Parcial 10/12/12

HOJA N°

FECHA MAT IV

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{cases} -2/3\,\lambda_1 + \lambda_2 = 6 & (5) \\ \lambda_1 + \lambda_2 = 6 & (6) \end{cases}$$

de (6) $\lambda_2 = 6 - \lambda_1$ (7)

Reemplazando (7) en (5)

$$-2/3\,\lambda_1 + 6 - \lambda_1 = 6$$

$$\lambda_1(-2/3 - 1) = 0$$

$$\lambda_1 = 0$$

La segunda columna será entonces $\begin{bmatrix} 0 \\ 6 \end{bmatrix}$

La matriz en la base de autovectores será

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$$

4- a) $f = x^2 + yx - x - y^3$

$$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x + y - 1$$

$$\frac{\partial f}{\partial y} = x - 3y^2$$

$$\frac{\partial f}{\partial x^2} = \frac{\partial(2x + y - 1)}{\partial x} = 2$$

$$\frac{\partial f}{\partial y \partial x} = \frac{\partial(2x + y - 1)}{\partial y} = 1$$

NOTA

b) Hallar los puntos críticos

$f = x^2 + yx - x - y^3$

$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x + y - 1$ $\qquad$ $\frac{\partial f}{\partial y} = x - 3y^2$

Como f es diferenciable, evaluamos cuando las derivadas parciales se anulan.

$$\begin{cases} 2x + y - 1 = 0 & (1) \\ x - 3y^2 = 0 & (2) \end{cases}$$

de (1) $\quad y = 1 - 2x \quad (3)$

de (3) en (2)

$$x - 3(1 - 2x)^2 = 0$$
$$x - 3(1 + 4x^2 - 4x) = 0$$
$$x - 3 - 12x^2 + 12x = 0$$
$$-12x^2 + 13x - 3 = 0$$

$$x = \frac{-13 \pm \sqrt{169 - 4(-12)(-3)}}{-24}$$

$$\frac{-13 \pm \sqrt{169 - 144}}{-24} = \quad x_1 = \frac{-13 + 5}{-24} = \frac{-8}{-24} = 0{,}33$$

$$x_2 = \frac{-13 - 5}{-24} = \frac{-18}{-24} = 0{,}75$$

con $x_1 = 0{,}33$ $\quad y_1 = 1 - 2(0{,}33) = 0{,}33$ $\quad P_1(0{,}33;\ 0{,}33)$

con $x_2 = 0{,}75$ $\quad y_2 = 1 - 2(0{,}75) = -0{,}5$ $\quad P_2(0{,}75, -0{,}5)$

$P_1$ y $P_2$ son los puntos críticos de la función

Construimos la matriz Hessiana

$\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y} = 1$ $\qquad$ $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x} = 1$ ✓ $\qquad$ $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 2$

$\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = \frac{\partial (x - 3y^2)}{\partial y} = -3 \cdot 2y = -6y$

NOTA

Parcial 10/12/12

MAT IV

· $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = -6y \Big|_{(0,33;\,0,33)} = -6\,\frac{1}{3} = -2$

$$H = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$$

$\det H = -4 - 2 = -6 < 0$

como $\det < 0$, $f(0,33;\,0,33)$ tiene un <u>punto de ensilladura</u>

· $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = -6y \Big|_{(0,75;\,-0,5)} = -6\left(-\frac{1}{2}\right) = 3$

$$H = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

· $\det H = 6 - 2 = 4 > 0$

como $\det > 0$ y $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} > 0$,

$f(0,75;\,-0,5)$ tiene un <u>mínimo local</u>

NOTA