

1. En cada caso determinar si la sucesión $\{a_n\}$ converge o diverge y en caso de ser convergente hallar su límite.

a) $a_n = \frac{1}{n^\alpha}, \quad a > 0,$

d) $a_n = \cos \frac{n\pi}{2},$

b) $a_n = \frac{n-1}{n} - \frac{n}{n-1},$

e) $a_n = \frac{n!}{n^n},$

f) $a_n = \frac{n^p}{e^n}, \quad p > 0,$

c) $a_n = \frac{3n^2 - n + 4}{2n^2 + 1},$

g) $a_n = \sqrt[n]{n}.$

2. En cada caso determinar si la serie converge o diverge y en caso de ser convergente hallar su suma.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)},$

e) $\sum_{n=1}^{\infty} 3 \left(\frac{3}{2} \right)^n,$

i) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{2^n},$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{1}{2} \right)^n,$

f) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2^n} - \frac{1}{3^n} \right),$

j) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2 - 1},$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)(2n+3)},$

g) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{n^2 + 1}},$

k) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 3^n}{6^n},$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+2)},$

h) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n + 1}{2^{n+1}},$

l) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n+1} - \sqrt{n}}{\sqrt{n^2 + n}}.$

3. Estudiar el carácter de las siguientes series en función de los valores posibles de los parámetros a y b , si los hay. En cada caso utilizar alguno de los criterios de convergencia para justificar la respuesta.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n + 1},$

d) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}},$

b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{|b|^n}{n(1+a^n)}, \quad a > 1, \quad |b| \neq a,$

e) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n}{(n+2)(n+a)5^n}, \quad a > 0,$

c) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{1+n^2},$

f) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{3^n - 1}.$