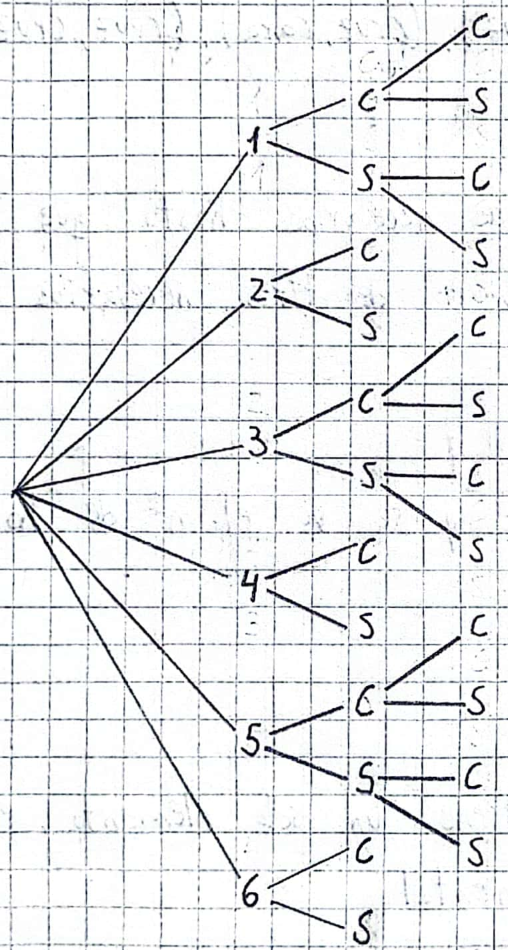
Práctica 1

① a) Extensión : $S = \{(1,1),(1,2),(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),(2,1),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6),(3,1),(3,2),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6),(4,1),(4,2),(4,3),(4,4),(4,5),(4,6),(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6),(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\}$

b) Comprensión : $S = \{(x,y) : 1 \leq x \leq 6 \wedge 1 \leq y \leq 6 \wedge x, y \in \mathbb{N}\}$

②



③ a) $S_1 = \{(F,F,F,F),(F,F,F,M),(F,F,M,M),(F,M,M,M),(M,M,M,M)\}$

b) $S_2 = \{4, 3, 2, 1, 0\}$

NOTA

④ a) $A=\{(3,6),(4,5),(4,6),(5,4),(5,5),(5,6),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\}$

b) $B=\{(1,2),(2,1),(2,2),(2,3),(3,2),(2,4),(4,2),(2,5),(5,2),(2,6),(6,2)\}$

c) $C=\{(5,1),(5,2),(5,3),(5,4),(5,5),(5,6),(6,1),(6,2),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\}$

d) $A\cap C=\{(5,4),(5,5),(5,6),(6,3),(6,4),(6,5),(6,6)\}$

e) $A\cap B=\emptyset$

f) $B\cap C=\{(5,2),(6,2)\}$

⑤ a) $A=\{(1,c,c),(1,c,s),(1,s,c),(1,s,s),(2,c),(2,s)\}$

b) $B=\{(1,s,s),(3,s,s),(5,s,s)\}$

c) $A^c=\{(3,c,c),(3,c,s),(3,s,s),(3,s,c),(4,c),(4,s),(5,c,c),(5,c,s),(5,s,c),$
$(5,s,s),(6,c),(6,s)\}$

d) $A^c\cap B=\{(3,s,s),(5,s,s)\}$

e) $A\cup B=\{(1,c,c),(1,c,s),(1,s,c),(1,s,s),(2,c),(2,s),(3,s,s),(5,s,s)\}$

⑥ a) $P(A)=\dfrac{\#A}{\#S}=\dfrac{10}{36}=\dfrac{5}{18}$

b) $P(B)=\dfrac{\#B}{\#S}=\dfrac{11}{36}$

c) $P(C)=\dfrac{\#C}{\#S}=\dfrac{12}{36}=\dfrac{1}{3}$

d) $P(A\cap C)=\dfrac{\#A\cap C}{\#S}=\dfrac{7}{36}$

7

$$\#S = \binom{9}{3} = \frac{9!}{3!(9-3)!} = 84$$

a) A = "se selecciona el diccionario"

$$\#A = \binom{8}{2} = \frac{8!}{2!(8-2)!} = 28$$

$$P(A) = \frac{\#A}{\#S} = \frac{28}{84} = \frac{1}{3}$$

b) B = "se selecciona 2 novelas y 1 libro de poemas"

$$\#B = \binom{5}{2}\cdot\binom{3}{1} = \left(\frac{5!}{2!(5-2)!}\right)\cdot\left(\frac{3!}{1!(3-1)!}\right) = 30$$

$$P(B) = \frac{\#B}{\#S} = \frac{30}{84} = \frac{5}{14}$$

8

a) $S = \{1, 2, 3, 4\}$

"p" es la probabilidad de que salga cada cara

- $P(\{1\}) = P(\{3\}) = 2p$
- $P(\{2\}) = 3p$
- $P(\{4\}) = p$

$$P(S) = 1 = P(\{1\}) + P(\{2\}) + P(\{3\}) + P(\{4\}) =$$

$$1 = 2p + 3p + 2p + p =$$

$$1 = 8p$$

$$\frac{1}{8} = p$$

Reemplazamos el valor de "p"

- $P(\{1\}) = P(\{3\}) = 2\cdot\frac{1}{8} = \frac{2}{8}$
- $P(\{2\}) = 3\cdot\frac{1}{8} = \frac{3}{8}$
- $P(\{4\}) = \frac{1}{8}$

NOTA

b) B = "sale número par"

- $P(B) = P(\{2\}) + P(\{4\}) = \frac{3}{8} + \frac{1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

c1) No, no cambiaría el espacio muestral ya que no varían los resultados posibles para el evento aleatorio.

$S = \{1, 2, 3, 4\}$

c2) Sí, la probabilidad cambiaría.

Nuevo valor de $P(\{4\}) = 2p$

Las demás probabilidades no varían.

- $P(S) = 1 = P(\{1\}) + P(\{2\}) + P(\{3\}) + P(\{4\})$

$$1 = 2p + 3p + 2p + 2p =$$
$$1 = 9p$$
$$\frac{1}{9} = p$$

Reemplazando el nuevo valor de "p"

- $P(\{1\}) = P(\{3\}) = 2 \cdot \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$

- $P(\{2\}) = 3 \cdot \frac{1}{9} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

- $P(\{4\}) = 2 \cdot \frac{1}{9} = \frac{2}{9}$

- B = "sale número par"

$P(B) = P(\{2\}) + P(\{4\}) = \frac{1}{3} + \frac{2}{9} = \frac{5}{9}$

⑨

$$\left.\begin{matrix} X\,X\,X\,X\,Z \\ X\,X\,X\,Z\,X \\ X\,X\,Z\,X\,X \\ X\,Z\,X\,X\,X \\ Z\,X\,X\,X\,X \end{matrix}\right\} \quad X \neq Z \; ; \; X, Z \in \{1,2,3,4,5,6\}$$

Z puede salir en 5 órdenes distintos y puede tomar 5 valores distintos porque el 6to es el valor que se repite 4 veces

$\#S = 6.6.6.6.6 = 6^5 = 7776$

A = "Obtenemos 4 números iguales"

$\#A = 6.5.5 = 150$

∘ $P(A) = \dfrac{\#A}{\#S} = \dfrac{150}{7776}$

⑩ $S = \{x \in \mathbb{N} ; 1 \leq x \leq 50\}$

$\#S = 50$

i) A = "Sale carta divisible por 5"

$A = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50\}$

$\#A = 10$

∘ $P(A) = \dfrac{\#A}{\#S} = \dfrac{10}{50} = \dfrac{1}{5}$

ii) B = "Termina en 2"

$B = \{2, 12, 22, 32, 42\}$

$\#B = 5$

∘ $P(B) = \dfrac{\#B}{\#S} = \dfrac{5}{50} = \dfrac{1}{10}$

NOTA

(11) para S importa el orden, no hay reemplazo y es equiprobable y finito

- Asientos = _ _ _ _ _ _
- Personas = 6 5 4 3 2 1

  Disponibles

$\# S = 6! = 720$

a) A = "Pablo y María estan juntos en el extremo izquierdo"

P M 4 3 2 1 + M P 4 3 2 1

$\# A = 4! + 4! = 24 + 24 = 48$

- $P(A) = \frac{\# A}{\# S} = \frac{48}{720} = \frac{1}{15}$

b) Para verlo en una matriz

$$\left.\begin{matrix} M & P & 4 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & M & P & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 3 & M & P & 2 & 1 \\ 4 & 3 & 2 & M & P & 1 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & M & P \end{matrix}\right\}$$

Estando juntos el par (María, Pablo) puede estar en 5 posiciones distintas. También importa el orden por lo tanto hay que considerar lo mismo para el par (Pablo, María).

B = "Pablo y María se sientan juntos"

$\# B = 2 . 5 . 4! = 240$

- $P(B) = \frac{\# B}{\# S} = \frac{240}{720} = \frac{1}{3}$

(12)

$P(DA) = 0{,}03$

$P(DN) = 0{,}15$

$P(OD) = 0{,}14$

$P(OE) = 0{,}40$

$P(OH) = 0{,}28$

$S = \{DA, DN, OD, OE, OH\}$

$S = 1 = 0{,}03 + 0{,}15 + 0{,}14 + 0{,}40 + 0{,}28$

$1 = 1$

a) A = "La PC está en un dormitorio"

$A = \{DA, DN, OD\}$

∘ $P(A) = P(DA) + P(DN) + P(OD) = 0{,}03 + 0{,}15 + 0{,}14 = 0{,}32$

b) B = "La PC no está en un dormitorio"

$B = \{OE, OH\}$ o : $B = A^c \rightarrow 1 - P(A) = 1 - 0{,}32 = 0{,}68$

∘ $P(B) = P(OE) + P(OH) = 0{,}40 + 0{,}28 = 0{,}68$

(13) a) A = "El componente funciona más de 6000 horas"

∘ $P(A) = 0{,}42$

B = "El componente no dura más de 4000 horas"

∘ $P(B) = 0{,}04$

C = "El componente no dura más de 6000 horas"

$C = A^c$

$P(C) = 1 - P(A) = 1 - 0{,}42 = 0{,}58$

b) D = "El componente dura más de 4000 horas"

$D = B^c$

∘ $P(D) = 1 - P(B) = 1 - 0{,}04 = 0{,}96$

c) A = "El componente falla"

∘ $P(A) = 0{,}2$

B = "El componente se deforma pero no falla"

∘ $P(B) = 0{,}35$

c1) $P(A^c) = 1 - P(A) = 1 - 0{,}2 = 0{,}8$

c2) $P(B^c \cap A^c) \underset{\text{De Morgan}}{=} P[(A \cup B)^c] \underset{\text{prop. complemento}}{=} 1 - P(A \cup B) = 1 - [P(A) - P(B)] =$

$= 1 - [P(A) + P(B)] = 1 - [0{,}2 + 0{,}35] = 1 - 0{,}55 = 0{,}45$

c3) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0{,}2 + 0{,}35 + 0 = 0{,}55$

NOTA

(14) $\circ\ P(A) = 1 - P(A^c) = 1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ } Aplicamos propiedad del complemento y despejamos

$\circ\ P(B) = P(A \cup B) - P(A) + P(A \cap B) =$

$P(B) = \frac{3}{4} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} =$

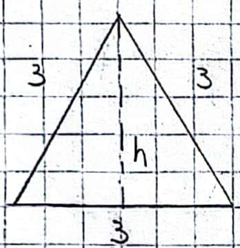
$P(B) = \frac{2}{3}$

} Aplicamos propiedad de la unión y despejamos para $P(B)$

$\circ\ P(A \cap B^c) = P(A - B) = P(A) - P(A \cap B) =$

$= \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$

(15)



$c^2 = a^2 + h^2$

$3^2 = 1{,}5^2 + h^2$

$3^2 - 1{,}5^2 = h^2$

$\sqrt{9 - \frac{9}{4}} = h$

$\frac{3\sqrt{3}}{2} = h$

$A\Delta = \frac{b \cdot h}{2}$

$A\Delta = \frac{3 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2}}{2}$

$A\Delta = \frac{9\sqrt{3}}{4}$

$\circ$ A tiene radio $= 1$

$\circ$ Los ángulos α de un triángulo equilátero valen $60°$

$A_B = \frac{\pi r^2 \alpha}{360}$

$A_B = \frac{\pi (1)^2 60}{360}$

$A_B = \frac{\pi 60}{360}$

$A_B = \frac{\pi}{6}$

$A_S = A_\Delta - 3A_B$

$A_S = \frac{9\sqrt{3}}{4} - \left(3\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)$

$A_S \approx 2{,}32631$

A = "Punto interior del triángulo con distancia al vértice mayor a 1"

- $P(A) = \dfrac{\text{Área de } A}{\text{Área de } S}$ } En mi caso $A = S$ y $S = \Delta$ ..

- $P(A) \approx \dfrac{2{,}32631}{3{,}89711} \approx 0{,}59693$