



Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE CIENCIAS

ESTRUCTURAS DISCRETAS

LICENCIATURA EN CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN

TAREA 03: CIRCUITOS Y LOGICA DE PRIMER ORDEN.

Primer Parcial

Autores:

Ramírez Mendoza Joaquín Rodrigo
Villalobos Juárez Gontran Eliut
Treviño Puebla Héctor Jerome

Agosto 2024

Tarea 03: Circuitos y logica de primer orden.

Ramírez Mendoza Joaquín Rodrigo
Villalobos Juárez Gontran Eliut
Treviño Puebla Héctor Jerome

10 de noviembre de 2024

1) Asumiendo los axiomas de un álgebra booleana $A = \{0,1,+, \cdot\}$ demostrar las siguientes propiedades:

- a) Idempotencia: $x + x = x$ y $xx = x$.
- b) Idempotencia de complemento: $(\bar{\bar{x}}) = x$.
- c) Elemento dominante: $x + 1 = 1$ y $x0 = 0$.
- d) Absorción: $x + xy = x$ y $x(x + y) = x$.

Dem a) : Sea $x \in A$ un elemento del álgebra booleana

$$\begin{aligned}(x + x) &= (x + x) \cdot 1 \\ &= (x + x) \cdot (x + \bar{x}) \\ &= x + x\bar{x} \\ &= x + 0 \\ &= x \blacksquare\end{aligned}$$

Dem : Sea $x \in A$ un elemento del álgebra booleana

$$\begin{aligned}xx &= xx + 0 \\ &= xx + (x\bar{x}) \\ &= x \cdot (x + \bar{x}) \\ &= x \cdot 1 \\ &= x\end{aligned}$$

Dem b) : Sea $x \in A$ un elemento del álgebra booleana

Supongamos $\bar{\bar{x}} \neq x$

$$\begin{aligned}x + \bar{x} &= 1; x \cdot \bar{x} = 0 \\ \bar{x} + \bar{\bar{x}} &= 1; \bar{x} \cdot \bar{\bar{x}} = 0 \\ x + \bar{x} &= \bar{x} + \bar{\bar{x}} = 1\end{aligned}$$

Unicidad del complemento, x y $\bar{\bar{x}}$ son complemento de \bar{x}

$$\begin{aligned}\implies x &= \bar{\bar{x}} ! \\ \therefore \bar{\bar{x}} &= x \blacksquare\end{aligned}$$

Dem c) : Sea $x \in A$ un elemento del álgebra booleana

$$\begin{aligned}(x + 1) &= x + (x + \bar{x}) \\ &= (x + x) + \bar{x} \\ &= x + \bar{x} \\ &= 1\end{aligned}$$

Dem : Sea $x \in A$ un elemento del álgebra booleana

$$\begin{aligned}x \cdot 0 &= x \cdot (x \cdot \bar{x}) \\ &= (x \cdot x) \cdot \bar{x} \\ &= (x \cdot x) \cdot \bar{x} \\ &= x \cdot \bar{x} \\ &= 0\end{aligned}$$

Dem d) : Sea $x \in A$ un elemento del álgebra booleana

$$\begin{aligned}x + xy &= x \\ (x + x)(x + y) &= \\ x(x + y) &= \\ x(1 \cdot (1 + y)) &= \\ x(1 \cdot 1) &= \\ x(1) &= \\ x &= x\end{aligned}$$

Dem : Sea $x \in A$ un elemento del álgebra booleana

$$\begin{aligned}x(x + y) &= x \\ x \cdot x + x \cdot y &= \\ x + x \cdot y &= \\ x(1 + 1 \cdot y) &= \\ x(1) &= \\ x &= x\end{aligned}$$

Dibuja los circuitos lógicos para las siguientes expresiones

Dibuja los circuitos lógicos para las siguientes expresiones:

- (a) $xyz \oplus x\bar{y}z$
- (b) $xy + x\bar{y}$
- (c) $xy\bar{z} + x\bar{y}z$
- (d) $\bar{x} + \bar{y} + xyz$

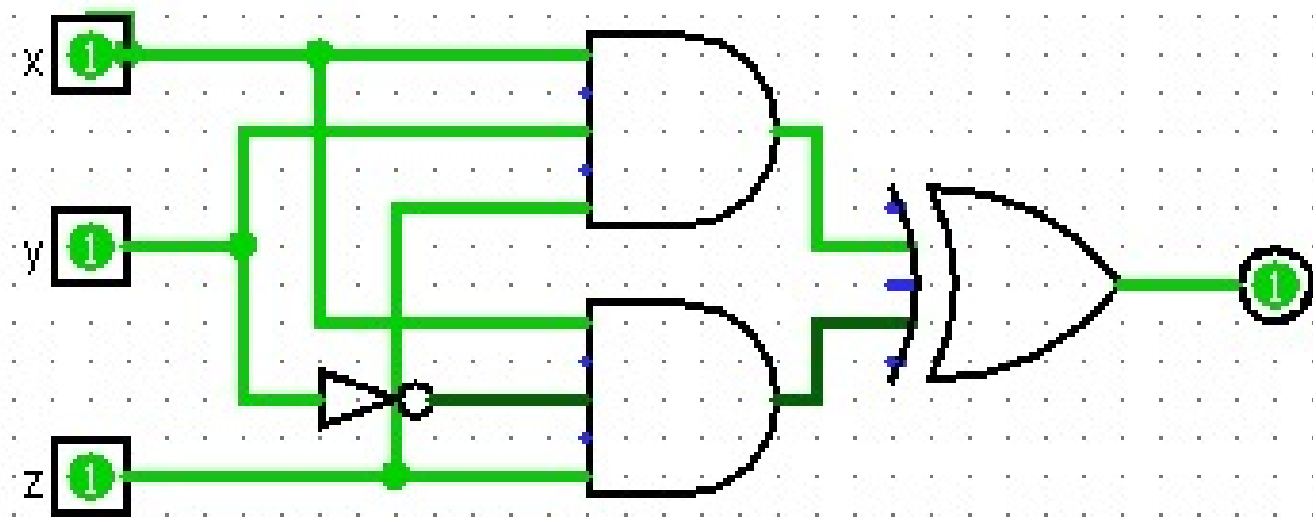
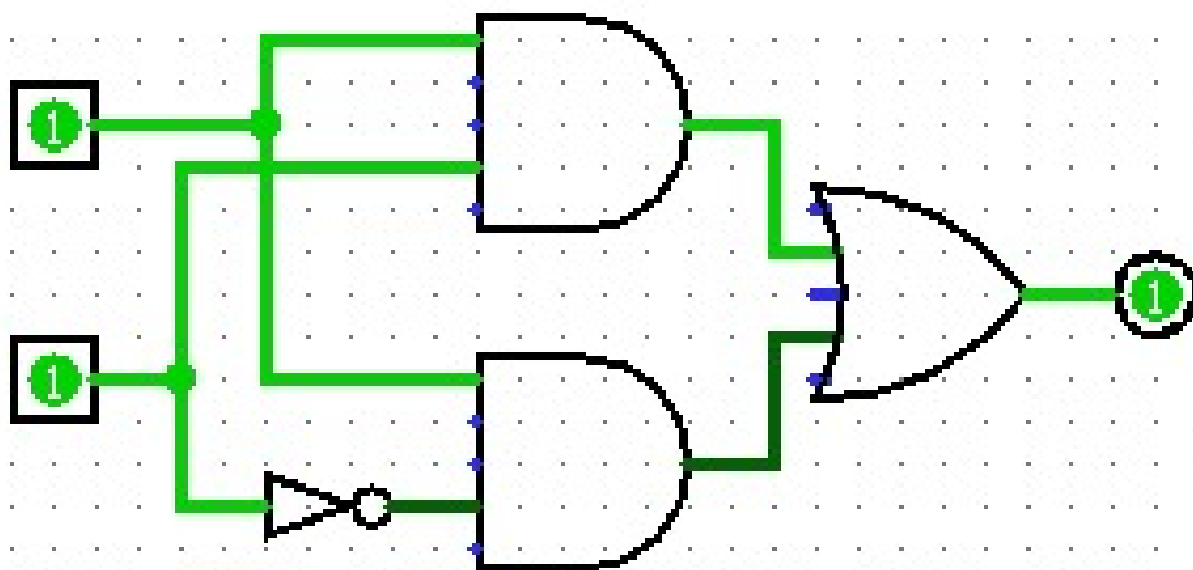
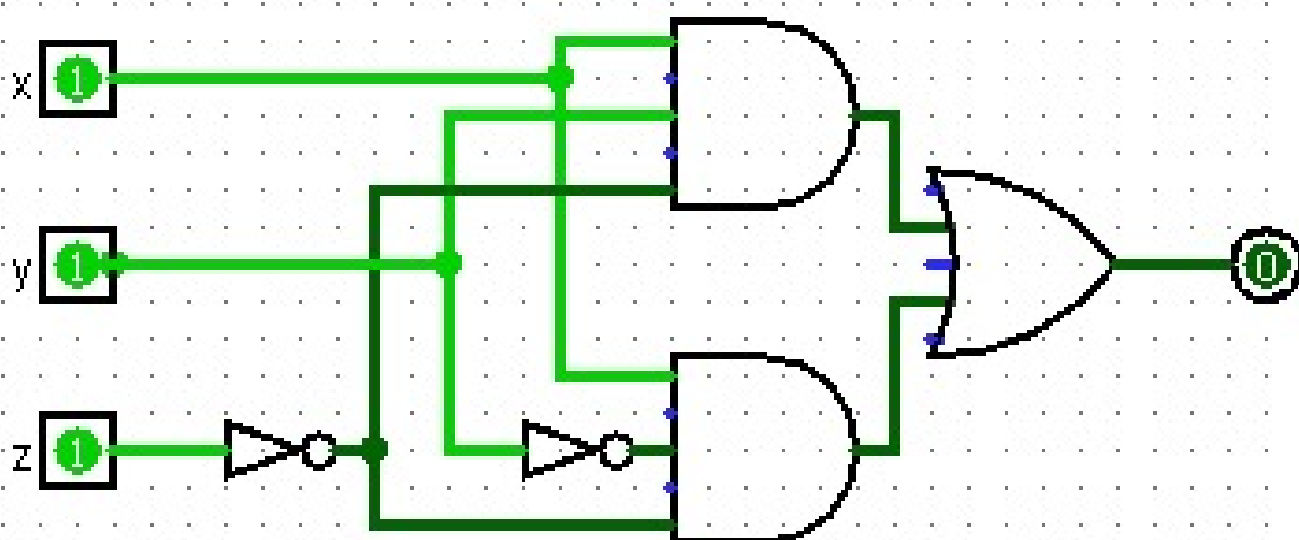


Figura 1: Circuito lógico para $xyz \oplus x\bar{y}z$

Figura 2: Circuito lógico para $xy + x\bar{y}$ Figura 3: Circuito lógico para $xy\bar{z} + x\bar{y}z$

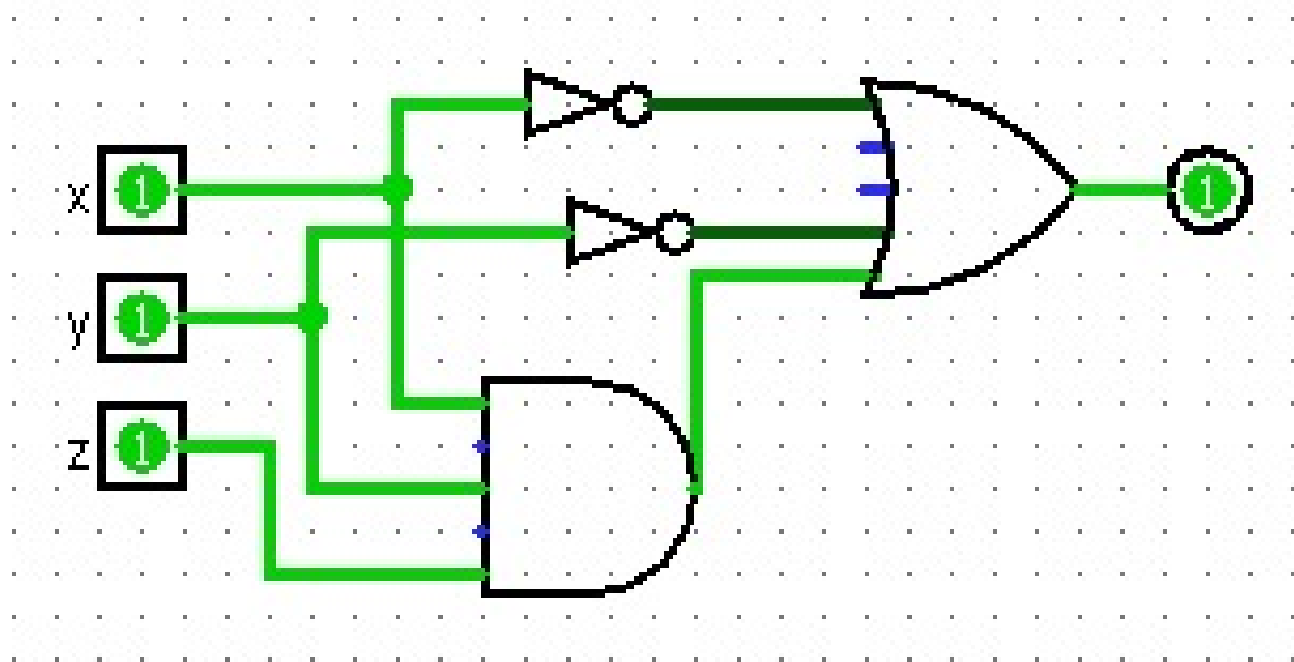


Figura 4: Circuito lógico para $\bar{x} + \bar{y} + xyz$

Utilizando mapas de Karnaugh, reducir las siguientes expresiones y dibujar los circuitos reducidos

Problema

Utilizando mapas de Karnaugh, reducir las siguientes expresiones y dibujar los circuitos reducidos:

- (a) $xy + x\bar{y}$
- (b) $\bar{x}y + \bar{x}\bar{y}$
- (c) $xyz + \bar{x}yz$
- (d) $xy\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$
- (e) $\bar{x}\bar{y} + \bar{x}y + xy$
- (f) $\bar{x}\bar{y} + \bar{x}y + x + y$

Soluciones

(a) $xy + x\bar{y}$

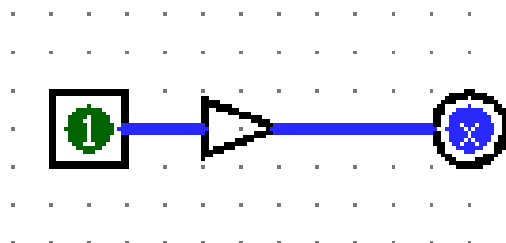
- Mapa de Karnaugh:

		y	
		0	1
x	0	0	0
	1	1	1
		x	

- Simplificación:

$$xy + x\bar{y} = x$$

- Circuito reducido:



(b) $\bar{x}y + x\bar{y}$

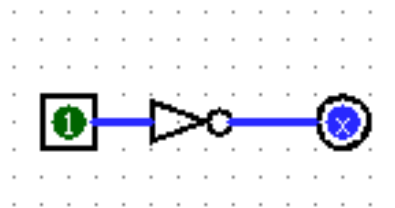
- Mapa de Karnaugh:

		y	
		0	1
x	0	1	1
	1	0	0
		\bar{x}	

- Simplificación:

$$\bar{x}y + x\bar{y} = \bar{x}$$

- Circuito reducido:

(c) $xyz + \bar{x}yz$

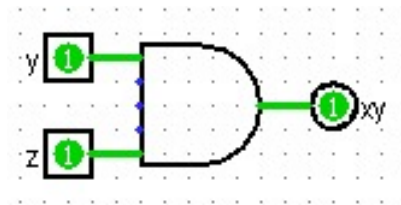
- Mapa de Karnaugh:

		y, z			
		00	01	11	10
x	0	0	0	1	0
	1	0	0	1	0
		y z			

- Simplificación:

$$xyz + \bar{x}yz = yz$$

- Circuito reducido:



(d) $xy\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}\bar{y}\bar{z}$

- Mapa de Karnaugh:

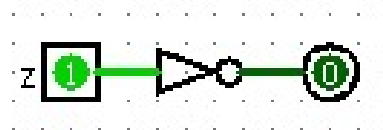
		y, z			
		00	01	11	10
x	0	1	0	0	1
	1	1	0	0	1

\bar{z}

- Simplificación:

$$xy\bar{z} + x\bar{y}\bar{z} + \bar{x}y\bar{z} + \bar{x}\bar{y}\bar{z} = \bar{z}$$

- Circuito reducido:



(e) $\bar{x}\bar{y} + \bar{x}y + xy$

- Mapa de Karnaugh:

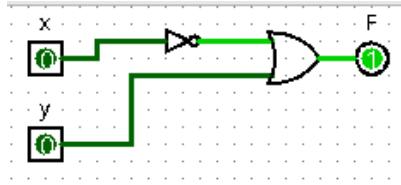
		y	
		0	1
x	0	1	1
	1	0	1

$\bar{x} + y$

- Simplificación:

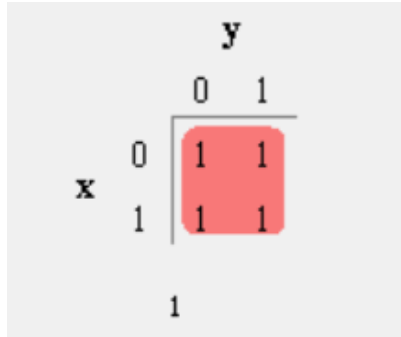
$$\bar{x}\bar{y} + \bar{x}y + xy = \bar{x} + y$$

- Circuito reducido:



(f) $\overline{xy} + \overline{x}y + x + y$

- Mapa de Karnaugh:



- Simplificación:

$$\overline{xy} + \overline{x}y + x + y = 1$$

- Circuito reducido:



Expresar las siguientes oraciones como fórmulas de la lógica de predicados; indicar las constantes, las variables, los cuantificadores y su alcance:

a) Hay algunos médicos que son odontólogos.

b) Ninguna planta es mamífero o pez.

c) Cualquiera puede tomarle el pelo a la directora.

d) Hay un abogado a quien cualquiera le toma el pelo

e) Cada uno de los estudiantes aprobo el examen con 10.

f) Un estudiante reprobó el examen y abandono el curso

g) Los gatos son mamíferos.

h) Un perro mordió a María.

i) Las novelas de Cervantes son buenas y divertidas

j) Si todos los gatos son felinos, entonces todos los gatos son mamífero

a) Hay algunos médicos que son odontólogos.

Variables: x es la variable

Constantes: m = Médico, o = Odontólogo

Funciones: $S(x, m) = x$ es Médico; $S(x, o) = x$ es Odontólogo

Cuantificadores: \exists es el cuantificador

Expresión: $\exists x(S(x, m) \wedge S(x, o))$

Alcance: incluye toda la expresión que le sigue

e) Cada uno de los estudiantes aprobo el examen con 10.

Variables: x, y

Constantes: $c = 10$

Funciones: $E(x) = x$ es estudiante; $A(x, c) = x$ aprobó el examen con c

Cuantificadores: \forall es el cuantificador

Expresión: $\forall x(E(x) \wedge A(x, c))$

Alcance: El alcance de \forall es para toda la expresión.

b) Ninguna planta es mamífero o pez.

Variables: x es la variable

Constantes:

Funciones: $P(x) = x$ es planta; $M(x) = x$ es mamífero; $Pz(x) = x$ es pez.

Cuantificadores: \forall es el cuantificador

Expresión $\forall x(P(x) \rightarrow \neg(M(x) \vee Pz(x)))$

Alcance: incluye toda la expresión que le sigue

f) Un estudiante reprobó el examen y abandono el curso

Variables: x

Constantes: No hay

Funciones: $E(x) = x$ es estudiante; $R(x) = x$ reprobó el examen; $A(x) = x$ abandono el curso

Cuantificadores: \forall es el cuantificador

Expresión: $\forall x(E(x) \wedge R(x) \wedge A(x))$

Alcance: El alcance de \forall es para toda la expresión

c) Cualquiera puede tomarle el pelo a la directora.

Variables: x, y

Constantes: d = directora

Funciones: $P(x, y) = x$ le toma el pelo a y

Cuantificadores: \forall (para todo)

Alcance: incluye toda la expresión que le sigue

Expresión: $\forall x(P(x, d))$

g) Los gatos son mamíferos.

Variables: x

Constantes: No hay

Funciones: $M(x) = x$ son mamíferos, $G(x) = x$ es gato

Cuantificadores: \forall

Expresión: $\forall x(G(x) \rightarrow M(x))$

Alcance: El alcance de \forall es para toda la expresión

d) Hay un abogado a quien cualquiera le toma el pelo

Variables: x, y

Constantes: NO hay

Funciones: $P(x, y) = x$ le toma el pelo a y ; $A(y) = y$ es abogado

Cuantificadores: \exists y \forall son los cuantificadores

Expresión: $\exists y(A(y) \wedge \forall x P(x, y))$

Alcance: El alcance de \exists es sobre todas la expresión y para \forall es para la el predicado P

h) Un perro mordió a María

Variables: x, y

Constantes: m = María

Funciones: $P(x) = x$ es perro; $M(x, m) = x$ mordió a María

Cuantificadores: \exists

Expresión: $\exists x(P(x) \wedge M(x, m))$

Alcance: El alcance de \exists es para toda la expresión

i) Las novelas de Cervantes son buenas y divertidas

Variables: x

Constantes: $c = \text{Cervantes}$

Funciones: $N(x, c) = x$ novela de Cervantes; $B(x) = x$ es buena; $D(x) = x$ es divertida

Cuantificadores: \forall

Expresión: $\forall x(N(x, c) \rightarrow (B(x) \wedge D(x)))$

Alcance: El alcance de \forall abarca toda la expresión.

j) Si todos los gatos son felinos, entonces todos los gatos son mamífero

Variables: x

Constantes: No hay

Funciones: $G(x) = x$ es gato; $F(x) = x$ es felino; $M(x) = x$ es mamífero

Cuantificadores: \forall

Expresión: $\forall x(G(x) \rightarrow F(x)) \rightarrow (\forall x(G(x) \rightarrow M(x)))$

Alcance: El alcance de $\forall x$ es la subexpresión $G(x) \rightarrow F(x)$ y el alcance del segundo cuantificador $\forall x$ es la subexpresión $G(x) \rightarrow M(x)$