



# Tecnológico de Monterrey

## Gramáticas

TC3002B - Grupo 501

**Joaquín Badillo Granillo**

Tecnológico de Monterrey

Campus Santa Fe

[a01026364@tec.mx](mailto:a01026364@tec.mx)

21 de Abril de 2025

## Grámaticas

1. a) Escriba una gramática no ambigua que genere el conjunto de cadenas

$[s;, s;s;, s;s;s;, \dots]$ .

$$E \rightarrow X;$$

$$X \rightarrow s \mid X;s$$

- b) Dé una derivación por la izquierda y por la derecha para la cadena  $s;s;$  utilizando su gramática.

- Derivación por la izquierda

$$E \rightarrow X; \rightarrow X;s; \rightarrow s;s;$$

- Derivación por la derecha

$$E \rightarrow X; \rightarrow X;s; \rightarrow s;s;$$

2. Dada la gramática  $A \rightarrow AA|(A)|\epsilon$

- a) Describa el lenguaje que genera.

Genera pares de paréntesis balanceados:

- $()$
- $()()$
- $()() \dots$
- $(( ))$
- $((\dots))$
- $(\dots) \dots$

- b) Muestre que es ambiguo.

Es trivialmente ambigua con la cadena vacía:

$$A \rightarrow \varepsilon \blacksquare$$

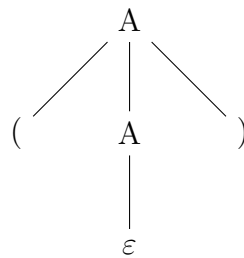
$$A \rightarrow AA \rightarrow \varepsilon A \rightarrow \varepsilon \blacksquare$$

$$A \rightarrow AA \rightarrow A\varepsilon \rightarrow \varepsilon \blacksquare$$

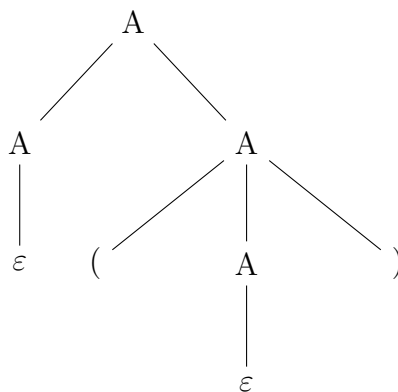
Además, de forma similar, es posible generar derivaciones distintas para otras cadenas como  $()$

$$A \rightarrow (A) \rightarrow () \blacksquare$$

$$A \rightarrow AA \rightarrow \varepsilon A \rightarrow \varepsilon(A) \rightarrow () \blacksquare$$



(a) Derivación con producción  $(A)$



(b) Derivación con producción  $AA$

Figura 1: Árboles de derivación para la cadena  $()$

3. Dada la gramática

$$\text{exp} \rightarrow \text{exp opsuma term} \mid \text{term}$$
$$\text{opsuma} \rightarrow + \mid -$$
$$\text{term} \rightarrow \text{term opmult factor} \mid \text{factor}$$
$$\text{opmult} \rightarrow *$$
$$\text{factor} \rightarrow (\text{exp}) \mid \text{número}$$

escriba derivaciones por la izquierda, árboles de análisis gramatical y ASTs para las siguientes expresiones:

a)  $3+4*5-6$

$$\text{exp} \rightarrow \text{exp opsuma term}$$
$$\rightarrow \text{exp opsuma term opsuma term}$$
$$\rightarrow \text{term opsuma term opsuma term}$$
$$\rightarrow \text{factor opsuma term opsuma term}$$
$$\rightarrow 3 \text{ opsuma term opsuma term}$$
$$\rightarrow 3 + \text{term opsuma term}$$
$$\rightarrow 3 + \text{term opmult factor opsuma term}$$
$$\rightarrow 3 + \text{factor opmult factor opsuma term}$$
$$\rightarrow 3 + 4 \text{ opmult factor opsuma term}$$
$$\rightarrow 3 + 4 * \text{factor opsuma term}$$
$$\rightarrow 3 + 4 * 5 \text{ opsuma term}$$
$$\rightarrow 3 + 4 * 5 - \text{term}$$
$$\rightarrow 3 + 4 * 5 - \text{factor}$$
$$\rightarrow 3 + 4 * 5 - 6$$

Figura 2: Árbol de análisis gramatical

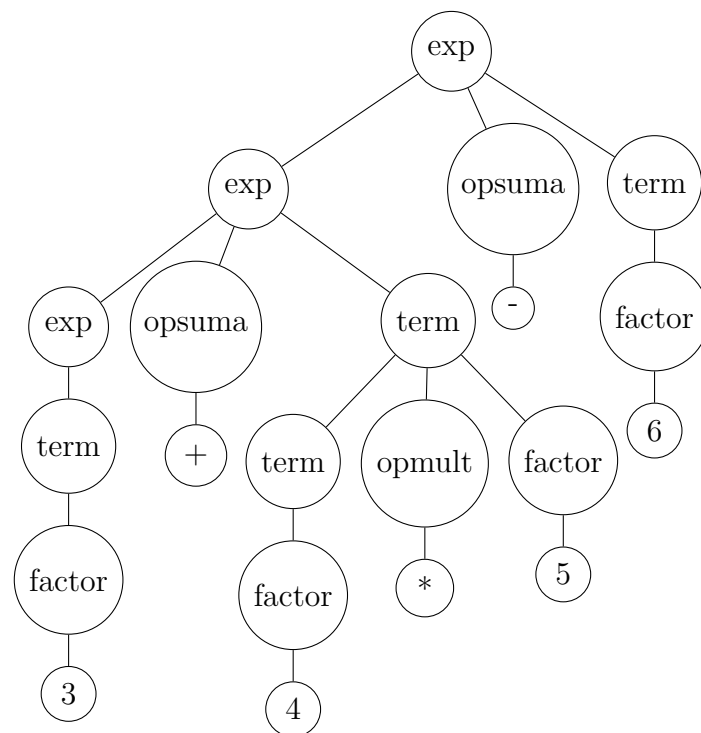
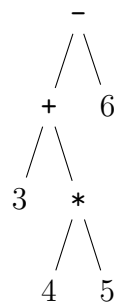


Figura 3: AST



b)  $3*(4-5+6)$

exp  $\rightarrow$  term

$\rightarrow$  term opmult factor

$\rightarrow$  factor opmult factor

$\rightarrow$  3 opmult factor

$\rightarrow$  3 \* factor

$\rightarrow$  3 \* (exp)

$\rightarrow$  3 \* (exp opsuma term)

$\rightarrow$  3 \* (exp opsuma term opsuma term)

$\rightarrow$  3 \* (term opsuma term opsuma term)

$\rightarrow$  3 \* (factor opsuma term opsuma term)

$\rightarrow$  3 \* (4 opsuma term opsuma term)

$\rightarrow$  3 \* (4 - term opsuma term)

$\rightarrow$  3 \* (4 - factor opsuma term)

$\rightarrow$  3 \* (4 - 5 opsuma term)

$\rightarrow$  3 \* (4 - 5 + term)

$\rightarrow$  3 \* (4 - 5 + factor)

$\rightarrow$  3 \* (4 - 5 + 6)

Figura 4: Árbol de análisis gramatical

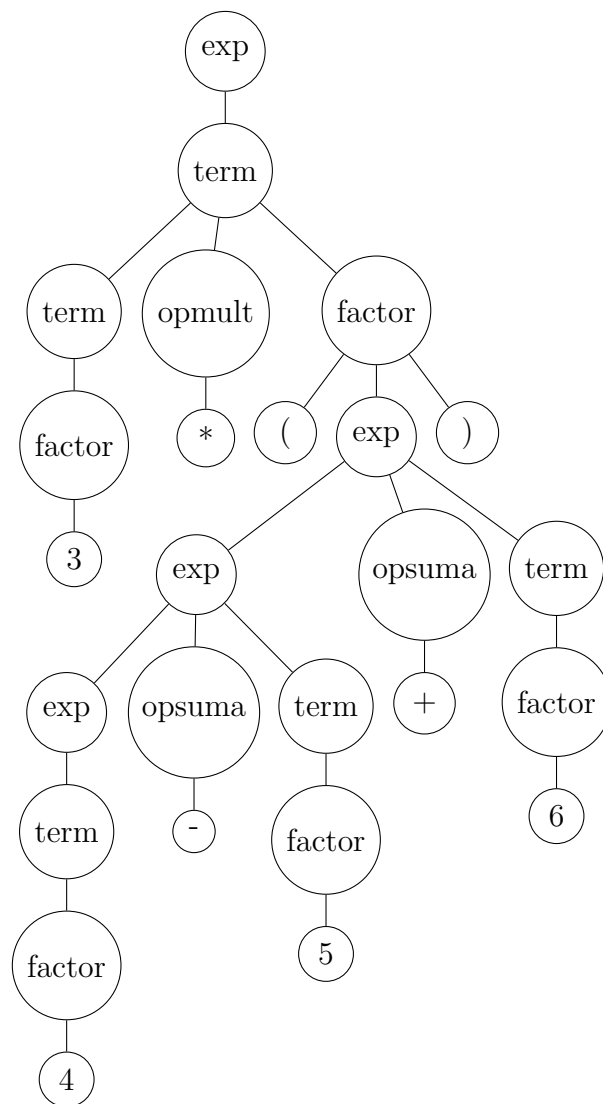
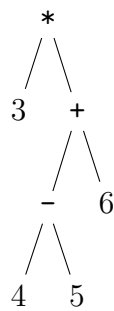


Figura 5: AST



c)  $3-(4+5*6)$

$\text{exp} \rightarrow \text{exp opsuma term}$

$\rightarrow \text{term opsuma term}$

$\rightarrow \text{factor opsuma term}$

$\rightarrow 3 \text{ opsuma term}$

$\rightarrow 3 - \text{term}$

$\rightarrow 3 - \text{factor}$

$\rightarrow 3 - (\text{exp})$

$\rightarrow 3 - (\text{exp opsuma term})$

$\rightarrow 3 - (\text{term opsuma term})$

$\rightarrow 3 - (\text{factor opsuma term})$

$\rightarrow 3 - (4 \text{ opsuma term})$

$\rightarrow 3 - (4 + \text{term})$

$\rightarrow 3 - (4 + \text{term opmult factor})$

$\rightarrow 3 - (4 + \text{factor opmult factor})$

$\rightarrow 3 - (4 + 5 \text{ opmult factor})$

$\rightarrow 3 - (4 + 5 * \text{factor})$

$\rightarrow 3 - (4 + 5 * 6)$



Figura 6: Árbol de análisis gramatical

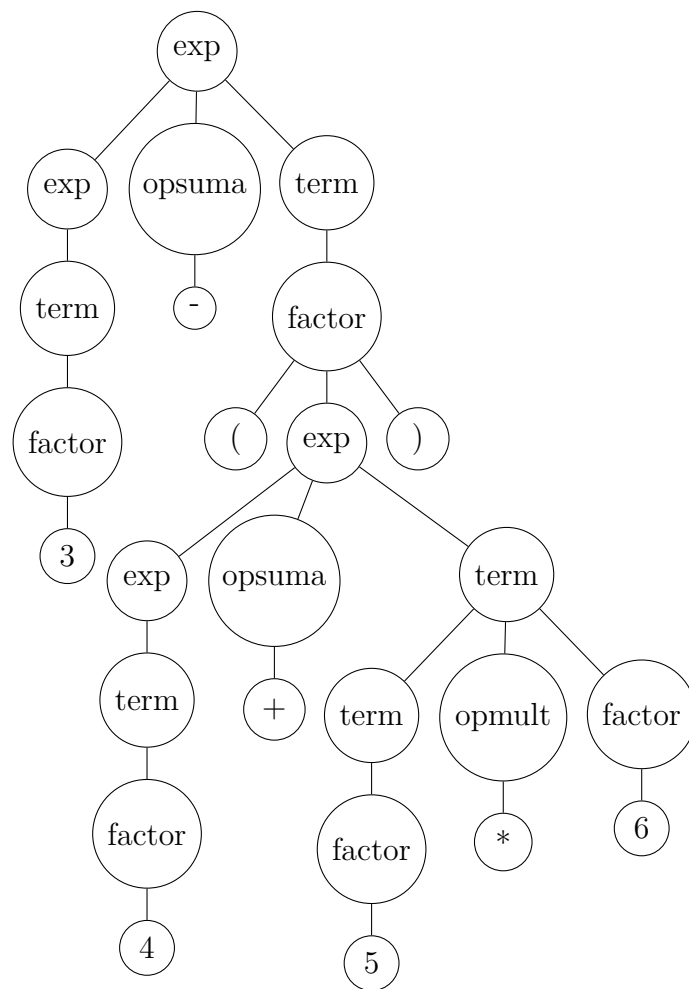
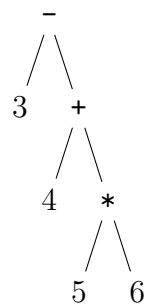


Figura 7: AST



4. La gramática siguiente genera todas las expresiones regulares sobre el alfabeto de letras (utilizamos las comillas para encerrar operadores, puesto que la barra vertical también es un operador además de un metasímbolo):

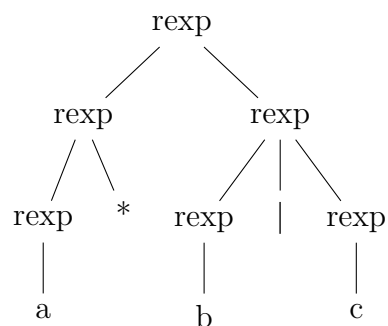
$$\begin{aligned}
 \text{rexp} &\rightarrow \text{rexp "|" rexp} \\
 &\quad | \text{ rexp rexp} \\
 &\quad | \text{ rexp "*" } \\
 &\quad | \text{ "(" rexp "("} \\
 &\quad | \text{ letra}
 \end{aligned}$$

- a) Proporcione una derivación para la expresión regular  $(ab|b)^*$  utilizando esta gramática.

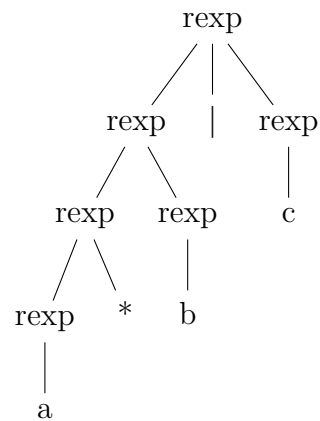
$$\begin{aligned}
 \text{rexp} &\rightarrow \text{rexp "*" } \\
 &\rightarrow \text{"(" rexp "("} \text{ "*" } \\
 &\rightarrow \text{"(" rexp "|" rexp "("} \text{ "*" } \\
 &\rightarrow \text{"(" rexp rexp "|" rexp "("} \text{ "*" } \\
 &\rightarrow \text{"(" a rexp "|" rexp "("} \text{ "*" } \\
 &\rightarrow \text{"(" a b "|" rexp "("} \text{ "*" } \\
 &\rightarrow \text{"(" a b "|" b "("} \text{ "*" }
 \end{aligned}$$

- b) Muestre que esta gramática es ambigua.

No hay reglas de precedencia para "\*", la yuxtaposición o "|" por lo tanto es posible generar árboles distintos para una misma expresión que contenga dos operadores, como  $a*b|c$



$$\begin{aligned}
 \text{rexp} &\rightarrow \text{rexp rexp} \\
 &\rightarrow \text{rexp "*" rexp} \\
 &\rightarrow \text{rexp "*" rexp "|" rexp} \\
 &\xrightarrow{*} a \text{ "*" } b \text{ "|" } c
 \end{aligned}$$



$\text{rexp} \rightarrow \text{rexp} \mid \text{rexp}$   
 $\rightarrow \text{rexp} \text{ rexp} \mid \text{rexp}$   
 $\rightarrow \text{rexp} \text{ "}" \text{ rexp} \mid \text{rexp}$   
 $\rightarrow a \text{ "}" b \mid c$

- c) Vuelva a escribir esta gramática para establecer las precedencias correctas para los operadores.

Considerando la siguiente lista de precedencia, donde una operación más arriba en la lista tiene mayor precedencia:

- 1) Estrella de Kleene
- 2) Yuxtaposición
- 3) Unión

Se puede desambiguar la gramática de la siguiente manera:

$\text{re} \rightarrow \text{re} \mid \text{term} \mid \text{term}$   
 $\text{term} \rightarrow \text{term} \text{ rep} \mid \text{rep}$   
 $\text{rep} \rightarrow \text{base} \text{ "}" \mid \text{base}$   
 $\text{base} \rightarrow \text{"(" re ")} \mid \text{letra}$

- d) ¿Qué asociatividad da su respuesta en el inciso anterior para los operadores binarios? Explique su respuesta.

Las operaciones binarias son la yuxtaposición y la unión; bajo esta gramática ambas son asociativas a la izquierda, dado que el no-terminal **re** o **term** se ubica a la izquierda en sus respectivas producciones:  $\text{re} \rightarrow \text{re} \mid \text{term}$  para la unión y  $\text{term} \rightarrow \text{term} \text{ rep}$  para la yuxtaposición.

Por lo tanto, las expresiones a la izquierda tienen mayor profundidad en el AST (los términos a la derecha deben reemplazarse por terminales u

operaciones de mayor precedencia) y consecuentemente se evalúan primero.

Por ejemplo  $a|b|c$  se deriva como

$\text{re} \rightarrow \text{re} \text{ “|” } \text{term}$   
 $\rightarrow \text{re} \text{ “|” } \text{term} \text{ “|” } \text{term}$   
 $\rightarrow \text{term} \text{ “|” } \text{term} \text{ “|” } \text{term}$   
 $\xrightarrow{*} a \text{ “|” } b \text{ “|” } c$

