Práctica 3

① a) Discreta
b) Continua
c) Continua
d) Discreta
e) Discreta
f) Continua

② ∘ X = "Número de autos con manchas que compra la agencia entre seis"

∘ $R_X = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

a) $f(x) = P(X = x)$

∘ $f(0) = P(X=0) = \dfrac{\binom{4}{0}\binom{6}{6}}{\binom{10}{6}} = \dfrac{1}{210}$

∘ $f(1) = P(X=1) = \dfrac{\binom{4}{1}\binom{6}{5}}{\binom{10}{6}} = \dfrac{4}{35}$

∘ $f(2) = P(X=2) = \dfrac{\binom{4}{2}\binom{6}{4}}{\binom{10}{6}} = \dfrac{3}{7}$

∘ $f(3) = P(X=3) = \dfrac{\binom{4}{3}\binom{6}{3}}{\binom{10}{6}} = \dfrac{8}{21}$

∘ $f(4) = P(X=4) = \dfrac{\binom{4}{4}\binom{6}{2}}{\binom{10}{6}} = \dfrac{1}{14}$

X	0	1	2	3	4
f(x)	1/210	4/35	3/7	8/21	1/14

Se cumple que $\sum_{x=0}^{4} f(x) = 1$ y que $f(x) \geqslant 0 \ \forall x$

b)

∘ $P(X=0) = \dfrac{1}{210}$

∘ $P(X=2) = \dfrac{3}{7}$

∘ $P(X \leqslant 2) = 1 - (P(X=3) + P(X=4)) = 1 - \left(\dfrac{8}{21} + \dfrac{1}{14}\right) = \dfrac{23}{42} = 0{,}54$

∘ $P(X \geqslant 2) = 1 - (P(X=0) + P(X=1)) = 1 - \left(\dfrac{1}{210} + \dfrac{4}{35}\right) = \dfrac{37}{42} = 0{,}88$

NOTA

③

- X = "Espesor de un entablado de madera (en pulgadas) que ordena un cliente"
- $R_X = \{1/8, 1/4, 3/8\}$

$$F(X) = P(X \leq x) \begin{cases} 0 & si \quad x < 1/8 \\ 0{,}2 & si \quad 1/8 \leq x < 1/4 \\ 0{,}9 & si \quad 1/4 \leq X < 3/8 \\ 1 & si \quad X \geq 3/8 \end{cases}$$

a) $P(x \leq 1/8) = F(1/8) = 0{,}2$

b) $P(x \leq 1/4) = F(1/4) = 0{,}9$

c) $P(x \leq 5/16) = F(5/16) = 0{,}9$

d) $f(1/8) = P(X = 1/8) = 0{,}2 \longrightarrow$ Coincide con la acumulada por ser el primer valor de la v.a

$f(1/4) = P(X = 1/4) = P(1/8 \leq x < 1/4) = F(1/4) - F(1/8) = 0{,}9 - 0{,}2 = 0{,}7$

$f(3/8) = P(X = 3/8) = P(1/4 \leq x < 3/8) = F(3/8) - F(1/4) = 1 - 0{,}9 = 0{,}1$

Se cumple que $\sum_{x \in R_X} f(x) = 1$ y $f(x) \geq 0 \; \forall x$

④

a) $F(x) = P(X \leq x) = \sum_{k \leq x} f(k)$

$$F(X) = \begin{cases} 0 & si \quad x < 0 \\ 0{,}41 & si \quad 0 \leq X < 1 \\ 0{,}78 & si \quad 1 \leq X < 2 \\ 0{,}94 & si \quad 2 \leq X < 3 \\ 0{,}99 & si \quad 3 \leq X < 4 \\ 1 & si \quad X \geq 4 \end{cases}$$

b) $F(2) = 0{,}94$

$F(3{,}1) = 0{,}99$

5

- $E(x)$:

2) $E(x) = \sum_{x_i \in R_x} x_i \cdot P(X = x_i) = 12/35$

4) $E(x) = \sum_{x_i \in R_x} x_i \cdot P(X = x_i) = 0{,}88$

- $E(x^2)$:

2) $E(x^2) = \sum_{x_i \in R_x} (x_i)^2 \cdot P(X = x_i) = 6{,}4$

4) $E(x^2) = \sum_{x_i \in R_x} (x_i)^2 \cdot P(X = x_i) = 1{,}62$

- $V(x)$:

2) $V(x) = E(x^2) - (E(x))^2 = 6{,}4 - (12/35)^2 = 0{,}64$

4) $V(x) = E(x^2) - (E(x))^2 = 1{,}62 - (0{,}88)^2 = 0{,}8456$

6

X = "Número de tambores pedidos por un cliente elegido aleatoriamente"

$R_x = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

a)

- $E(x) = \sum_{x_i \in R_x} x_i \cdot P(X = x_i) = 2{,}3$
- $E(x^2) = \sum_{x_i \in R_x} (x_i)^2 \cdot P(X = x_i) = 7{,}1$
- $V(x) = E(x^2) - (E(x))^2 = 7{,}1 - (2{,}3)^2 = 1{,}81$
- $\sigma(x) = \sqrt{V(x)} = \sqrt{1{,}81}$

b)

Y = "Número de galones ordenados" $Y = 10x$

NOTA

b1)

$R_y = \{10, 20, 30, 40, 50\}$

Y	10	20	30	40	50
$f(y)$	0,4	0,2	0,2	0,1	0,1

b2)

- $E(Y) = E(10X) = 10 \cdot E(X) = 10 \cdot 2{,}3 = 23$
  propiedad de linealidad

- $V(Y) = V(10X) = 10^2 \cdot V(X) = 10^2 \cdot 1{,}81 = 181$
  propiedad de linealidad

- $\sigma(Y) = \sqrt{181}$

7

X = "Número de llamadas contestadas en menos de 30 segundos entre 10"

$R_x = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$X \sim B(n, p) \longrightarrow n = 10 \; ; \; p = 0{,}75$

a) $P(X = 9) = 0{,}18771$
app

b) Y = "Número de llamadas contestadas en menos de 30 segundos entre 20"

$R_y = \{0, 1, \dots, 20\}$

$Y \sim B(n, p) \longrightarrow n = 20 \; ; \; p = 0{,}75$

- $P(Y \geq 16) = 0{,}41484$
  app

c) $E(Y) = 20 \cdot 0{,}75 = 15$

Escaneado con CamScanner

⑧

a) A = "La persona usa el auto grande para ir al trabajo"

A^c = "La persona usa el auto pequeño para ir al trabajo"

T = "La persona llega a tiempo al trabajo"

∘ $P(A) = 1/4$ ∘ $P(A^c) = 3/4$ ∘ $P(T | A^c) = 0{,}9$ ∘ $P(T | A) = 0{,}6$

$P(T) = P(T/A) \cdot P(A) + P(T | A^c) \cdot P(A^c) = 0{,}825$

b) X = "Número de veces que llega a tiempo al trabajo entre 10"

$R_x = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

$X \sim B(n, p) \longrightarrow n = 10 \; ; \; p = 0{,}825$

$P(X = 6) = 0{,}06210$

↳ app

⑨

X = "Número de artículos defectuosos entre los 4 elegidos"

$R_x = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

$X \sim B(n, p) \longrightarrow n = 4 \; ; \; p = 5/25 = 0{,}2$

a) ∘ f.d.p : $f(x) = \binom{4}{x} \cdot 0{,}2^x \cdot (1 - 0{,}2)^{4-x}$

b) ∘ $E(x) = 4 \cdot 0{,}2 = 0{,}8$

∘ $V(x) = 4 \cdot 0{,}2\,(1 - 0{,}2) = 0{,}64$

(10)

Y = "Número de veces que hay que llamar hasta obtener la primer respuesta en menos de 30 segundos"

$Y \sim G(p) \longrightarrow p = 0{,}75$

a) $P(Y=4) = f(4) = 0{,}01172$ → app

b) $E(Y) = 1/0{,}75$

(11)

X = "Número de días transcurridos hasta que la P.C se descomponga por primera vez"

$X \sim G(p) \longrightarrow p = 0{,}1$

- $P(X=12) = f(12) = 0{,}03138$ → app

- $E(X) = 1/0{,}1 = 10$ - $V(X) = \dfrac{1-0{,}1}{(0{,}1)^2} = 90$

(12)

X = "Número de llamadas de asistencia recibidas en 1 hora"

$X_t \sim P(\lambda) \longrightarrow \lambda = c \cdot t \; ; \; c = 4/\text{hora}$

a) $t = 1 \; ; \; \lambda = 4$ / - $P(X_1 = 10) = \dfrac{e^{-\lambda} \, \lambda^x}{x!} = \dfrac{e^{-4} \, 4^{10}}{10!} = 0{,}00529$

b) $t = 0{,}5$ horas ; $\lambda = 4/\text{horas} \cdot 0{,}5 \text{ horas} = 2$

$P(X_1 = 0) = \dfrac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^x}{x!} = \dfrac{e^{-2} \cdot \lambda^0}{0!} = 0{,}13534$

(13)

X = "Número de visitas realizadas en un día entre semana"

$X \sim P(\lambda) \longrightarrow \lambda = \alpha . t = 8 . 1 = 8$

a) $P(X > 4) = 1 - P(X \leq 4) = 1 - \sum_{K=0}^{4} \frac{e^{-8} . 8^{K}}{K!} = 1 - 0{,}09963 = 0{,}90037$

complemento   app

$P(7 \leq X \leq 10) = P(6 < X \leq 10) = F(10) - F(6) = 0{,}81589 - 0{,}31337 =$

app

$= 0{,}50252$

b) Y = "Número de días en la semana la semana laboral con más de 4 visitas"

$R_Y = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

$Y \sim B(n, p) \longrightarrow n = 5 \ ; \ p = 0{,}90037$

$P(Y = 3) = 0{,}07245$

app

(14) X = "Número de circuitos probados que son defectuosos entre 4"

$X \sim H(n, M, N) \longrightarrow n = 4 \ ; \ M = 3 \ ; \ N = 10$

a) $P(X = 2) = 0{,}30000$

app

b) $E(X) = n . \frac{M}{N} = 4 . \frac{3}{10} = 1{,}2$

$V(x) = n . \frac{M}{N} . \left(1 - \frac{M}{N}\right) . \left(\frac{N - n}{N - 1}\right) = 4 . \frac{3}{10} . \left(1 - \frac{3}{10}\right) . \left(\frac{10 - 4}{10 - 1}\right) = 0{,}56$

NOTA

(15) $X =$ "Número de circuitos defectuosos entre 4"

$X \sim H(n, M, N) \longrightarrow n = 4 \; ; \; M = 300 \; ; \; N = 1000$

$R_x = \{0, 1, 2, 3, 4\}$

a)

$P(X = 2) = 0{,}26493$

$\hookrightarrow$ app

b)

$X \sim B(p) \longrightarrow p = 300/1000 = 0{,}3 \quad \circ \; P(X = 2) \approx 0{,}26460$