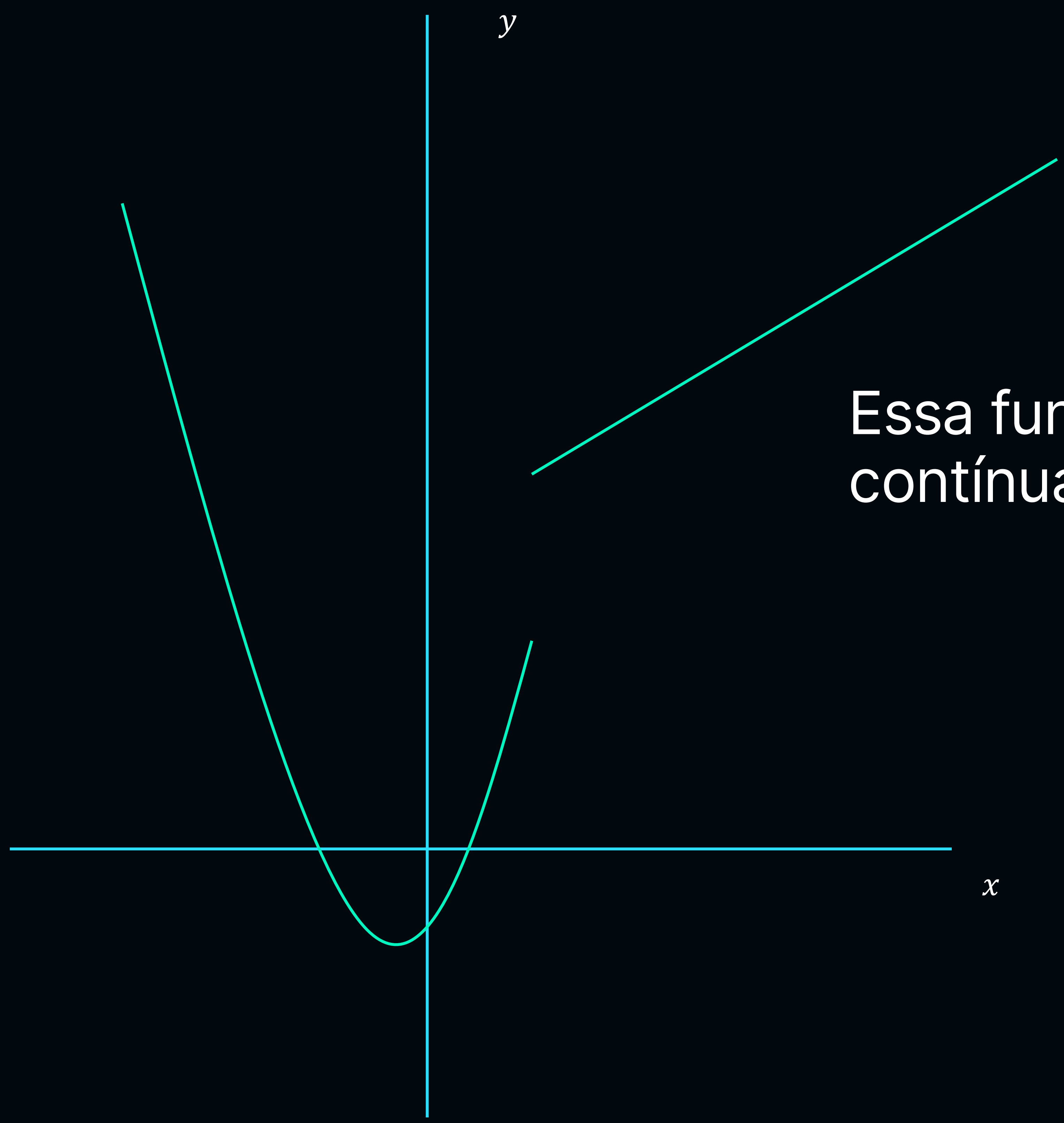
CONTINUIDADE

De forma simples, podemos dizer que uma função é contínua quando seu gráfico não possui nenhum ponto de quebra ou saltos. Quando podemos representar o gráfico de forma contínua.

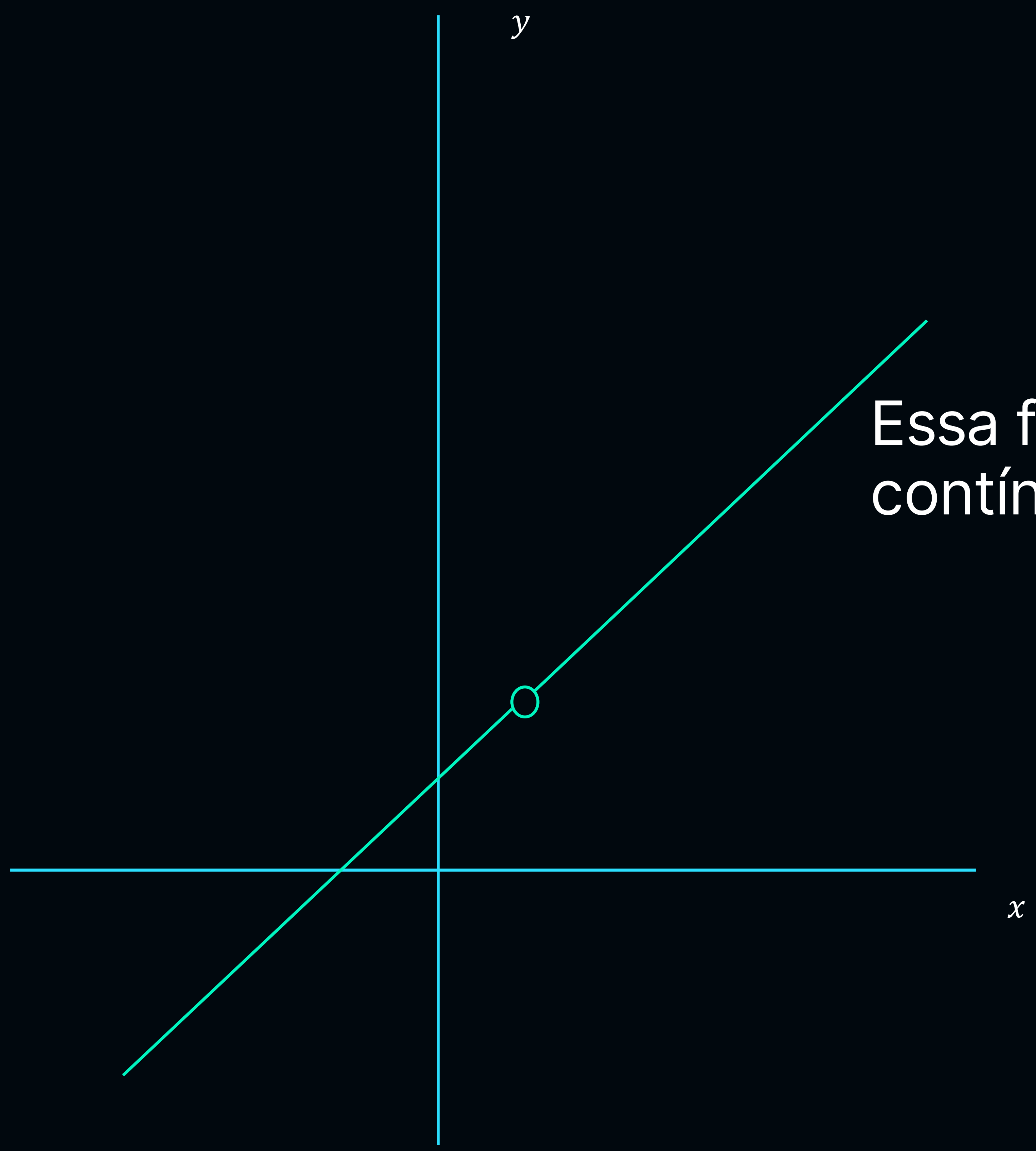
Essa função é considerada contínua.



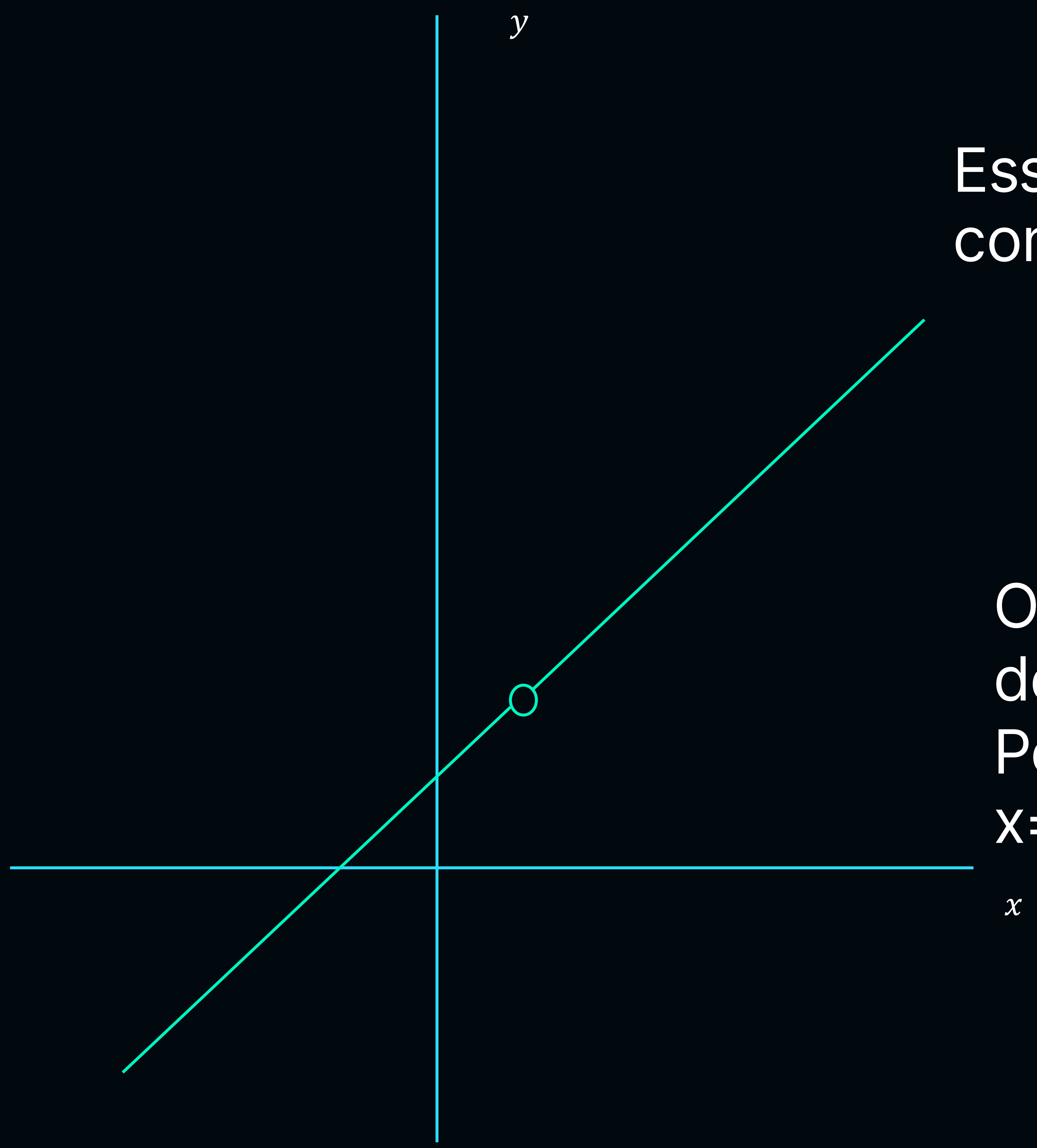
Essa função é considerada contínua.



Essa função não é considerada contínua.



Essa função não é considerada contínua.



Essa função não é considerada contínua.

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

Observe que, quando x = 1, o denominador é igual a 0. Portanto não existe valor quando x=1 para a função.

CONTINUIDADE

Uma função f(x) é contínua em x=a quando:

- $f(a)$ está definida
- $\lim_{x \to a} f(x)$ existe
- $\lim_{x \to a} f(x) = f(a)$

Se qualquer condição falhar, f(x) é descontínua.

EXEMPLO

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1}, se\ x \neq 1 \\ 1, se\ x = 1 \end{cases}$$

$f(x)$ é contínua em x=1?

$f(1)$ = 1, portanto f(1) está definida.

alura

EXEMPLO

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1}, se\ x \neq 1 \\ 1, se\ x = 1 \end{cases}$$

$f(x)$ **é contínua em x=1?**

$$\lim_{x \to 1} f(x) = \frac{1^2 - 1}{1 - 1} = \frac{0}{0}$$

alura

EXEMPLO

$$\boldsymbol{f(x)} = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1}, \boldsymbol{se\ x \neq 1} \\ \boldsymbol{1, se\ x = 1} \end{cases}$$

$f(x)$ é contínua em x=1?

$$\lim_{x \to 1} f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{(x+1)(x-1)}{x - 1}$$

EXEMPLO

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1}, se\ x \neq 1 \\ 1, se\ x = 1 \end{cases}$$

$f(x)$ **é contínua em x=1?**

$$\lim_{x \to 1} f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \frac{(x+1)\cancel{(x-1)}}{\cancel{x-1}}$$

EXEMPLO

$$\boldsymbol{f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1}, se\ x \neq 1 \\ 1, se\ x = 1 \end{cases}}$$

$f(x)$ é contínua em x=1?

$$\lim_{x \to 1} f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1} = x + 1$$

alura

EXEMPLO

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1}, se\ x \neq 1 \\ 1, se\ x = 1 \end{cases}$$

$f(x)$ é contínua em x=1?

$$\lim_{x \to 1} f(x) = \frac{x^2 - 1}{x - 1} = 1 + 1 = 2$$

$\lim_{x \to 1} f(x)$ **existe e é igual a 2**

alura

EXEMPLO

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1}, se\ x \neq 1 \\ 1, se\ x = 1 \end{cases}$$

$f(x)$ é contínua em x=1?

Porém $f(1) = 1 \neq \lim\limits_{x \to 1} f(x) = 2$

Portanto f(x) é descontínua em x = 1.

alura

EXEMPLO

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1}, se\ x \neq 1 \\ 2, se\ x = 1 \end{cases}$$

Já esta função seria contínua, uma vez que $f(1) = 2 = \lim_{x \to 1} f(x) = 2$