



1. Sean  $k$  un entero,  $k \geq 2$ , y  $G$  una gráfica simple. Demuestra que  $G$  es  $k$ -partita completa si y sólo si  $G$  es libre de  $\{K_{k+1}, \overline{P_3}\}$ .

Recordemos la definición de  $k$ -partita, esto es, dado un entero positivo  $k$ , decimos que una gráfica simple  $G$  es  $k$ -partita completa si su conjunto de vértices admite una partición  $(V_1, V_2, \dots, V_k)$  donde cada  $V_i$  es un conjunto independiente, y  $V_i$  es completamente adyacente a  $V_j$  siempre que  $i \neq j$ .

Recordemos que  $K_{k+1}$  es la gráfica completa de orden  $k + 1$  vértices,  $\overline{P_3}$  es Si  $G$  es  $k$ -partita completa entonces,  $G$  es libre de  $\{K_{k+1}, \overline{P_3}\}$

Decimos que  $G$  es libre de  $H$  si no existe algún conjunto de vertices de  $G$ ,

Como  $G$  es  $k$ -partita completa entonces  $V_G$  se puede dividir en subconjuntos  $(V_1, V_2, \dots, V_k)$  independientes. Por el principio del palomar, si  $G$  contiene un  $K_{k+1}$  tal que su orden es de  $k + 1$  vértices, entonces, al menos dos vértices deben caer en la misma partición.