



Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE CIENCIAS

ESTRUCTURAS DISCRETAS

LICENCIATURA EN CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN

# TAREA 03: CIRCUITOS Y LOGICA DE PRIMER ORDEN.

*Primer Parcial*

Autores:

Ramírez Mendoza Joaquín Rodrigo  
Villalobos Juárez Gontran Eliut  
Treviño Puebla Héctor Jerome

Agosto 2024

## Tarea 03: Circuitos y logica de primer orden.

Ramírez Mendoza Joaquín Rodrigo  
Villalobos Juárez Gontran Eliut  
Treviño Puebla Héctor Jerome

10 de noviembre de 2024

**Asumiendo los axiomas de un álgebra booleana  $A = \{0,1,+, \cdot\}$  demostrar las siguientes propiedades:**

- a) Idempotencia:  $x + x = x$  y  $xx = x$ .
- b) Idempotencia de complemento:  $(\bar{\bar{x}}) = x$ .
- c) Elemento dominante:  $x + 1 = 1$  y  $x0 = 0$ .
- d) Absorción:  $x + xy = x$  y  $x(x + y) = x$ .

Dem a) : Sea  $x$  un elemento del álgebra booleana

$$\begin{aligned}
 (x + x) &= (x + x) \cdot 1 \\
 &= (x + x) \cdot (x + \bar{x}) \\
 &= x + x\bar{x} \\
 &= x + 0 \\
 &= x \blacksquare
 \end{aligned}$$

Dem : Sea  $x$  un elemento del álgebra booleana

$$\begin{aligned}
 xx &= xx + 0 \\
 &= xx + (x\bar{x}) \\
 &= x \cdot (x + \bar{x}) \\
 &= x \cdot 1 \\
 &= x
 \end{aligned}$$

Dem b) : Sea  $x$  un elemento del álgebra booleana

$$(\bar{\bar{x}}) = x$$

Dem c) : Sea  $x$  un elemento del álgebra booleana

$$(x + 1) = 1$$

Dem : Sea  $x$  un elemento del álgebra booleana

$$x0 = 0$$

Dem d) : Sea  $x$  un elemento del álgebra booleana

$$\begin{aligned}
 x + xy &= x \\
 (x + x)(x + y) &= \\
 x(x + y) &= \\
 x(1 \cdot (1 + y)) &= \\
 x(1 \cdot 1) &= \\
 x(1) &= \\
 x &= x
 \end{aligned}$$

Dem : Sea  $x$  un elemento del álgebra booleana

$$\begin{aligned}
 x(x + y) &= x \\
 x \cdot x + x \cdot y &= \\
 x + x \cdot y &= \\
 x(1 + 1 \cdot y) &= \\
 x(1) &= \\
 x &= x
 \end{aligned}$$

**Expresar las siguientes oraciones como fórmulas de la lógica de predicados; indicar las constantes, las variables, los cuantificadores y su alcance:**

a) Hay algunos médicos que son odontólogos.

b) Ninguna planta es mamífero o pez.

c) Cualquiera puede tomarle el pelo a la directora.

d) Hay un abogado a quien cualquiera le toma el pelo

e) Cada uno de los estudiantes aprueba el examen con 10.

f) Un estudiante reprobó el examen y abandonó el curso

g) Los gatos son mamíferos.

h) Un perro mordió a María.

i) Las novelas de Cervantes son buenas y divertidas

j) Si todos los gatos son felinos, entonces todos los gatos son mamíferos

**a) Hay algunos médicos que son odontólogos.**

**Variables:**  $x$  es la variable

**Constantes:**  $m$  = Médico,  $o$  = Odontólogo

**Funciones:**  $S(x, m) = x$  es Médico;  $S(x, o) = x$  es Odontólogo

**Cuantificadores:**  $\exists$  es el cuantificador

**Expresión:**  $\exists x(S(x, m) \wedge S(x, o))$

**Alcance:** incluye toda la expresión que le sigue

**e) Cada uno de los estudiantes aprueba el examen con 10.**

**Variables:**  $x, y$

**Constantes:**  $c = 10$

**Funciones:**  $E(x) = x$  es estudiante;  $A(x, c) = x$  aprobó el examen con  $c$

**Cuantificadores:**  $\forall$  es el cuantificador

**Expresión:**  $\forall x(E(x) \wedge A(x, c))$

**Alcance:** El alcance de  $\forall$  es para toda la expresión.

**b) Ninguna planta es mamífero o pez.**

**Variables:**  $x$  es la variable

**Constantes:**

**Funciones:**  $P(x) = x$  es planta;  $M(x) = x$  es mamífero;  $Pz(x) = x$  es pez.

**Cuantificadores:**  $\forall$  es el cuantificador

**Expresión:**  $\forall x(P(x) \rightarrow \neg(M(x) \vee Pz(x)))$

**Alcance:** incluye toda la expresión que le sigue

**f) Un estudiante reprobó el examen y abandonó el curso**

**Variables:**  $x$

**Constantes:** No hay

**Funciones:**  $E(x) = x$  es estudiante;  $R(x) = x$  reprobó el examen;  $A(x) = x$  abandonó el curso

**Cuantificadores:**  $\forall$  es el cuantificador

**Expresión:**  $\forall x(E(x) \wedge R(x) \wedge A(x))$

**Alcance:** El alcance de  $\forall$  es para toda la expresión

**c) Cualquiera puede tomarle el pelo a la directora.**

**Variables:**  $x, y$

**Constantes:**  $d$  = directora

**Funciones:**  $P(x, y) = x$  le toma el pelo a  $y$

**Cuantificadores:**  $\forall$  (para todo)

**Alcance:** incluye toda la expresión que le sigue

**Expresión:**  $\forall x(P(x, d))$

**g) Los gatos son mamíferos.**

**Variables:**  $x$

**Constantes:** No hay

**Funciones:**  $M(x) = x$  son mamíferos,  $G(x) = x$  es gato

**Cuantificadores:**  $\forall$

**Expresión:**  $\forall x(G(x) \rightarrow M(x))$

**Alcance:** El alcance de  $\forall$  es para toda la expresión

**d) Hay un abogado a quien cualquiera le toma el pelo**

**Variables:**  $x, y$

**Constantes:** NO hay

**Funciones:**  $P(x, y) = x$  le toma el pelo a  $y$ ;  $A(y) = y$  es abogado

**Cuantificadores:**  $\exists$  y  $\forall$  son los cuantificadores

**Expresión:**  $\exists y(A(y) \wedge \forall x P(x, y))$

**Alcance:** El alcance de  $\exists$  es sobre toda la expresión y para  $\forall$  es para el predicado  $P$

**h) Un perro mordió a María**

**Variables:**  $x, y$

**Constantes:**  $m$  = María

**Funciones:**  $P(x) = x$  es perro;  $M(x, m) = x$  mordió a María

**Cuantificadores:**  $\exists$

**Expresión:**  $\exists x(P(x) \wedge M(x, m))$

**Alcance:** El alcance de  $\exists$  es para toda la expresión

i) Las novelas de Cervantes son buenas y divertidas

**Variables:**  $x$

**Constantes:**  $c = \text{Cervantes}$

**Funciones:**  $N(x, c) = x$  novela de Cervantes;  $B(x) = x$  es buena;  $D(x) = x$  es divertida

**Cuantificadores:**  $\forall$

**Expresión:**  $\forall x(N(x, c) \rightarrow (B(x) \wedge D(x)))$

**Alcance:** El alcance de  $\forall$  abarca toda la expresión.

j) Si todos los gatos son felinos, entonces todos los gatos son mamífero

**Variables:**  $x$

**Constantes:** No hay

**Funciones:**  $G(x) = x$  es gato;  $F(x) = x$  es felino;  $M(x) = x$  es mamífero

**Cuantificadores:**  $\forall$

**Expresión:**  $\forall x(G(x) \rightarrow F(x)) \rightarrow (\forall x(G(x) \rightarrow M(x)))$

**Alcance:** El alcance de  $\forall x$  es la subexpresión  $G(x) \rightarrow F(x)$  y el alcance del segundo cuantificador  $\forall x$  es la subexpresión  $G(x) \rightarrow M(x)$