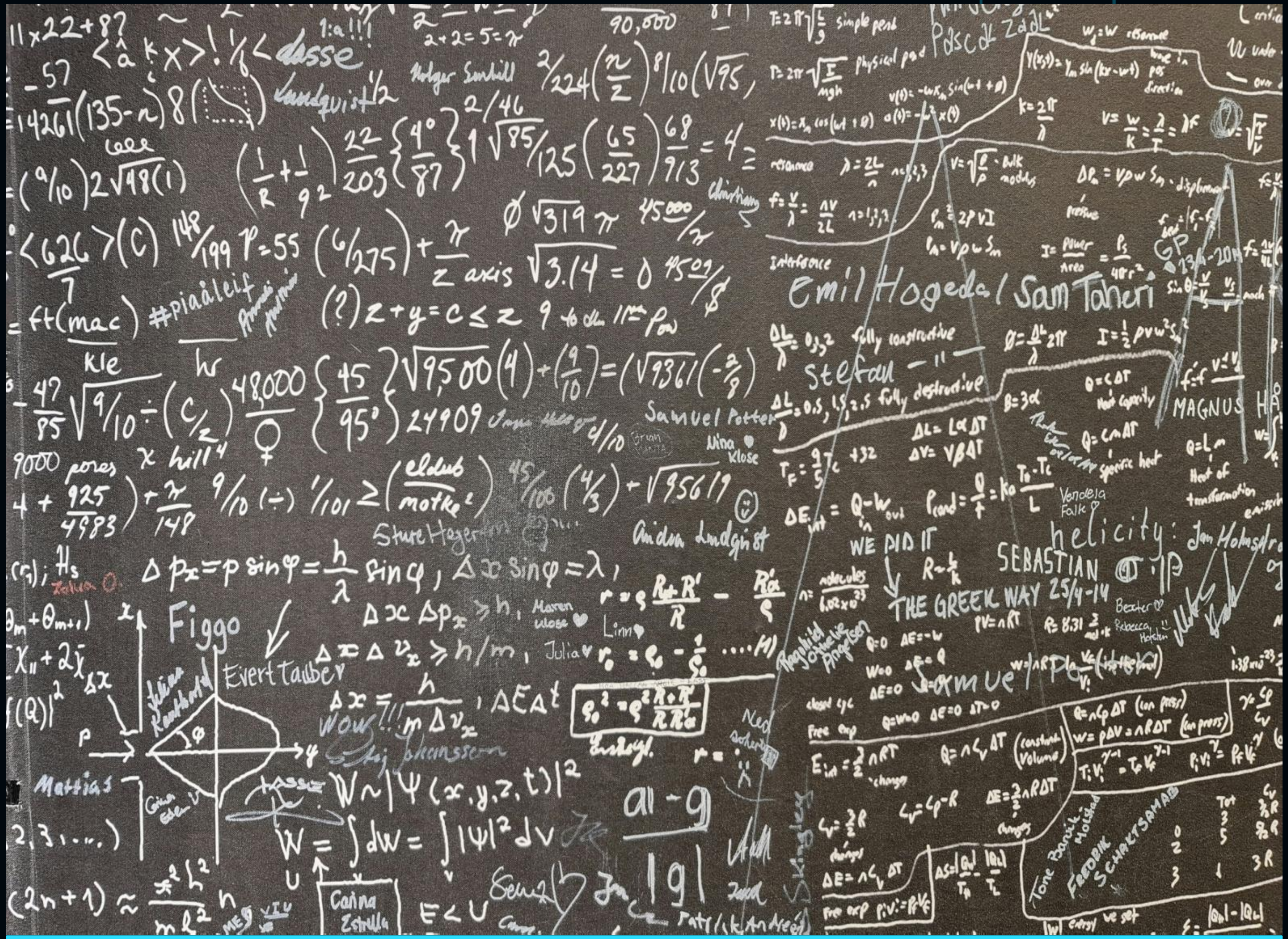
alura

ÁLGEBRA LINEAR

Matrizes



MERGULHE EM TECNOLOGIA_

Instrutor(a): João Miranda

MATRIZ

Matriz é uma tabela de valores organizada em linhas e colunas, no formato mxn, onde m representa o número de linhas (horizontal) e n o número de colunas (vertical).

MATRIZ

Uma matriz qualquer mxn é composta por elementos a_{ij}, onde i representa o número da linha e j representa o número da coluna.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix}$$

MATRIZ

A função das matrizes é relacionar dados numéricos. Com isso, ela se torna muito importante em diversas áreas, como a ciência de dados.

EXEMPLO

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 5 & 2 \\ 1 & -3 \\ 1/2 & -1 \end{bmatrix}$$

MATRIZ LINHA

A matriz linha é formada apenas por uma linha e diversas colunas.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \end{bmatrix}$$

alura

MATRIZ COLUNA

A matriz coluna é formada apenas por uma coluna e diversas linhas.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} \\ \cdots \\ a_{m1} \end{bmatrix}$$

MATRIZ QUADRADA

A matriz quadrada é uma matriz que possui o mesmo número de linhas e colunas.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$

MATRIZ NULA

A matriz nula possui todos os valores iguais a 0. Pode ter qualquer tamanho.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}$$

alura

IDENTIDADE

A matriz identidade é uma matriz quadrada que possui a diagonal principal igual a 1 e o restante igual a 0.

$$I_n = \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \dots & 1 & \dots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

// Matrizes

OPERAÇÕES

MULTIPLICAÇÃO POR ESCALAR

Assim como os vetores, é possível realizar a multiplicação de matrizes por escalares.

$$\alpha A = \begin{bmatrix} \alpha a_{11} & \dots & \alpha a_{1m} \\ \dots & \dots & \dots \\ \alpha a_{n1} & \dots & \alpha a_{nm} \end{bmatrix} \quad -\alpha A = \begin{bmatrix} -\alpha a_{11} & \dots & -\alpha a_{1m} \\ \dots & \dots & \dots \\ -\alpha a_{n1} & \dots & -\alpha a_{nm} \end{bmatrix}$$

SOMA

A soma de matrizes só pode ser realizada com matrizes de mesma dimensão (quantidade de linhas e colunas). A soma é elemento a elemento de acordo com a posição na matriz.

SOMA

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} b_{11} & \dots & b_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & \dots & b_{mn} \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} a_{11} + b_{11} & \dots & a_{1n} + b_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} + b_{m1} & \dots & a_{mn} + b_{mn} \end{bmatrix}$$

alura

EXEMPLO

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 2 \\ -2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} 4 & -3 & 1 \\ 5 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} 1+4 & 4-3 & 2+1 \\ -2+5 & 1+0 & 0+2 \end{bmatrix}$$

$$A + B = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

PROPRIEDADES DA SOMA

- **COMUTATIVA:** $A + B = B + A$
- **ASSOCIATIVA:** $(A + B) + C = A + (B + C)$
- **ELEMENTO OPOSTO:** $A + (-A) = -A + A = 0$
- **ELEMENTO NEUTRO:** $A + 0 = 0 + A = A$
- **SUBTRAÇÃO:** $A - B = A + (-B)$

TRANSPOSTA

A transposta de uma matriz é obtida trocando a posição das linhas pelas colunas.

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1m} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix} \qquad A^t = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{n1} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{1m} & \dots & a_{nm} \end{bmatrix}$$

EXEMPLO

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -4 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$A^t = \begin{bmatrix} 2 & -4 \\ 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

MULTIPLICAÇÃO

A multiplicação de duas matrizes A e B, só é possível se o número de colunas de A for igual ao número de linhas de B. O resultado terá o número de linhas de A e número de colunas de B.

$$A_{m\times p}.\,B_{p\times n} = C_{m\times n}$$

MULTIPLICAÇÃO

A multiplicação de A por B é feita a partir do produto escalar de cada linha da matriz A por cada coluna da matriz B.

MULTIPLICAÇÃO

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1p} \\ \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & \dots & a_{mp} \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} b_{11} & \dots & b_{1n} \\ \dots & \dots & \dots \\ b_{p1} & \dots & b_{pn} \end{bmatrix} \qquad C = A.B$$

$$c_{11} = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1p} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_{11} \\ \dots \\ b_{p1} \end{bmatrix} \qquad c_{ij} = \begin{bmatrix} a_{i1} & \dots & a_{ip} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} b_{1j} \\ \dots \\ b_{pj} \end{bmatrix}$$

$$c_{ij} = a_{i1}.b_{1j} + \cdots + a_{ip}.b_{pj}$$

MULTIPLICAÇÃO

$$A_{2\times 3} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix} \qquad B_{3\times 2} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$$

$$C_{2\times 2} = A.B = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 1 & -2 & 0 \end{bmatrix} \text{x} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 2 & 1 \\ 1 & -3 \end{bmatrix}$$

$$A.B = \begin{bmatrix} 2\times 3 + 4\times 2 + 5\times 1 & 2\times 0 + 4\times 1 + 5\times(-3) \\ 1\times 3 + (-2)\times 2 + 0\times 1 & 1\times 0 + (-2)\times 1 + 0\times(-3) \end{bmatrix}$$

alura

MULTIPLICAÇÃO

$$A.B = \begin{bmatrix} 2 \times 3 + 4 \times 2 + 5 \times 1 & 2 \times 0 + 4 \times 1 + 5 \times (-3) \\ 1 \times 3 + (-2) \times 2 + 0 \times 1 & 1 \times 0 + (-2) \times 1 + 0 \times (-3) \end{bmatrix}$$

$$A.B = \begin{bmatrix} 6 + 8 + 5 & 0 + 4 - 15 \\ 3 - 4 + 0 & 0 - 2 + 0) \end{bmatrix}$$

$$A.B = \begin{bmatrix} 19 & -11 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}$$

PROPRIEDADES DA MULTIPLICAÇÃO

- **NÃO É COMUTATIVA:** $A.B \neq B.A$
- **ASSOCIATIVA:** $(A.B).C = A.(B.C)$
- **DISTRIBUTIVA ESQ.:** $A.(B + C) = A.B + A.C$
- **DISTRIBUTIVA DIR.:** $(B + C).A = B.A + C.A$
- **ELEMENTO NEUTRO:** $A.I_n = I_n.A = A$