Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Ciencias

Estructuras Discretas

Licenciatura en Ciencias de la Computación

Tarea 03: Circuitos y logica de primer orden.

Primer Parcial

Autores:
Ramírez Mendoza Joaquín Rodrigo
Villalobos Juárez Gontran Eliut
Treviño Puebla Héctor Jerome

Agosto 2024

Tarea 03: Circuitos y logica de primer orden.

Ramírez Mendoza Joaquín Rodrigo
Villalobos Juárez Gontran Eliut
Treviño Puebla Héctor Jerome

10 de noviembre de 2024

Asumiendo los axiomas de un álgebra booleana A = {0,1,+,·} demostrar las siguientes propiedades:

a) Idempotencia: $x + x = x$ y $xx = x$.

b) Idempotencia de complemento: $(\bar{\bar{x}}) = x$.

c) Elemento dominante: $x + 1 = 1$ y $x0 = 0$.

d) Absorción: $x + xy = x$ y $x(x + y) = x$.

Dem a) : Sea x un elemento del álgebra booleana

$$\begin{aligned}(x + x) &= (x + x) \cdot 1 \\ &= (x + x) \cdot (x + \bar{x}) \\ &= x + x\bar{x} \\ &= x + 0 \\ &= x \; \blacksquare\end{aligned}$$

Dem : Sea x un elemento del álgebra booleana

$$\begin{aligned}xx &= xx + 0 \\ &= xx + (x\bar{x}) \\ &= x \cdot (x + \bar{x}) \\ &= x \cdot 1 \\ &= x\end{aligned}$$

Dem b) : Sea x un elemento del álgebra booleana

$$(\bar{\bar{x}}) = x$$

Dem c) : Sea x un elemento del álgebra booleana

$(x + 1) = 1$

$$\begin{aligned}x + 1 &= x + 1 \quad \text{(expresión inicial)} \\ &= (x + 1)(1) \quad \text{(identidad multiplicativa: } a1 = a) \\ &= (x + 1)(x + x') \quad \text{(complemento: } x + x' = 1) \\ &= xx + xx' + 1x + 1x' \quad \text{(distributiva)} \\ &= x + x + 1 + 1 \quad \text{(identidad: } xx = x,\ xx' = 0) \\ &= x + 1 \quad \text{(idempotencia: } x + x = x) \\ &= 1 \quad \text{(por los pasos anteriores)} \quad \blacksquare\end{aligned}$$

Dem : Sea x un elemento del álgebra booleana

$$x0 = 0$$

Dem d) : Sea x un elemento del álgebra booleana

$$(x + xy) = x$$

Dem : Sea x un elemento del álgebra booleana

$$x(x + y) = x$$

Expresar las siguientes oraciones como fórmulas de la lógica de predicados; indicar las constantes, las variables, los cuantificadores y su alcance:

a) Hay algunos médicos que son odontologos.

b) Ninguna planta es mamífero o pez.

c) Cualquiera puede tomarle el pelo a la directora.

d) Hay un abogado a quien cualquiera le toma el pelo

e) Cada uno de los estudiantes aprobo el examen con 10.

f) Un estudiante reprobo el examen y abandono el curso

g) Los gatos son mamiferos.

h) Un perro mordio a María.

i) Las novelas de Cervantes son buenas y divertidas

j) Si todos los gatos son felinos, entonces todos los gatos son mamifero

a) Hay algunos médicos que son odontologos.
Variables: x es la variable
Constantes: $m =$ Médico, $o =$ Odontólogo
Funciones: $S(x,m) = x$ es Médico; $S(x,o) = x$ es Odontólogo
Cuantificadores: $\exists$ es el cuantificador
Expresión: $\exists x(S(x,m) \wedge S(x,o))$
Alcance: incluye toda la expresión que le sigue

b) Ninguna planta es mamífero o pez.
Variables: x es la variable
Constantes:
Funciones: $P(x) = x$ es planta; $M(x) = x$ es mamífero; $Pz(x) = x$ es pez.
Cuantificadores: $\forall$ es el cuantificador
Expresión $\forall x(P(x) \rightarrow \neg(M(x) \vee Pz(x)))$
Alcance: incluye toda la expresión que le sigue

c) Cualquiera puede tomarle el pelo a la directora.
Variables: x, y
Constantes: $d = directora$
Funciones: $P(x,y) =$ x le toma el pelo a y
Cuantificadores: $\forall$ (para todo)
Alcance: incluye toda la expresión que le sigue
Expresión: $\forall x(P(x,d))$

d) Hay un abogado a quien cualquiera le toma el pelo
Variables: x, y
Constantes: NO hay
Funciones: $P(x,y) =$ x le toma el pelo a y; $A(y) =$ y es abogado
Cuantificadores: $\exists$ y $\forall$ son los cuantificadores
Expresión: $\exists y(A(y) \wedge \forall x P(x,y))$
Alcance: El alcance de $\exists$ es sobre todas la expresión y para $\forall$ es para la el predicado P

e) Cada uno de los estudiantes aprobo el examen con 10.
Variables: x, y
Constantes: $c = 10$
Funciones: $E(x) = x$ es estudiante; $A(x,c) = x$ aprobó el examen con c
Cuantificadores: $\forall$ es el cuantificador
Expresión: $\forall x(E(x) \wedge A(x,c))$
Alcance: El alcance de $\forall$ es para toda la expresión.

f) Un estudiante reprobo el examen y abandono el curso
Variables: x
Constantes: No hay
Funciones: $E(x) = x$ es estudiante; $R(x) = x$ reprobo el examen; $A(x) = x$ abandono el curso
Cuantificadores: $\forall$ es el cuantificador
Expresión: $\forall x(E(x) \wedge R(x) \wedge A(x))$
Alcance: El alcance de $\forall$ es para toda la expresión

g) Los gatos son mamiferos.
Variables: x
Constantes: No hay
Funciones: $M(x) = x$ son mamíferos, $G(x) = x$ es gato
Cuantificadores: $\forall$
Expresión: $\forall x(G(x) \rightarrow M(x))$
Alcance: El alcance de $\forall$ es para toda la expresión

h) Un perro mordio a María
Variables: x, y
Constantes:$m =$ María
Funciones: $P(x) = x$ es perro; $M(x,m) = x$ mordió a María
Cuantificadores: $\exists$
Expresión: $\exists x(P(x) \wedge M(x,m))$
Alcance: El alcance de $\exists$ es para toda la expresión

i) Las novelas de Cervantes son buenas y divertidas
Variables: x
Constantes: $c =$ Cervantes
Funciones: $N(x, c) = x$ novela de Cervantes; $B(x) = x$ es buena; $D(x) = x$ es divertida
Cuantificadores: $\forall$
Expresión: $\forall x(N(x, c) \to (B(x) \land D(x)))$
Alcance: El alcance de $\forall$ abarca toda la expresión.

j) Si todos los gatos son felinos, entonces todos los gatos son mamifero
Variables: x
Constantes: No hay
Funciones: $G(x) = x$ es gato; $F(x) = x$ es felino; $M(x) = x$ es mamífero
Cuantificadores: $\forall$
Expresión: $\forall x(G(x) \to F(x)) \to (\forall x(G(x) \to M(x)))$
Alcance: El alcance de $\forall x$ es la subexpresión $G(x) \to F(x)$ y el alcance del segundo cuantificador $\forall x$ es la subexpresión $G(x) \to M(x)$