Tiempo de Ejecución (II)

Ejercicio

```
int c=1;
while (c < n) {
        algo_de_O(1);
        c=2*c;
}
```

1 **Analizar**
El bucle termina cuando
c >= n

2 **Simular** la ejecución del código

P_0 c = 1

P_1 c = 2*1

P_2 c = 2*2*1

P_3 c = 2*2*2*1

P_k c = 2^k

3 El bucle termina en un paso **k-ésimo** donde la condición no se cumple

c = 2^k ⇒ **2^k = n -1**

k = $Log_2(n-1)$

3 El valor de **K** indicará la cantidad de veces que se ejecutó el bucle

$$T(n) = c_1 + \sum_{k=1}^{\log n \ -1} (c_2)$$

Recurrencia

$$T(n)=\begin{cases}1, n=1\\ 8T\left(\frac{n}{2}\right)+n^3, n\geq 2\end{cases}$$

1 $T(n)=8T\left(\frac{n}{2}\right)+n^3, n\geq 2$

$$T(n)=8\left[8T\left(\frac{\frac{n}{2}}{2}\right)+\left(\frac{n}{2}\right)^3\right]+n^3, n\geq 4$$

$$T(n)=8\left[8T\left(\frac{n}{4}\right)+\frac{n^3}{2^3}\right]+n^3, n\geq 4$$

$$T(n)=8^2T\left(\frac{n}{4}\right)+8\frac{n^3}{2^3}+n^3, n\geq 4$$

$$T(n)=8^2T\left(\frac{n}{2^2}\right)+n^3+n^3, n\geq 4$$

$$T(n)=\begin{cases}1, n=1\\ 8T\left(\frac{n}{2}\right)+n^3, n\geq 2\end{cases}$$

2 $T(n)=8^2T\left(\frac{n}{2^2}\right)+2n^3, n\geq 2^2$

$$T(n)=8^2\left[8T\left(\frac{\frac{n}{2^2}}{2}\right)+\left(\frac{n}{2^2}\right)^3\right]+2n^3, n\geq 2^3$$

$$T(n)=8^2\left[8T\left(\frac{n}{2^3}\right)+\frac{n^3}{2^6}\right]+2n^3, n\geq 2^3$$

$$T(n)=8^3T\left(\frac{n}{2^3}\right)+8^2\frac{n^3}{2^6}+2n^3, n\geq 2^3$$

$$T(n)=\begin{cases}1, n=1\\ 8T\left(\frac{n}{2}\right)+n^3, n\geq 2\end{cases}$$

$$T(n)=8^3T\left(\frac{n}{2^3}\right)+n^3+2n^3, n\geq 2^3$$

3 $$T(n)=8^3T\left(\frac{n}{2^3}\right)+3n^3, n\geq 2^3$$

$$T(n)=8^iT\left(\frac{n}{2^i}\right)+in^3, n\geq 2^i$$

$$\frac{n}{2^i}=1 \Rightarrow n=2^i \Rightarrow i=Log_2(n)$$

$$a^{Log_b(c)} = c^{Log_b(a)}$$

$$8^{Log_2(n)} = n^{Log_2(8)}$$

$$T(n) = \begin{cases} 1, n = 1 \\ 8T\left(\frac{n}{2}\right) + n^3, n \geq 2 \end{cases}$$

$$T(n) = 8^{Log_2(n)} T\left(\frac{n}{2^{Log_2(n)}}\right) + Log_2(n)n^3$$

$$T(n) = n^{Log_2(8)} T\left(\frac{n}{n}\right) + Log_2(n)n^3$$

$$T(n) = n^3 T(1) + Log_2(n)n^3$$

$$T(n) = n^3 + Log_2(n)n^3$$