Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE CIENCIAS

MATEMÁTICAS PARA LAS CIENCIAS APLICADAS 1

LICENCIATURA EN CIENCIAS DE LA COMPUTACIÓN

2DA LISTA DE PROBLEMAS

Segundo Parcial

Autores:
Ramírez Mendoza Joaquín Rodrigo
Villalobos Juárez Gontran Eliut
Treviño Puebla Héctor Jerome

Septiembre 2024

2da lista de problemas

Ramírez Mendoza Joaquín Rodrigo
Villalobos Juárez Gontran Eliut
Treviño Puebla Héctor Jerome

3 de octubre de 2024

CONSTRUCCIÓN DE UNA MONTAÑA RUSA

1) Suponga que se le solicita diseñar el primer ascenso y descenso de un nuevo modelo de cohete. Después de estudiar fotografías de sus momentos rusos y precedentes, decide hacer la pendiente de ascenso 0.8 y la de descenso -1.6. Opta por conectar estos dos tramos rectos y es $L(x)$ en pies para el tramo que parte del suelo y es $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde $f'(x)$, su derivada, es $2ax + b$. Mediante el trabajo ya mencionado, puede calcular ambos coeficientes de dirección por lo que dispone que los segmentos para L y S, sean tangentes al parabola en los puntos P y Q. Para simplificar las ecuaciones, decide situar el origen en P.

a) Suponga que la distancia horizontal entre P y Q es 100 pies. Escriba ecuaciones en a, b y c que aseguren que le trayecto sea suave en los puntos de transición.

b) Resuelva las ecuaciones del Inciso a) para a, b y c para hallar una fórmula para $f(x)$.

c) Dibuje L_1 y L_2 para verificar gráficamente que las transiciones sean suaves.

d) Encuentre la diferencia en elevación entre P y Q.

Inciso a) Sea la coordenada **P** en el origen ya que es un punto conocido

$\therefore$ para la ecuación de la curva $f(x)$ pasa por el origen en el punto **P**, entonces $f(0) = 0 = a(0)^2 + b(0) + c \therefore c = 0$

La derivada retorna la pendiente de la recta tangente en un punto de la curva y sabemos que el valor de la pendiente en el punto $P = 0.8$, por tanto:

$$\begin{aligned} f'(x)|_{P(0,y)} = 2ax + b|_{P(0,0)} &= 2a(0) + b = 0.8 \\ &\therefore b = 0.8 \end{aligned}$$

Aplicando la misma lógica para el punto $Q(100, y(100))$ donde la pendiente $m_2 = -1.6$:

$$\begin{aligned} f'(x)|_{Q(100,y)} = 2ax + b|_{Q(100,y)} &= 2a(100) + b = -1.6 \\ &\implies 2(100)a + b = -1.6 \\ &\therefore 200a + b = -1.6 \end{aligned}$$

Inciso b) Hallar la fórmula f(x) resolviendo para a, b y c. Por el inciso anterior sabemos que $b = 0.8$ y $c = 0$, entonces

$$\begin{aligned} 200a + 0.8 &= -1.6 \\ 200a &= -1.6 - 0.8 \\ a &= \frac{-2.4}{200} \\ a &= -0.012 \end{aligned}$$

$\therefore f(x) = -0.012x^2 + 0.8x$

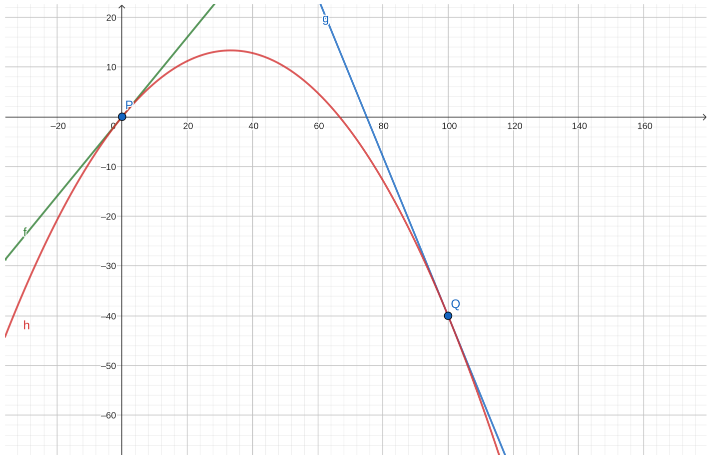
$f'(x) = -0.024x + 0.8$

Inciso c) Dibular L_1 y L_2

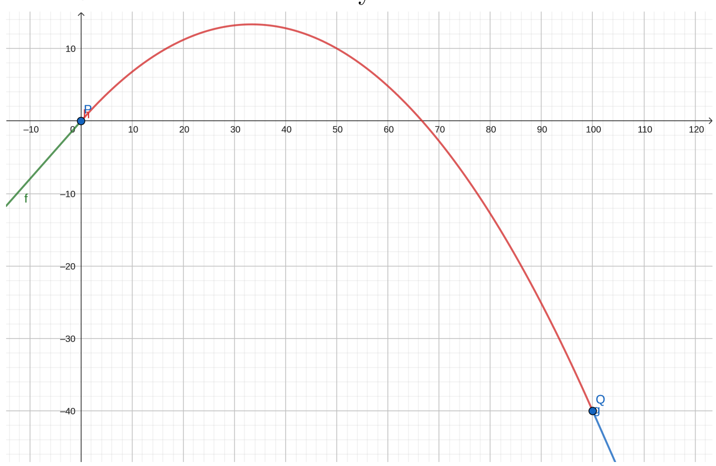
Para dibujar las rectas neceistamos la derivada de la función $f(x)$, además sabemos que las ecuaciones de las rectas tangentes a cada punto de definen de la forma $y = (y(x_0) + y'(x_0)(x - x_0))$ para L_1 y L_2.

$$\begin{aligned} L_1 &= (y(P_x) + y'(P_x)(x - P_x)),\ P(0,0) \\ L_1 &= 0 + 0.8(x - 0) \\ L_1 &= 0.8x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} L_2 &= (y(Q_x) + y'(Q_x)(x - Q_x)),\ Q(100, y(100)) \\ L_2 &= -40 - 1.6(x - 100) \\ L_2 &= -40 - 1.6x + 160 \\ L_2 &= 120 - 1.6x \end{aligned}$$



Gráfica de las derivadas y la ecuación de la curva



Gráfica donde se vizualizan las tranciones en los puntos de contacto P y Q

Inciso d) La diferencia de elevación de cada punto está dado por el valor absoluto de la diferencia con respecto a el eje cordenado y de los dos puntos

Para el punto P

$$f(0) = 0$$

Para el punto Q en$x = 100$

$$f(100) = -0.012(100)^2 + 0.8(100)$$
$$f(100) = -0.012(100)^2 + 0.8(100)$$
$$f(100) = -120 + 80$$
$$f(100) = -40$$
$$\therefore Q(100, -40)$$

$$\implies diferencia = |0 - 40| = 40ft$$

2) La solución del problema 1 puede parecer suave, pero es posible que no sienta lo suave debido a que la pieza definida como función [consistente en $L_1(x)$ para $x < 0$, $f(x)$ para $0 \leq x \leq 100$; y $L_2(x)$ para $x > 100$] no tiene una segunda derivada continua. Por consiguiente, usted decide mejorar su diseño utilizando una función cuadrática $q(x) = ax^2 + bx + c$ únicamente en el intervalo $10 \leq x \leq 90$ y conectarlo con las funciones lineales por medio de dos funciones cúbicas:

$$g(x) = kx^3 + lx^2 + mx + n \quad 0 \leq x < 10$$
$$h(x) = px^3 + qx^2 + rx + s \quad 90 < x \leq 100$$

a) Escriba un sistema de ecuaciones con 11 incógnitas que aseguren que las funciones y sus derivadas sean continuas en los puntos de transición.

b) Resuelva las derivadas implicadas en un sistema algebraico computarizado para encontrar las fórmulas para $g(x)$, $q(x)$, y $h(x)$.

c) Dibuje L_1, g, q, h y L_2 y compárelas con las gráficas del problema 1 anexo.

Inciso a) Tenemos las funciones defindas en los siguientes intervalos

Función	Primera Derivada	Segunda derivada	Intervalo
$L_1(x) = 0.8x$	$L_1'(x) = 0.8$	$L_1''(x) = 0$	$(-\infty, 0)$
$g(x) = kx^3 + lx^2 + mx + n$	$g'(x) = 3kx^2 + 2lx + m$	$g''(x) = 6kx + 2l$	$[0, 10)$
$q(x) = ax^2 + bx + c$	$q'(x) = 2ax + b$	$q''(x) = 2a$	$[10, 90]$
$h(x) = px^3 + qx^2 + rx + s$	$h'(x) = 3px^2 + 2qx + r$	$h''(x) = 6px + 2q$	$(90, 100]$
$L_2(x) = 120 - 1.6x$	$L_2'(x) = -1.6$	$L_2''(x) = 0$	$[100, \infty)$

Tabla 1: Tabla de funciones

De acuderdo con lo establecido, las diferentes funciones deben ser iguales en los puntos de transición para garantizar que la entrada a la curva sea suave.

Para x =0	Para x =10	Para x =90	Para x =100
$g(0) = L_1(0)$	$g(10) = q(10)$	$q(90) = h(90)$	$h(100) = L_2(100)$
$g'(0) = L_1'(0)$	$g'(10) = q'(10)$	$q'(90) = h'(90)$	$h'(100) = L_2'(100)$
$g''(0) = L_1''(0)$	$g''(10) = q''(10)$	$q''(90) = h''(90)$	$h''(100) = L_2''(100)$

Por lo tanto tenemos el siguiente sistema de ecuaciones de 11 incognitas.

$$\text{Para } x = 0$$
$$g(0) = k(0)^3 + l(0)^2 + m(0) + n = L_1(0) = 0.8(0)$$
$$g(0) = n = L_1(0) = 0$$
$$n = 0$$
$$g'(0) = 3k(0)^2 + 2l(0) + m = L_1'(0) = 0.8$$
$$g'(0) = m = L_1'(0) = 0.8$$
$$m = 0.8$$
$$g''(0) = 6k(0) + 2l = L_1''(0) = 0$$
$$g''(0) = 2l = L_1''(0) = 0$$
$$2l = 0$$
$$l = 0$$
$$\therefore n = 0; m = 0.8; l = 0$$

Para $x = 10$

$$g(10) = k(10)^3 + l(10)^2 + m(10) + n = q(10) = a(10)^2 + b(10) + c$$
$$g(10) = 1000k + 100l + 10m + n = q(10) = 100a + 10b + c$$
$$\implies 1000k + 100l + 10m + n = 100a + 10b + c$$
$$g'(10) = 3k(10)^2 + 2l(10) + m = q'(10) = 2a(10) + b$$
$$g'(10) = 3(100)k + 2(10)l + m = q'(10) = 2(10)a + b$$
$$g'(10) = 300k + 20l + m = q'(10) = 20a + b$$
$$\implies 300k + 20l + m = 20a + b$$
$$g''(10) = 6k(10) + 2l = q''(10) = 2a$$
$$g''(10) = 6(10)k + 2l = q''(10) = 2a$$
$$g''(10) = 60k + 2l = q''(10) = 2a$$
$$\implies 60k + 2l = 2a$$

Para $x = 90$

$$h(90) = p(90)^3 + q(90)^2 + r(90) + s = q(90) = a(90)^2 + b(90) + c$$
$$h(90) = 729000p + 8100q + 90r + s = q(90) = 8100a + 90b + c$$
$$\implies 729000p + 8100q + 90r + s = 8100a + 90b + c$$
$$h'(90) = 3p(90)^2 + 2q(90) + r = q'(90) = 2a(90) + b$$
$$h'(90) = 3(8100)p + 2(90)q + r = q'(90) = 2(90)a + b$$
$$h'(90) = 24300p + 180q + r = q'(90) = 180a + b$$
$$\implies 24300p + 180q + r = 180a + b$$
$$h''(90) = 6p(90) + 2q = q''(90) = 2a$$
$$h''(90) = 6(90)p + 2q = q''(90) = 2a$$
$$h''(90) = 540p + 2q = q''(90) = 2a$$
$$\implies 540p + 2q = 2a$$

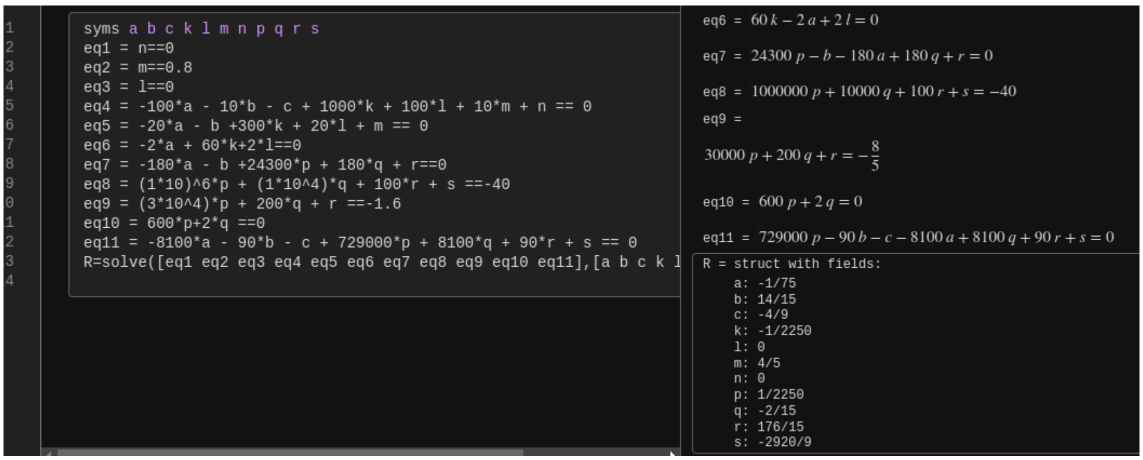
Para $x = 100$

$$h(100) = p(100)^3 + q(100)^2 + r(100) + s = L_2(100) = 120 - 16(100)$$
$$h(100) = 1x10^6p + 1x10^4q + 100r + s = L_2(100) = 120 - 160$$
$$\implies 1x10^6p + 1x10^4q + 100r + s = -40$$
$$h'(100) = 3p(100)^2 + 2q(100) + r = L_2'(100) = -1.6$$
$$h'(100) = 3(1x10^4)p + 200q + r = L_2'(100) = -1.6$$
$$\implies (3x10^4)p + 200q + r = -1.6$$
$$h''(100) = 6p(100) + 2q = L_2''(100) = 0$$
$$h''(100) = 600p + 2q = L_2''(100) = 0$$
$$\implies 600p + 2q = 0$$

En resumen queremos resolver las ecuaciones para:

$$
\begin{aligned}
n &= 0 \\
m &= 0.8 \\
2l &= 0 \\
-100a - 10b - c + 1000k + 100l + 10m + n &= 0 \\
-20a - b + 300k + 20l + m &= 0 \\
-2a + 60k + 2l &= 0 \\
-8100a - 90b - c + 729000p + 8100q + 90r + s &= 0 \\
-180a - b + 24300p + 180q + r &= 0 \\
1x10^6 p + 1x10^4 q + 100r + s &= -40 \\
(3x10^4)p + 200q + r &= -1.6 \\
600p + 2q &= 0
\end{aligned}
$$

Inciso b) Según el software **Matlab** el valor de cada incógnita es:



```
syms a b c k l m n p q r s
eq1 = n==0
eq2 = m==0.8
eq3 = l==0
eq4 = -100*a - 10*b - c + 1000*k + 100*l + 10*m + n == 0
eq5 = -20*a - b +300*k + 20*l + m == 0
eq6 = -2*a + 60*k+2*l==0
eq7 = -180*a - b +24300*p + 180*q + r==0
eq8 = (1*10)^6*p + (1*10^4)*q + 100*r + s ==-40
eq9 = (3*10^4)*p + 200*q + r ==-1.6
eq10 = 600*p+2*q ==0
eq11 = -8100*a - 90*b - c + 729000*p + 8100*q + 90*r + s == 0
R=solve([eq1 eq2 eq3 eq4 eq5 eq6 eq7 eq8 eq9 eq10 eq11],[a b c k l
```

eq6 = $60\,k - 2\,a + 2\,l = 0$

eq7 = $24300\,p - b - 180\,a + 180\,q + r = 0$

eq8 = $1000000\,p + 10000\,q + 100\,r + s = -40$

eq9 =

$30000\,p + 200\,q + r = -\frac{8}{5}$

eq10 = $600\,p + 2\,q = 0$

eq11 = $729000\,p - 90\,b - c - 8100\,a + 8100\,q + 90\,r + s = 0$

```
R = struct with fields:
    a: -1/75
    b: 14/15
    c: -4/9
    k: -1/2250
    l: 0
    m: 4/5
    n: 0
    p: 1/2250
    q: -2/15
    r: 176/15
    s: -2920/9
```

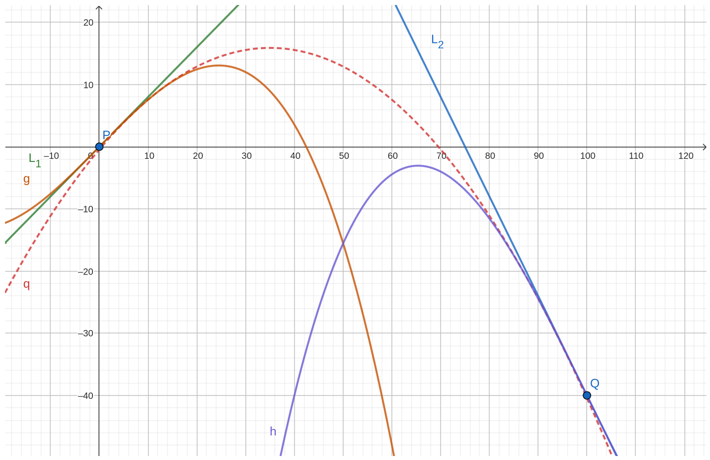
$\implies$ Las formulas según los resultados son:

$$q(x) = ax^2 + bx + c \tag{1}$$
$$q(x) = -\frac{1}{75}x^2 + \frac{14}{15}x - \frac{4}{9} \tag{2}$$

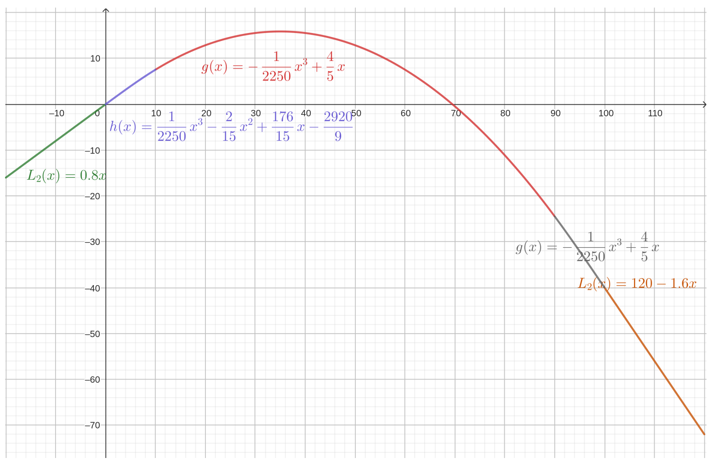
$$
\begin{aligned}
g(x) &= kx^3 + lx^2 + mx + n \\
g(x) &= -\frac{1}{2250}x^3 + 0x^2 + \frac{4}{5}x + 0 \\
g(x) &= -\frac{1}{2250}x^3 + \frac{4}{5}x
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
h(x) &= px^3 + qx^2 + rx + s \\
h(x) &= \frac{1}{2250}x^3 - \frac{2}{15}x^2 + \frac{176}{15}x - \frac{2920}{9}
\end{aligned}
$$

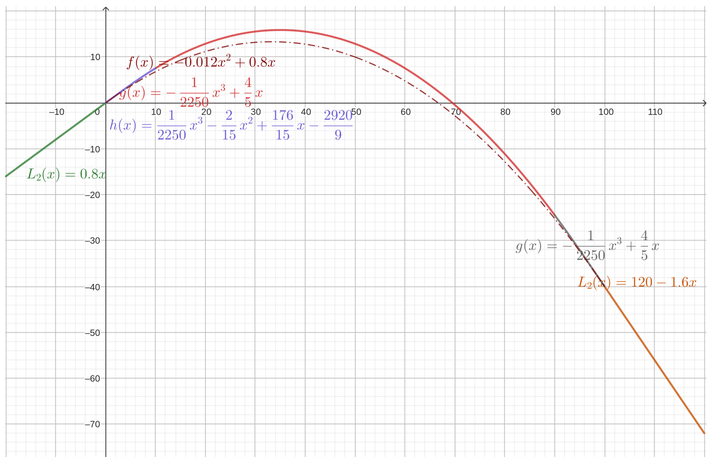
Inciso c) Las gráficas L_1, g, q, h y L_2 y compárelas con las gráficas del problema 1 anexo.



Las 5 ecuaciones completas que pasan por los mismos puntos de transición P y Q



Las 5 ecuaciones de la parte dos del ejercicio con sus intervalos definidos para la construcción de la montaña Rusa.



Comparación con la función generada en la primera parte del ejercicio mostrando, la segunda forma una continuidad más suave en cada transición

STEWART SECCION 3.7 EJERCICIO 16

El volumen de una célula esférica en crecimiento es $V = \frac{4}{3}\pi r^3$, donde el radio r se mide en micrómetros ($1\ \mu m = 10^{-6} m$).

a) Encuentre la razón de combio promedio de V respecto a r, cuando este cambia de

   I) 5 a 8 μm II) 5 a 6 μm III) 5 a 5.1 μm

b) Halle la razón de cambio instantánea de V respecto a r, cuando $r = 5\mu m$

c) Demuestra que la razón de cambio del volumen de una esfera respecto a su radio es igual a su área superficial. Explique geométricamente por qué esto es cierto.

Inciso a) Con base en que la razón de cambio de y respecto de x en el intervalo $[x_1, x_2]$ puede interpretarse como la pendiente de la recta secante, esot es el cociente de diferencias

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$$

Para este caso, nuestra función del Volumen que depende del radio

$$V(r) = \frac{4}{3}\pi r^3$$

. Para saber la razón de cambio promedio es necesario efectuar el razonamiento anterior, dado:

$$\frac{\Delta V}{\Delta r} = \frac{V(r_1) - V(r_2)}{r_1 - r_2}$$

para

I) $r_1 = 5$ a $r_2 = 8\ \mu m$

II) $r_1 = 5$ a $r_2 = 6\ \mu m$

III) $r_1 = 5$ a μm $r_2 = 5.1$

$\therefore$ Sustituyendo en la ecuación

$$\Longrightarrow I)\ \frac{\Delta V}{\Delta r} = \frac{V(8) - V(5)}{8 - 5}$$
$$\Longrightarrow \frac{\Delta V}{\Delta r} = \frac{\frac{4}{3}\pi(8)^3 - \frac{4}{3}\pi(5)^3}{8 - 5}$$
$$= \frac{\frac{4}{3}\pi(8^3 - 5^3)}{3}$$
$$= \frac{\frac{4}{3}\pi(512 - 125)}{3}$$
$$= \frac{\frac{4}{3}\pi(387)}{3}$$
$$= \frac{4}{9}\pi(387)$$
$$\simeq 540.3539\ \mu m^3/\mu m$$

$$\Longrightarrow II)\ \frac{\Delta V}{\Delta r} = \frac{V(6) - V(5)}{6 - 5}$$
$$\Longrightarrow \frac{\Delta V}{\Delta r} = \frac{\frac{4}{3}\pi(6)^3 - \frac{4}{3}\pi(5)^3}{6 - 5}$$
$$= \frac{\frac{4}{3}\pi((6)^3 - (5)^3)}{1}$$
$$= \frac{4}{3}\pi((6)^3 - (5)^3)$$
$$= \frac{4}{3}\pi(91)$$
$$\simeq 381.1800\ \mu m^3/\mu m$$

$$\Longrightarrow III)\ \frac{\Delta V}{\Delta r} = \frac{V(5.1) - V(5)}{5.1 - 5}$$
$$\Longrightarrow \frac{\Delta V}{\Delta r} = \frac{\frac{4}{3}\pi(5.1)^3 - \frac{4}{3}\pi(5)^3}{5.1 - 5}$$
$$= \frac{\frac{4}{3}\pi((5.1)^3 - (5)^3)}{0.1}$$
$$= \frac{4\pi(7.651)}{3 \cdot 0.1}$$
$$= \frac{4}{0.3} \cdot \pi(7.651)$$
$$\simeq 320.4843\ \mu m^3/\mu m$$

$\therefore$ Las razones medias de coambio para los valores de I), II) y III) respectivamente son

$$I) \simeq 810.5310\ \mu m$$

$$II) \simeq 381.1800\ \mu m$$

$$III) \simeq 320.4843\ \mu m$$

Inciso b) Su límite, cuando $\Delta x \to 0$ es la derivada $f'(x_1)$, la cual puede interpretarse como la razón de cambio instantánea de y respecto a x, o sea, la pendiente de la recta tangente en $P(x_1, f(x_1))$. Dicho esto la derivada de $V(r)$ es la razón de coambio instantánea:

$$\therefore \left.\frac{dV}{dr}\right|_{r=5\ \mu m} = 4\pi r^2\big|_{r=5\ \mu m}$$

$$\implies 4\pi(5)^2 \simeq 314.1592\ \mu m^3/\mu m$$

Inciso c) Ciertamente definimos que el volumen de la célula (nuestra esfera) está dado por

$$V = \frac{4}{3}\pi r^3$$

La razón de cambio del volumen respecto a radio es la derivada de V

$$\frac{dV}{dr} = 4\pi r^2$$

De este modo, si el incremendo del radio es un pequeño intervalo dr, estonces el cambio del volumen de la esfera (dV) se puede aproximar como la çapa.ªdicional de volumen que se añade a la superficie de la esfera inicial

$$\Delta V \approx 4\pi r^2 \cdot \Delta r$$

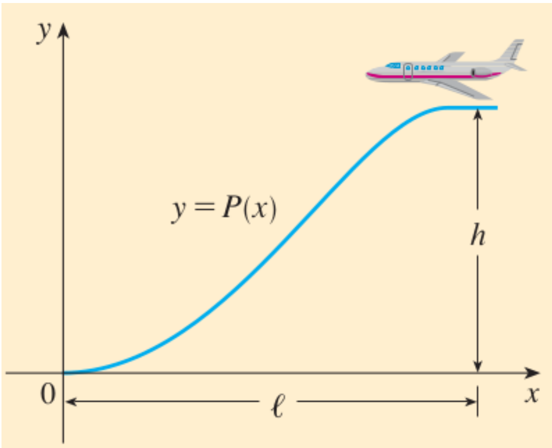
Al dividir por Δr , obtenemos:

$$\frac{\Delta V}{\Delta r} \approx 4\pi r^2$$

Por lo tanto, la razón de cambio del volumen de una esfera respecto a su radio es igual a su área superficial, de manera similar a cómo la razón de cambio del area del circulo es aproximadamente igual a la circunferencia por el incremento del radio.

¡¡¡¡¡¡¡ HEAD

¿Dónde debería un piloto iniciar su aterrizaje?



En la figura se muestra una trayectoria de aproximación para el aterrizaje de un avión, que satisface las condiciones siguientes:

I) La altura del crucero es h cuando se inicia el descenso a una distancia l del punto de contacto con la pista en el origen.

II) El piloto debe mantener una rapidez horizontal constante v a todo lo largo del descenso.

III) El valor absoluto de la aceleración vertical no debe sobrepasar una constante k (la cual es mucho menor que la aceleración debida a la gravedad).

=======

STEWART SECCION 3.5 EJERCICIO 80

1. **Ecuación de la elipse:**
$$x^2 + 4y^2 = 5$$
2. **Derivada implícita de la elipse respecto a x:**
$$\frac{d}{dx}(x^2 + 4y^2) = \frac{dy}{dx}(5)$$
$$2x + 8y\frac{d}{dx} = 0$$
3. **Despeje de $\frac{d}{dx}$:**
$$\frac{d}{dx} = -\frac{x}{4y}$$
4. **Sustitución del punto $(-5, 0)$ en la fórmula de la pendiente:**
$$\frac{d}{dx} = -\frac{-5}{4(0)} = \infty$$
5. **Ecuación de la recta que conecta los puntos $(-5, 0)$ y $(3, h)$:**
$$\text{Pendiente} = \frac{h-0}{3-(-5)} = \frac{h}{8}$$
6. **Igualación de la pendiente de la recta con la pendiente de la tangente:**
$$\frac{h}{8}$$
7. **Por lo tanto h:**
$$\frac{h}{8}$$

STEWART SECCION 3.7 EJERCICIO 21

Demostración

1. Definición de la fuerza como la derivada del momentum:

$$F = \frac{d}{dt}(mv)$$

2. Momentum relativista:

$$p = mv = \frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

3. Masa relativista:

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

4. Derivada del momentum relativista:

$$F = \frac{d}{dt}\left(\frac{m_0 v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\right)$$

5. Aplicando la regla del producto:

$$F = m_0 \frac{d}{dt}\left(\frac{v}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\right)$$

6. Derivada del primer término:

$$F = m_0 \left[\frac{d}{dt}(v) \cdot \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + v \cdot \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\right)\right]$$

7. Primera derivada:

$$F = m_0 \left[\frac{a}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + v \cdot \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\right)\right]$$

8. Derivada del segundo término usando la regla de la cadena:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\right) = \frac{\frac{v}{c^2}}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} \cdot \frac{dv}{dt}$$

9. Sustitución de $\frac{dv}{dt} = a$:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}\right) = \frac{va}{c^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}$$

10. Sustitución en la fuerza:

$$F = m_0 \left[\frac{a}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + v \cdot \frac{va}{c^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}\right]$$

11. Factor común de a:

$$F = m_0 a \left[\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} + \frac{v^2}{c^2\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}\right]$$

12. Suma de los términos:

$$F = m_0 a \left[\frac{1 \cdot \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) + \frac{v^2}{c^2}}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}\right]$$

13. Simplificando:

$$F = m_0 a \left[\frac{1 - \frac{v^2}{c^2} + \frac{v^2}{c^2}}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} \right]$$

14. Simplificando:

$$F = m_0 a \left[\frac{1}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}} \right]$$

15. Simplificando:

$$F = \frac{m_0 a}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}$$

16. Expresión final de la fuerza relativista:

$$F = \frac{m_0 a}{\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{3/2}}$$

¿¿¿¿¿¿¿ b69c5e5b32cc142875c65363995a8c8a92e074c3