3-

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix}$$

Hallo el polinomio caracteristico $P(\lambda)$

$$P(\lambda) = \det\left(\begin{bmatrix} 4-\lambda & 2 \\ 3 & 3-\lambda \end{bmatrix}\right)$$

$$= (4-\lambda)(3-\lambda) - 6$$
$$= 12 - 4\lambda - 3\lambda + \lambda^2 - 6$$
$$= \lambda^2 - 7\lambda + 6$$

Hallo las raices del polinomio caracteristico

$$P(\lambda) = 0$$
$$\lambda^2 - 7\lambda + 6 = 0$$

$$\frac{7 \pm \sqrt{49 - 4.1.6}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{25}}{2} = \frac{7 \pm 5}{2}$$

$$\lambda_2 = \frac{7+5}{2} = 6$$

$$\lambda_1 = \frac{7-5}{2} = 1$$

Los autovalores son entonces $\lambda_1 = 1$ y $\lambda_2 = 6$

Hallamos el autovector asociado al autovalor 1

$$\begin{bmatrix} 4-1 & 2 \\ 3 & 3-1 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

NOTA

$$3x + 2y = 0$$

$$3x = -2y$$

$$x = \frac{-2y}{3}$$

Expresando el vector en función de y $\begin{pmatrix} -\frac{2}{3}y \\ y \end{pmatrix} = y \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ 1 \end{pmatrix}$

El generador del espacio del autovector asociado a λ_1 es $\begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ 1 \end{pmatrix}$

Hallamos el autovector asociado al autovalor 6

$$\begin{bmatrix} 4-6 & 2 \\ 3 & 3-6 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 3 & -3 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} -2x + 2y = 0 & (1) \\ 3x - 3y = 0 & (2) \end{cases}$$

De (1) $2y = 2x$

$y = x$

Expresando el vector en función de x $\begin{pmatrix} x \\ x \end{pmatrix} = x \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

El generador del espacio del autovector asociado a λ_2 es $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

b- Para poder escribir la matriz en la base $\left\{\begin{pmatrix}-2/3\\1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}\right\}$

Procedemos de forma usual, transformamos los vectores de la base y los expresamos como combinación lineal

cualquier vector expresado en esa base tendrá la forma

$$\lambda_1(-2/3, 1) + \lambda_2(1, 1) = (-2/3\,\lambda_1, \lambda_1) + (\lambda_2 + \lambda_2)$$
$$= (-2/3\,\lambda_1 + \lambda_2, \lambda_1 + \lambda_2)$$

$$\begin{bmatrix}4 & 2\\3 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-2/3\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-\frac{8}{3}+2\\-2+3\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-\frac{8}{3}+\frac{6}{3}\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}-\frac{2}{3}\\1\end{bmatrix}$$

Expresando el vector como combinación lineal

$$(-2/3, 1) = (-2/3\,\lambda_1 + \lambda_2, \lambda_1 + \lambda_2)$$

$$\begin{cases}-2/3\,\lambda_1 + \lambda_2 = -2/3 & (1)\\ \lambda_1 + \lambda_2 = 1 & (2)\end{cases}$$

De (2) $\quad \lambda_2 = 1 - \lambda_1 \quad$ (3)

(3) en (1) $\quad -2/3\,\lambda_1 + 1 - \lambda_1 = -2/3$

$$\lambda_1(-2/3 - 1) = -2/3 - 1$$

$$\lambda_1 = 1 \quad (4)$$

Reemplazando (4) en (2) $\quad 1 + \lambda_2 = 1$

$$\lambda_2 = 0$$

La primer columna de la matriz será $\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}$

NOTA

Parcial 10/12/12

HOJA N°

FECHA MAT IV

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 6 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{cases} -2/3\,\lambda_1 + \lambda_2 = 6 & (5) \\ \lambda_1 + \lambda_2 = 6 & (6) \end{cases}$$

de (6) $\quad \lambda_2 = 6 - \lambda_1 \quad (7)$

Reemplazando (7) en (5)

$$-2/3\,\lambda_1 + 6 - \lambda_1 = 6$$

$$\lambda_1(-2/3 - 1) = 0$$

$$\lambda_1 = 0$$

La segunda columna será entonces $\begin{bmatrix} 0 \\ 6 \end{bmatrix}$

La matriz en la base de autovectores será

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$$

4- a) $f = x^2 + 4x - x - y^3$

$\frac{\partial f}{\partial x} = 2x + y - 1$

$\frac{\partial f}{\partial y} = x - 3y^2$

$\frac{\partial f}{\partial x^2} = \frac{\partial(2x + y - 1)}{\partial x} = 2$

$\frac{\partial f}{\partial y \partial x} = \frac{\partial(2x + y - 1)}{\partial y} = 1$

NOTA