



Dette er en brukerguide laget av studenter ved UiA som prosjektoppgave i faget Ma-155 (Statistikk)

Hvem som helst kan bidra til [denne guiden](#) via Github. [Hvordan du går fram](#) blir forklart her

1.1 Basics om Mathematica og Wolfram Alpha

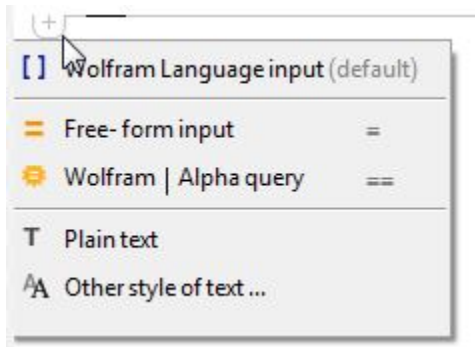
Wolfram Mathematica er et kraftig dataverktøy for symbolregning.

1.2 Oppsett og grunnleggende innstillinger

For å starte et nytt dokument, trykk på "New Notebook" ikonet i velkomstvinduet



Ved å trykke på pluss-tegnet kan du velge input-type. Merk at "Alpha query" og Free-form input er avhengig av internett-tilgang.

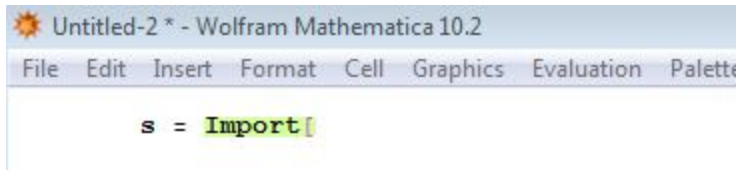


[] Wolfram Language input er standardvalget i Mathematica. Her kan kommandoer skrives over flere linjer, og man må holde inne shift samtidig som man trykker enter for å sende kommando. Her er det kritisk at kommandoene er riktig skrevet, kommandoene er "case-sensitive" og begynner som regel på stor bokstav.

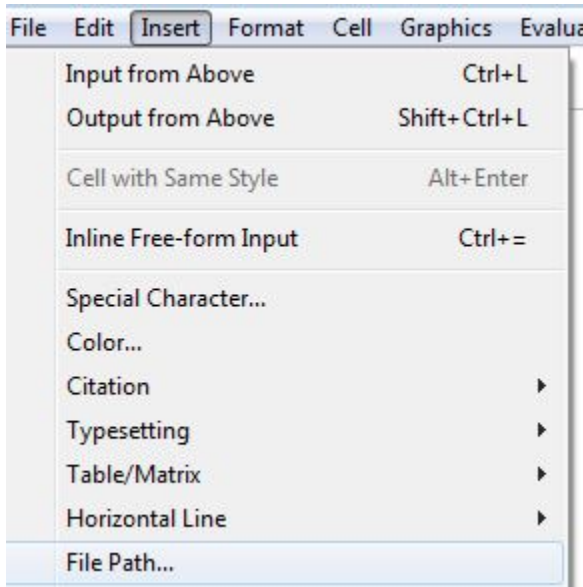
[=] Free-form input er lik Alpha query, men returnerer litt mindre detaljert resultat. I tillegg vises riktig Mathematica-syntaks der det er mulig, og er dermed en god måte å lære seg riktig syntaks på. Free-form input kan velges ved å skrive "=".

[⚙️] Alpha query er det samme som wolframalpha.com. Alpha-motoren er basert på kunstig intelligens og kan ofte forstå hva du ønsker å regne ut selv om syntaksen ikke er riktig. En hurtigere måte å velge Alpha query som input-type på er å skrive "==".

2.1.0 Importere/Eksportere data fra/til excel



Gi dataen som importeres et valgfritt navn. I dette tilfellet "s" (s for seigmann)



Trykk på Insert->File Path... for å velge fil. Når fila er valgt, lukk firkantparantesen og trykk shift+enter for å kjøre kommando

Eksportere data til excell

For å eksportere tabell til excell fil:

```
Export["filnavn.xls", s, "XLS"]
```

Trykker på pila til høyre på linja som viser output får du opp info om hvor fila er lagret.

2.1.1 Kumulative data, tabeller, og diagrammer

Her tar vi utgangspunkt i dataen vi har hentet fra en excell fil (se forrige kapitell). Dataen vi jobber med i dette eksemplet er gitt navnet "s"

Dataen består av en tabell men en liste over lengden man kan strekke forskjellige seigmenn før de ryker (resultat). Første rad i tabellen beskriver farge

	A	B	C
1	Rød	Grønn	Gul
2	16	16	16,5
3	16,5	17,5	15
4	12	17	16
5	17	15	15
6	13	15	15
7	16,5	17	14
8	18	16	17
9	18	16	17
10	17	17	16,5
11	18	17,5	17
12	16	18,5	19
13	15	15,5	17
14	14,5	17	16
15	15	18	19
16	17	15,5	
17		17	

Hente ut spesifikk kollonne/rad fra tabell

data[[rad, kolonne]] (returnerer valgt rad og kolonne)

Rest@ data fjerner første rad

Rest/@ data fjerner første kolonne

```
In[121]:= farge = s[[All, 1]]  
          lengde = Rest /@ s
```

```
Out[121]= {{Rød, Grønn, Gul}}
```

```
Out[122]= {{{16., 16., 16.5}, {16.5, 17.5, 15.}, {12.  
           17 17 16.5}, {18 17.5 17.}, {16.
```

Slå sammen kolonner (legge kolonner under hverandre)

```
In[317]:= liste = {{a, b, c}, {d, e, f}, {g, h, i}}
          liste // TableForm
```

```
Out[317]= {{a, b, c}, {d, e, f}, {g, h, i}}
```

```
Out[318]//TableForm=
```

a	b	c
d	e	f
g	h	i

Fjerne elementer fra liste

Dersom man sitter med en liste med enkelte tomme verdier, eller verdier man ønsker å fjerne.

F.Eks "N/A", kan det lett gjøres slik:

```
In[369]:= liste = {1, , 2, 3, , }
          liste // TableForm
```

```
Out[369]= {1, Null, 2, 3, Null, Null}
```

```
Out[370]//TableForm=
```

1
Null
2
3
Null
Null

Frekvenstabell:

Her er hvordan du lager en tabell som viser antall tilfeller av hver måling. Første kolonne er måling/resultat, andre kolonne er antall/frekvens

```

In[373]:= frekvensTabell = Tally[alleResultater]
          frekvensTabell // TableForm

Out[373]= {{16., 7}, {16.5, 4}, {17.5, 2}, {15., 7}}

Out[374]//TableForm=
  16.      7
  16.5     4
  17.5     2
  15.      7
  12.      1
  17.     12
  13.      1
  14.      1
  18.      4
  18.5     1
  19.      2
  15.5     2
  14.5     1

```

Merk at denne tabellen er usortert, se lenger ned på siden for hvordan du kan sortere innholdet i tabeller.

Kumulativ frekvenstabell:

For å vise kumulativt antall bruker vi funksjonen `Accumulate[data (antall tilfeller)]`. Siden det er antall tilfeller vi ønsker å akumulere må vi hente ut daten fra andre kolonne i frekvenstabellen:

```

In[230]:= frekvens = frekvensTabell[[All, 2]]
          kumulativFrekvensTabell = Accumulate[frekvens]
          kumulativFrekvensTabell // TableForm

Out[230]= {1, 1, 1, 1, 7, 2, 7, 4, 12, 2, 4, 1, 2, 3}

Out[231]= {1, 2, 3, 4, 11, 13, 20, 24, 36, 38, 42, 43, 45, 48}

Out[232]//TableForm=
  1
  2
  3
  4
  11
  13
  20
  24
  36
  38
  42
  43
  45
  48

```

Legge til kolonne i tabell:

```
In[382]:= main = MapThread[Append, {frekvensTabell, kumulativFrekvensTabell}]
          main // TableForm
```

```
Out[382]= {{16., 7, 7}, {16.5, 4, 11}, {17.5, 2, 13}, {15., 7, 20}, {12., 1, 21}, {
          {13., 1, 34}, {14., 1, 35}, {18., 4, 39}, {18.5, 1, 40}, {19., 2, 42}, {
```

```
Out[383]/TableForm=
```

16.	7	7
16.5	4	11
17.5	2	13
15.	7	20
12.	1	21
17.	12	33
13.	1	34
14.	1	35
18.	4	39
18.5	1	40
19.	2	42
15.5	2	44
14.5	1	45

Legge til Rad i tabell:

```
In[384]:= Prepend[main, {"Utfall", "Antall", "Kumulativt antall"}] // TableForm
```

```
Out[384]/TableForm=
```

Utfall	Antall	Kumulativt antall
16.	7	7
16.5	4	11
17.5	2	13
15.	7	20
12.	1	21
17.	12	33
13.	1	34
14.	1	35
18.	4	39
18.5	1	40
19.	2	42
15.5	2	44
14.5	1	45

Dersom raden skal legges i bunnen av tabellen istedenfor skriver du Append istedenfor Prepend.

Generere og sortere tabeller

For å sortere innholdet i tabeller kan man bruke funksjonen `SortBy[liste, #[[kolonne]]&]` (f.eks. vil `kolonne=1` sortere basert på verdiene i 1. kolonne)

```
In[423]:= tabell = {{a, 1}, {b, 3}, {c, 2}}
          SortBy[tabell, #[[1]] &] // TableForm
```

```
Out[423]= {{a, 1}, {b, 3}, {c, 2}}
```

```
Out[424]/TableForm=
```

a	1
b	3
c	2

Dersom lista kun inneholder en kolonne fjern "[kolonne]"


```

In[403]:= liste = {3, 1, 2}
          liste // TableForm

Out[403]= {3, 1, 2}

Out[404]//TableForm=
  3
  1
  2

```

For å vise som tabell kan du skrive data //TableForm

Generere diagrammer:

Stolpediagram:

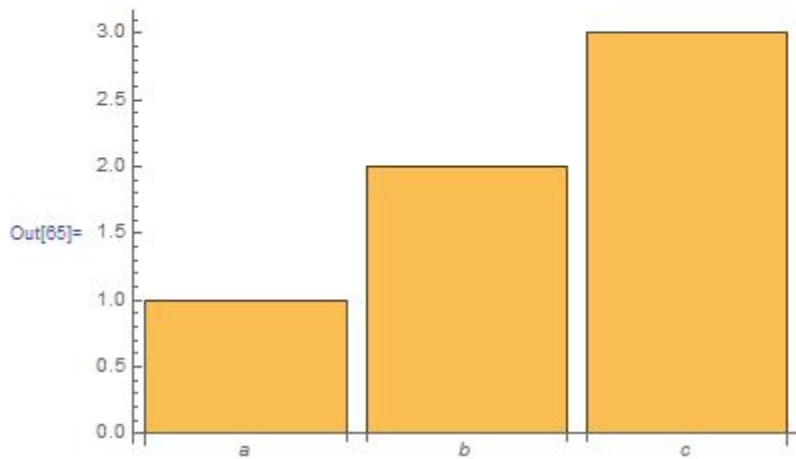
```

In[63]:= type = {a, b, c}
          resultat = {1, 2, 3}
          BarChart[resultat, ChartLabels -> type]

Out[63]= {a, b, c}

Out[64]= {1, 2, 3}

```



2.2 Beliggenhetsmål og spredningsmål

2.2.1 Median, gjennomsnitt

Av Olga Rakvåg

Definisjon (enkelt data):

Median	For data ordnet etter størrelse, $x_{(1)}, x_{(2)}, \dots, x_{(n)}$, er en ofte enklere formel	
	2.1.6	$\tilde{x} = \begin{cases} x_{(\frac{n+1}{2})} & \text{dersom } n \text{ er oddetall} \\ \frac{1}{2} \left(x_{(\frac{n}{2})} + x_{(\frac{n+2}{2})} \right) & \text{dersom } n \text{ er partall} \end{cases}$

	Enkeltdata
Gjennomsnitt	
\bar{x}	2.2.1 $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$

Beregning av enkelt data i Mathematica:

1. Lag data som

```
In[1]:= data={x1,x2,x3...xn}
```

får utOut[1]= {x1,x2,x3...xn}

2. Skriv som input

```
In[2]:= {Mean [data], Median[data]}
```

får utOut[2]= {gjennomsnitt, median}

Eksempel:

La oss finne medianen og gjennomsnitt av data x_n : {11, 11, 11.5, 11.5, 11.5, 12, 12.5, 13, 13, 13.5} som er $\{x_1, x_2, x_3 \dots x_{10}\}$

Benytter vi formel for partall n og får median=12.25 og gjennomsnitt= $\Sigma x/10=12.05$

Slik ser beregning i Mathematica:

```
In[3]:= data = {11, 11, 11.5, 11.5, 11.5, 12, 12.5, 13, 13, 13}
Out[3]= {11, 11, 11.5, 11.5, 11.5, 12, 12.5, 13, 13, 13.5}

In[4]:= {Mean[data], Median[data]}
Out[4]= {12.05, 11.75}
```

Beregning av flervariable data:

1. Lag liste eller generer tilfeldig data

```
In[1]:= data = BlockRandom[SeedRandom[variable]; RandomInteger[variable, {variable, variable}]]
```

2. Grupper data

```
In[1]:= Grid[data]
```

```
In[1]:= Grid[data, Frame -> All]
```

3.1 For å finne gjennomsnitt og median til hver kolonne skriv

```
In[1]:= {Mean [data], Median[data]}
```

3.2 Du kan velge en av kolonner for beregning

```
In[1]:= data[[All, number of column to be calculated]]
```

3.3 Gjennomsnitt og median til den utvalgte kollonen

```
In[1]:= {Mean [data[[All, number ofcolumn to be calculated]]], Median[data[[All, number of column to be calculated]]]}
```

Eksempel::

```

In[1]:= data = BlockRandom[SeedRandom[3];
      RandomInteger[10, {10, 4}]]

Out[1]:= {{7, 10, 8, 2}, {8, 0, 9, 10}, {9, 1, 0, 2}, {3, 9, 6, 0},
      {4, 5, 8, 6}, {9, 7, 2, 4}, {10, 7, 5, 2}, {3, 10, 7, 7}, {9, 9, 7, 1}, {2, 3, 9, 9}}

In[3]:= Grid[data]
      7 10 8 2
      8 0 9 10
      9 1 0 2
      3 9 6 0
      4 5 8 6
Out[3]:= 9 7 2 4
      10 7 5 2
      3 10 7 7
      9 9 7 1
      2 3 9 9

In[4]:= Grid[data, Frame -> All]
Out[4]:=


|    |    |   |    |
|----|----|---|----|
| 7  | 10 | 8 | 2  |
| 8  | 0  | 9 | 10 |
| 9  | 1  | 0 | 2  |
| 3  | 9  | 6 | 0  |
| 4  | 5  | 8 | 6  |
| 9  | 7  | 2 | 4  |
| 10 | 7  | 5 | 2  |
| 3  | 10 | 7 | 7  |
| 9  | 9  | 7 | 1  |
| 2  | 3  | 9 | 9  |



In[55]:= {Mean[data], Median[data]}
Out[55]:= {{ $\frac{32}{5}$ ,  $\frac{61}{10}$ ,  $\frac{61}{10}$ ,  $\frac{43}{10}$ }, {{ $\frac{15}{2}$ , 7, 7, 3}}}

In[56]:= {Mean[data[[All, 1]]], Median[data[[All, 1]]]}
Out[56]:= {{ $\frac{32}{5}$ ,  $\frac{15}{2}$ }}

```

Sortere, analysere flervariable data:

1. Lag liste (usorterte data, flervariable data)

In[1]:= data={parametre av flere variable}, for eksempel{class, bredde, høyde}

2.1 Grupper data etter første parameter

In[1]:= byClass = GatherBy[data, First]

2.2 For å finne gjennomsnitt til den utvalgte gruppe skriv

In[1]:= Table[{x[[1, 1]], N[Mean[x[[All, -1]]]]}, {x, byClassType}]

2.3 For å finne median til den utvalgte gruppe skriv

In[1]:= Table[{x[[1, 1]], N[Median[x[[All, -1]]]]}, {x, byClassType}]

```
Out[83]= {{B, 175.}, {A, 183.}}
```

2.2.2 Varians, avvik, kovarians, korrelasjon

Varians

Definisjon (Populasjonsvarians/population variance):

Populasjonsvarians	
σ_x^2	$\frac{2.2.9}{x^2 - \bar{x}^2}$

Pass på at $\overline{x^2}$ (kvadratisk snitt) \neq \bar{x}^2 (gjennomsnitt/mean)

Populasjonsvarians beregning:

1. Lag data som

```
In[1]:= data={x1,x2,x3...xn}
```

får utOut[1]= {x1,x2,x3...xn}

2.Skriv som innputt

```
In[2]:= (data - Mean[data]).Conjugate[data - Mean[data]]/(Length[data])
```

får utOut[2]= populasjonsvarians verdi

Eksempel:

```
In[68]:= data = {11, 11, 11.5, 11.5, 11.5, 12, 12.5, 13, 13, 13.5}
```

```
Out[68]= {11, 11, 11.5, 11.5, 11.5, 12, 12.5, 13, 13, 13.5}
```

```
In[69]:= (data - Mean[data]).Conjugate[data - Mean[data]] / (Length[data])
```

```
Out[69]= 0.7225
```

Definisjon (Utvalgsvarians/sample variance):

Utvalgsvarians	
s_x^2	$\frac{2.2.10}{n-1} \cdot \sigma_x^2$

Utvalgsvarians beregning:

1. Lag liste

In[1]:= list={x₁,x₂,x₃...x_n}

får ut Out[1]= {x₁,x₂,x₃...x_n}

2. For å finne utvalsvarians skriv

In[2]:= Variance[list]

Eksempel:

```
In[15]:= list = {11, 11, 11.5, 11.5, 11.5, 12, 12.5, 13, 13, 13.5}
```

```
Out[15]= {11, 11, 11.5, 11.5, 11.5, 12, 12.5, 13, 13, 13.5}
```

```
In[16]:= Variance[list]
```

```
Out[16]= 0.802778
```

Avvik

Definisjon (Populasjonsstandardavvik/population standard deviation):

Populasjonsstandardavvik	
σ_x	$\sqrt{\sigma_x^2}$ 2.2.11

1. Lag data som

In[1]:= data={x₁,x₂,x₃...x_n}

2.For å finne p.s.avvik skriv

In[1]:= Sqrt[(data - Mean[data]).Conjugate[data - Mean[data]]/(Length[data])]

Eksempel:

Vi tar samme data


```
In[21]:= data = {11, 11, 11.5, 11.5, 11.5, 12, 12.5, 13, 13, 13.5}
```

```
Out[21]:= {11, 11, 11.5, 11.5, 11.5, 12, 12.5, 13, 13, 13.5}
```

```
In[22]:= Sqrt[(data - Mean[data]).Conjugate[data - Mean[data]] / (Length[data])]
```

```
Out[22]:= 0.85
```

Definisjon (Utvalgsstandardavvik/sample standard deviation):

Utvalgsstandardavvik	
s_x	$\sqrt{s_x^2}$

1. Lag data som

```
In[1]:= data={x1,x2,x3...xn}
```

2.For å finne s.s.avvik skriv

```
In[1]:= StandardDeviation[data]
```

Eksempel:

(med samme data)

```
In[21]:= data = {11, 11, 11.5, 11.5, 11.5, 12, 12.5, 13, 13, 13.5}
```

```
{11, 11, 11.5, 11.5, 11.5, 12, 12.5, 13, 13, 13.5}
```

```
In[26]:= StandardDeviation[data]
```

```
Out[26]:= 0.895979
```

Kovarians, korrelasjon

Definisjon (Populasjonskovariansen/population covariance, utvalgskovarians/sample covariance, korrelasjon/correlation):

11.1.2 Populasjonskovarians: $\sigma_{xy} = \overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}$

11.1.3 Utvalgsskovarians: $s_{xy} = \frac{n}{n-1} \sigma_{xy}$

11.1.4 Korrelasjon: $\rho_{xy} = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = r_{xy}$

Beregning i Mathematica:

1. Lag data som

`In[1]:= data=x={x1,x2,x3...xn}`

`y={y1,y2,y3...yn}`

2.Får å finne populasjonskovariansen skriv

`In[3]:= Mean[x*y] - {Mean[x]*Mean[y]}`

3. Utvalgskovariansen

`In[4]= Covariance[x, y]`

4. Du kan gjøre om brøk til desimaltall (Numerical value) ved å taste

`In[5]= N[brøk]`

5.

`In[5]= Correlation[x, y]`

N.B. Husk at correlation coefficient er ca samme for både populasjonskovariansen og utvalgskovariansen. Altso de 4-5 første desimaler i P_{xy} (populasjonskovariansen) er like med r_{xy} (utvalgskovariansen)

. Eksempel:

```
In[1]:= data = x = {-1, 0, 3, 5}
        y = {3, 5, 9, 7}
```

```
Out[1]= {-1, 0, 3, 5}
```

```
Out[2]= {3, 5, 9, 7}
```

```
In[3]:= Mean[x * y] - {Mean[x] * Mean[y]}
```

```
Out[3]=  $\left\{\frac{17}{4}\right\}$ 
```

```
In[4]:= Covariance[x, y]
```

```
Out[4]=  $\frac{17}{3}$ 
```

```
In[5]:= N $\left[\frac{17}{3}\right]$ 
```

```
Out[5]= 5.66667
```

```
In[6]:= Correlation[x, y]
```

```
Out[6]=  $\frac{17}{\sqrt{455}}$ 
```

```
In[7]:= N $\left[\frac{17}{\sqrt{455}}\right]$ 
```

```
Out[7]= 0.796972
```

2.4.3 Lineærregresjon

Av Thomas Jordbru

For at arbeidet i Mathematica skal være enklere, spesielt som nybegynner anbefales det at data importeres fra Excel.

Data kan importeres som vist på figur:

```
In[47]:= c = Import["\\test.xlsx", {"Data", 1}]
```

For å finne regresjonslinjen.

```
In[48]:= model = LinearModelFit[c, x, x]
```

```
Out[48]= FittedModel[ $-27.5295 + 3.98506 x$ ]
```

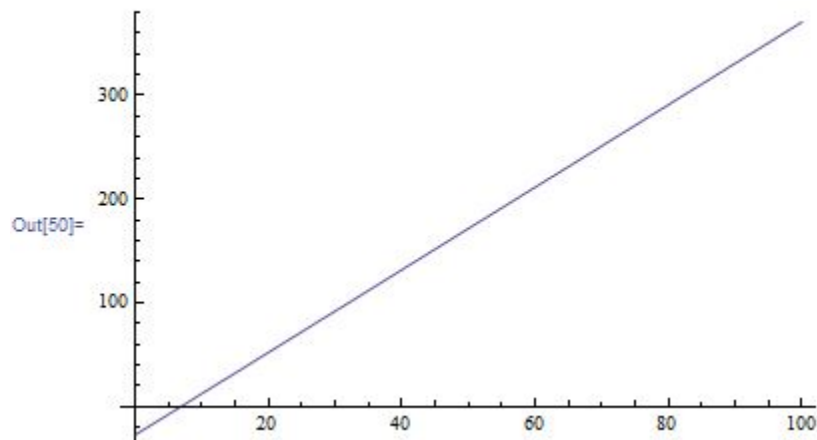
Brukes som vist på bildet LinearModelFit["Navnet på importen", x, x]. Dvs har du kalt importen for c som på bildet bruker du variabelen c her.

```
In[49]:= model["BestFit"]
```

```
Out[49]=  $-27.5295 + 3.98506 x$ 
```

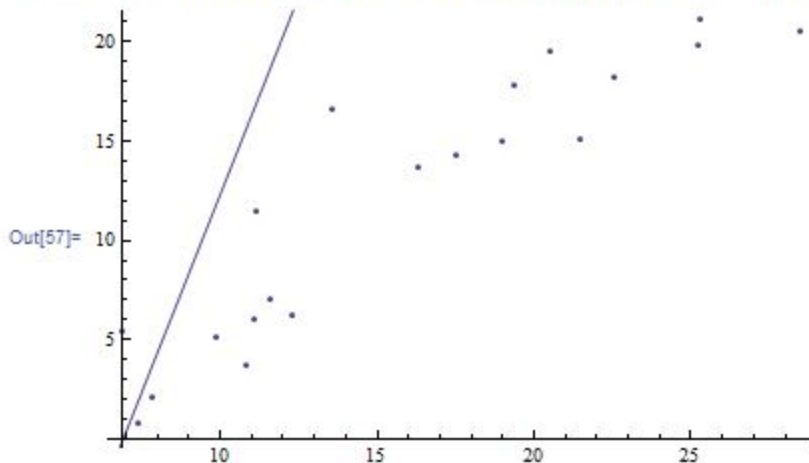
Modellen må så hentes ut, for å kunne benyttes senere. Dvs at skal du plotte eller bruke regresjonslinjen til noe. Dette gjøres som beskrevet i bildet.

```
In[50]:= Plot[model["BestFit"], {x, 0, 100}]
```



Figuren hvis bruke av "BestFit", og plot funksjonen.

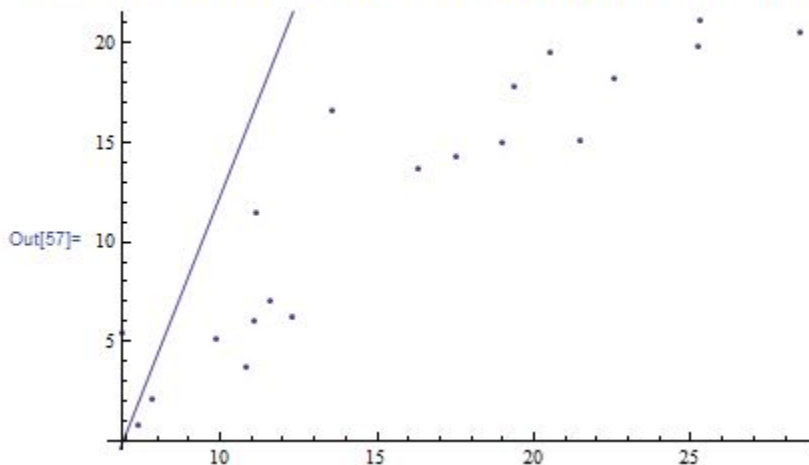
```
In[57]:= Show[ListPlot[data], Plot[model["BestFit"], {x, 0, 30}]]
```



Denne plotter punktene og regresjonslinjen. Legg merke til at verdiene for x vinduet er endret.

Det er også mulig å få opp begge plottene samtidig.

```
In[57]:= Show[ListPlot[data], Plot[model["BestFit"], {x, 0, 30}]]
```



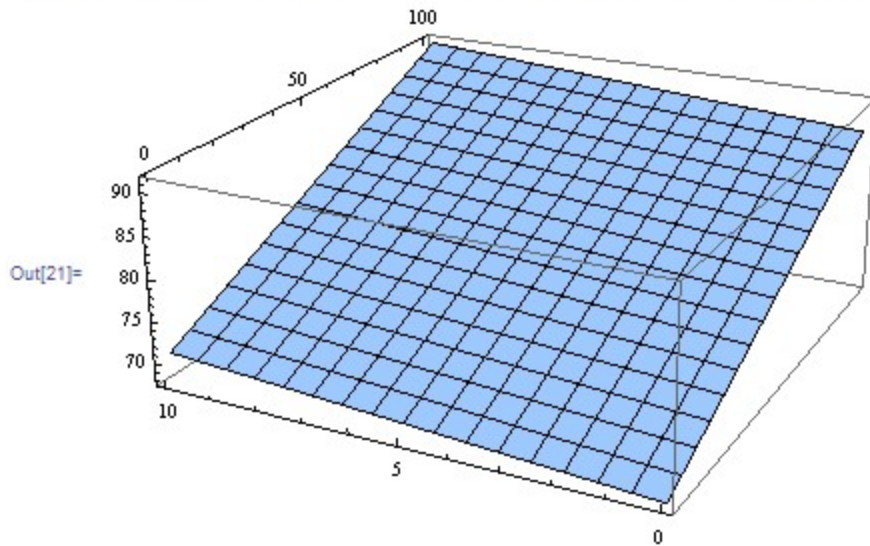
For lineærregresjon med flere enn to variabler starter vi på samme måte som med to. Imporere data inn til en liste i Mathematica, og gir denne et variabel navn. Ellers er mye likt.

```
In[17]:= model = LinearModelFit[z, {x1, x2}, {x1, x2}]
```

```
Out[17]= FittedModel[67.7362 + 0.201929 x1 + 0.345562 x2]
```

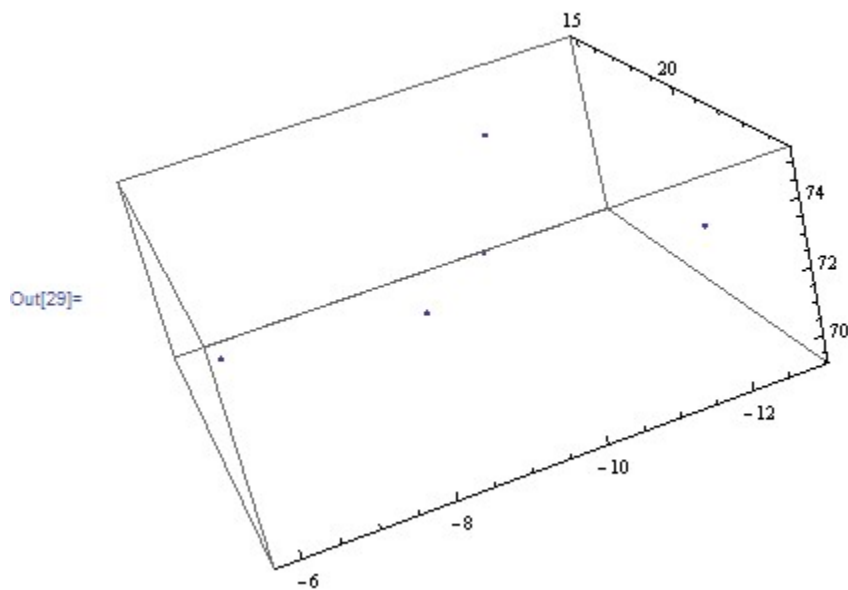
Som der er mulig å se av figuren er fremgangsmåten svært lik, som for to variabel. For å plotte dette:

```
In[21]:= Show[Plot3D[model["BestFit"], {x1, 0, 100}, {x2, 0, 10}, PlotRange -> All]]
```



og

```
Show[ListPointPlot3D[z]]
```



Den første figuren viser regresjonsflaten, mens den siste viser punktene fra listen vår.

```
In[45]:= model["EstimatedVariance"]
```

Out[45]= 6.57654

For å finne variansen, og for å finne standardaviket:

```
In[55]:= Sqrt[model["EstimatedVariance"]]
```

```
Out[55]= 2.56448
```

4 Sannsynlighet

Binomial.

$$\binom{n}{m}$$

Brukes for å finne antall måter du kan trekke n objekter (uten tilbakelegging) ut av en f.eks en kurv med m objekter i.

Binomial[n,m]

Multinomial.

```
Multisets[{a, b, c}, 2]  
  
{ {a, a}, {a, b}, {a, c}, {b, b}, {b, c}, {c, c} }  
  
Multinomial[3 - 1, 2]  
  
6
```

Brukes for å finne antall måter du kan trekke n objekter (med tilbakelegging) ut av en f.eks en kurv med m objekter i.

Multinomial[m - 1, n]

7 Kontinuerlige fordelinger

Generelt: Fordelinger i Mathematica 10

Programmet beskriver langt flere fordelinger enn beskrevet i denne guiden. En sammenlikning mellom samplede datasett og tilhørende kontinuerlige monovariate fordelingsfunksjoner kan studeres i denne demonstrasjonen: [function distribution demonstrations](#)

En oversikt over alle fordelinger (både diskrete og kontinuerlige) i Mathematica, kan du få ved å skrive inn:

```
In[1]:= ?*Distribution
```

In[1]: **? *Distribution**

^ System*

ArcSinDistribution	LogLogisticDis
BarabasiAlbertGraphDistribution	LogMultinorma
BatesDistribution	LogNormalDist
BeckmannDistribution	LogSeriesDistr
BenfordDistribution	MarchenkoPas
BeniniDistribution	MarginalDistrib
BenktanderGibratDistribution	MatrixNormalDi
BenktanderWeibullDistribution	MatrixPropertyD
BernoulliDistribution	MatrixTDistribut
BernoulliGraphDistribution	MaxStableDistr
BetaBinomialDistribution	MaxwellDistribu
BetaDistribution	MeixnerDistribu
BetaNegativeBinomialDistribution	MinStableDistr
BetaPrimeDistribution	MixtureDistribut
BinomialDistribution	MoyalDistributio
BinormalDistribution	MultinomialDis
BirnbaumSaundersDistribution	MultinormalDis
BorelTannerDistribution	MultivariateHyp
CauchyDistribution	MultivariatePois
CensoredDistribution	MultivariateTDi
ChiDistribution	NakagamiDistr
ChiSquareDistribution	NegativeBinom
CircularOrthogonalMatrixDistribution	NegativeMultino

Velg gjerne en, scroll ned og følg pilen for å få full oversikt over den valgte fordelingen du er interessert i.

Eksempel:

JohnsonDistribution	VoigtDistribution
KDistribution	VonMisesDistribution
KernelMixtureDistribution	WakebyDistribution
KumaraswamyDistribution	WalleniusHypergeometricDistribution
LandauDistribution	WaringYuleDistribution
LaplaceDistribution	WattsStrogatzGraphDistribution
LevyDistribution	WeibullDistribution
LindleyDistribution	WignerSemicircleDistribution
LogGammaDistribution	WishartMatrixDistribution
LogisticDistribution	ZipfDistribution



WeibullDistribution[α , β] represents a Weibull distribution with shape parameter α and scale parameter β .

WeibullDistribution[α , β , μ] represents a Weibull distribution with shape parameter α , scale parameter β , and location parameter μ . >>

Du får lignende oversikt over fordelingen:

WeibullDistribution

`WeibullDistribution[α , β]`
represents a Weibull distribution with shape parameter α and scale parameter β .

`WeibullDistribution[α , β , μ]`
represents a Weibull distribution with shape parameter α , scale parameter β , and location parameter μ .

Details

Background & Context

Examples (42)

Basic Examples (3)

Probability density function:

```
In[1]:= Plot[Evaluate@Table[PDF[WeibullDistribution[ $\alpha$ ,  $\beta$ ],  $x$ ], { $\alpha$ , {0.5, 1, 4}}, { $\beta$ , {0, 5}, Filling -> Axis}]
```

```
Out[1]=
```

```
In[2]:= Plot[Evaluate@Table[PDF[WeibullDistribution[2,  $\beta$ ],  $x$ ], { $\beta$ , {1, 2, 4}}, { $\alpha$ , {0, 5}, Filling -> Axis}]
```

```
Out[2]=
```

```
In[3]:= PDF[WeibullDistribution[ $\alpha$ ,  $\beta$ ],  $x$ ]
```

```
Out[3]=
```

$$\begin{cases} \frac{\alpha}{\beta} \left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha-1} e^{-\left(\frac{x}{\beta} \right)^{\alpha}} & x > 0 \\ 0 & \text{True} \end{cases}$$

With location parameter:

Modifiser kommandoer/variabler for å få ønsket resultat.

7.1 Normalfordelingen, z_α

Normalfordelingen $N_{\mu, \sigma}(x)$

Definisjon: Sannsynlighetsfordeling $N_{\mu, \sigma}(x)$ $f=\phi$

Sannsynlighetstetthet: $X \sim f(x) = \phi_{(\mu, \sigma)} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$

1. Skriv som input

In[1]:= PDF[NormalDistribution[μ , σ], x]

Out[1]=
$$\frac{e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma}$$

2. Spesifiser verdiene

In[2]:= PDF[NormalDistribution[μ -verdi, σ -verdi], x -verdi eller x_1, x_2]

Eksempel:

In[38]:= PDF[NormalDistribution[μ , σ], x]

Out[38]=
$$\frac{e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}}{\sqrt{2\pi}\sigma}$$

In[39]:= PDF[NormalDistribution[1.1, 2.1], 1.7]

Out[39]= 0.182375

3. For å tegne grafen skriv

In[4]:= Plot[Evaluate@ Table[PDF[NormalDistribution[μ , σ], x], { μ , μ -verdi/verdier} eller { σ , σ -verdi/verdier}], { x , x -verdi/verdier}, Filling -> Axis]

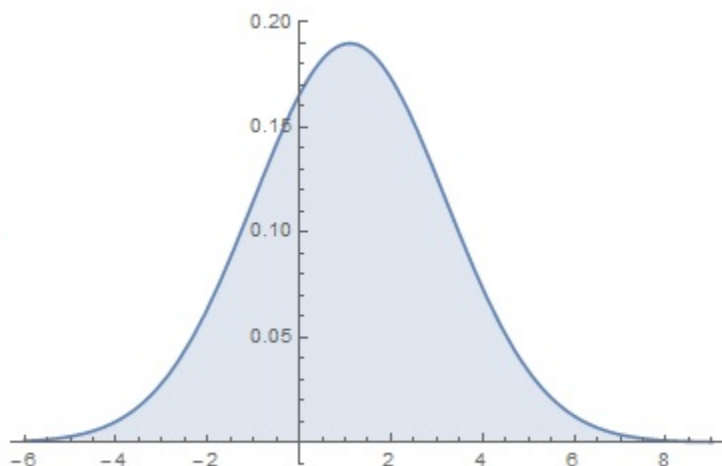
Ta gjerne større x -verdier enn angitt slik at du kan se mønster på grafen

Eksempel:

for $[\mu=1.1, \sigma=2.1], x_1=-6, x_2=9]$

```
In[42]:= Plot[Evaluate@Table[PDF[NormalDistribution[1.1, σ], x], {σ, {2.1}}], {x, -6, 9}, Filling ->
```

Out[42]=



Definisjon: Kumulativ sannsynlighet $N_{\mu, \sigma} F=\Phi$

Kumulativ sannsynlighet: $P(X \leq x) = F(x) = \Phi_{(\mu, \sigma)}(x) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$

1. Skriv som input

```
In[1]:= CDF[NormalDistribution[μ, σ], x]
```

```
Out[1]=  $\frac{1}{2} \operatorname{Erfc}\left[\frac{-x+\mu}{\sqrt{2} \sigma}\right]$ 
```

2. Spesifiser verdiene

```
In[2]:= CDF[NormalDistribution[μ-verdi, σ-verdi], x-verdi eller x1, x2]
```

3. Hadde du flere x-verdier og fikk flere resultater gi dem navn og trekk resultat x_1 fra resultat x_2

```
In[3]:= {p1, p2} = {resultat x1, resultat x2}
```

Eksempel:

```
In[15]:= CDF[NormalDistribution[μ, σ], x]
```

```
Out[15]=  $\frac{1}{2} \operatorname{Erfc}\left[\frac{-x + \mu}{\sqrt{2} \sigma}\right]$ 
```

```
CDF[NormalDistribution[0, 1], {-2.38, 1.43}]
```

```
Out[17]= {0.00865632, 0.923641}
```

```
In[18]:= {p1, p2} = {0.008656319025516558`, 0.9236414904632608`}
```

```
Out[18]= {0.00865632, 0.923641}
```

```
In[21]:= p2 - p1
```

```
Out[21]= 0.914985
```

4. Det kan tegnes grafen ved å skrive

```
In[4]:= Plot[Evaluate@ Table[CDF[NormalDistribution[μ, σ], x], {μ, μ-verdi/verdier} eller {σ, σ-verdi/verdier}], {x, x-verdi/verdier}, Filling -> Axis]
```

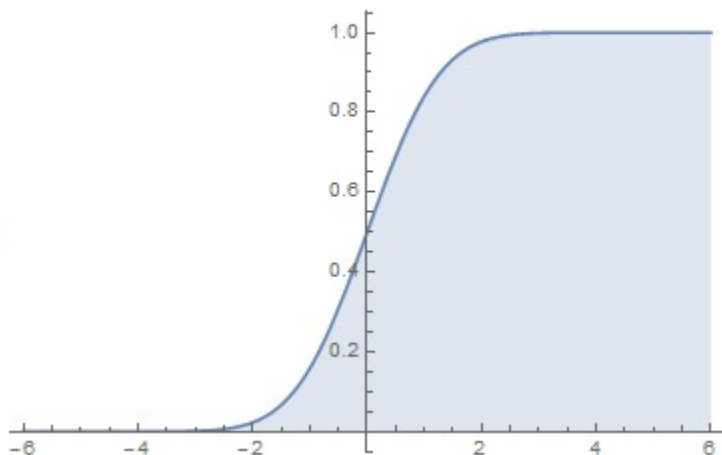
Ta gjerne større x-verdier enn angitt slik at du kan se mønster på grafen

Eksempel:

for $[\mu=0, \sigma=1], x_1=-6, x_2=6]$

```
In[33]:= Plot[Evaluate@Table[CDF[NormalDistribution[0, σ], x], {σ, {1}}], {x, -6, 6}, Filling -> Axis]
```

```
Out[33]=
```



Definisjon (z_α den inverse til Φ):

Invers: $\Phi_{(\mu, \sigma)}^{-1}(p) = \mu + z_p \cdot \sigma$

z_α beregning:

1. Skriv

`In[1]:= InverseCDF[NormalDistribution[μ , σ], x]`

Eksempel:

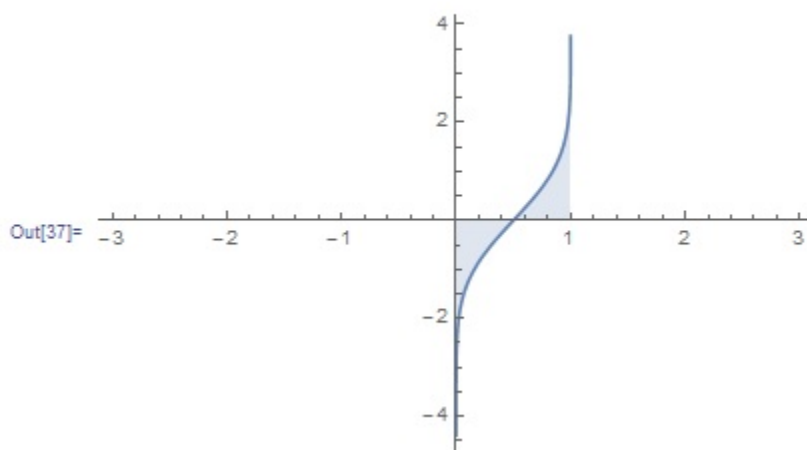
```
In[35]:= InverseCDF[NormalDistribution[0, 2], 0.4]
```

```
Out[35]= -0.506694
```

2. Tegn gjerne grafen ved å skrive

`In[2]:= Plot[Evaluate@ Table[InverseCDF[NormalDistribution[μ , σ], x], { μ , μ -verdi/verdier} eller { σ , σ -verdi/verdier}], {x, x-verdi/verdier}, Filling -> Axis]`

```
In[37]:= Plot[Evaluate@Table[InverseCDF[NormalDistribution[0,  $\sigma$ ], x], { $\sigma$ , {1}}], {x, -3, 3}, Filling -> Axis]
```



7.2 "Student`s" t-fordeling, ST⁻¹

"Student`s" t-fordelingen $St_{(\mu, \sigma, \nu)}(x)$

Definisjon: Sannsynlighetstettheten St (x)

$$X \sim f(x) = St_{(\mu, \sigma, \nu)}(x) = \left(\frac{\Gamma(\frac{\nu+1}{2})}{\Gamma(\frac{\nu}{2})} \cdot \frac{1}{\sigma \sqrt{\pi \nu}} \right) \cdot \left(1 + \frac{(x-\mu)^2}{\nu \sigma^2} \right)^{-\frac{\nu+1}{2}}$$

For f=St_(ν)(x)

1. Skriv som input

In[1]:= PDF[StudentTDistribution[ν], x]

$$\text{Out[1]} = \frac{\left(\frac{\nu}{x^2 + \nu} \right)^{\frac{1+\nu}{2}}}{\sqrt{\nu} \text{Beta}\left[\frac{\nu}{2}, \frac{1}{2}\right]}$$

2. Spesifiser verdiene

In[2]:= PDF[StudentTDistribution[v-verdi], x-verdi]

Eksempel:

In[46]:= PDF[StudentTDistribution[ν], x]

$$\text{Out[46]} = \frac{\left(\frac{\nu}{x^2 + \nu} \right)^{\frac{1+\nu}{2}}}{\sqrt{\nu} \text{Beta}\left[\frac{\nu}{2}, \frac{1}{2}\right]}$$

In[47]:= PDF[StudentTDistribution[7], 1.7]

Out[47]= 0.096618

For å finne f=St_(μ, σ, ν)(x)

1. Skriv som input

In[1]:= PDF[StudentTDistribution[μ , σ , v], x]

$$\text{Out[1]} = \frac{\left(\frac{v}{v + \frac{(x - \mu)^2}{\sigma^2}} \right)^{\frac{1+v}{2}}}{\sqrt{v} \sigma \text{Beta}\left[\frac{v}{2}, \frac{1}{2}\right]}$$

2. Spesifiser verdiene

In[2]:= PDF[StudentTDistribution[μ -verdi, σ -verdi, v -verdi], x -verdi]

3. For å tegne grafen skriv

In[4]:= Plot[Evaluate@ Table[PDF[StudentTDistribution[μ , σ , v], x], { μ , μ -verdi eller verdier} eller { σ , σ -verdi eller verdier} eller { v , v -verdi eller verdier}], { x , x -verdi eller verdier}, Filling -> Axis]

Ta gjerne større x -verdier enn angitt slik at du kan se mønster på grafen

Eksempel:

for [$\mu=0.7$, $\sigma=1.1$, $v=5$], $x=1.9$]

In[48]:= PDF[StudentTDistribution[μ , σ , ν], x]

Out[48]=
$$\frac{\left(\frac{\nu}{\nu + \frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}} \right)^{\frac{1+\nu}{2}}}{\sqrt{\nu} \sigma \text{Beta}\left[\frac{\nu}{2}, \frac{1}{2}\right]}$$

In[77]:= PDF[StudentTDistribution[0.7, 1.1, 5], 1.9]

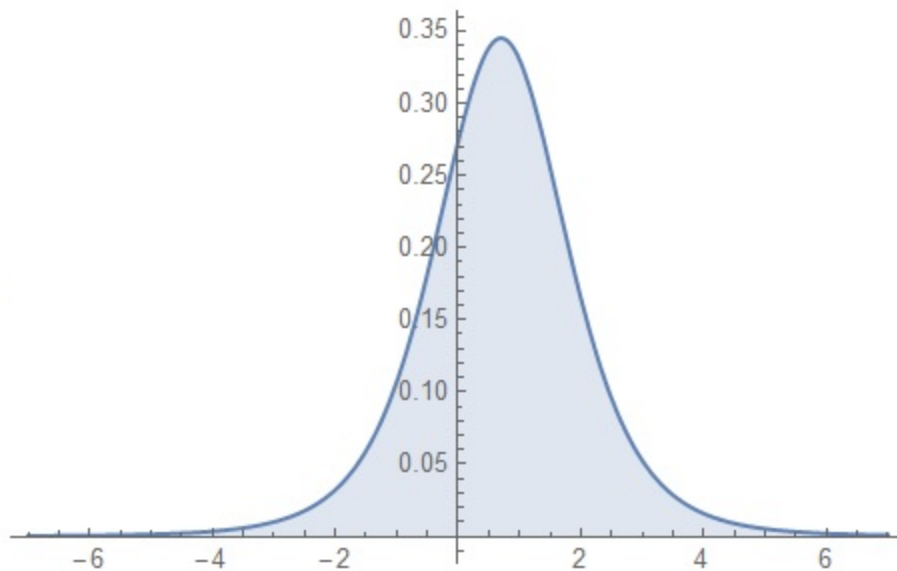
In[80]:= 0.18187032509746728`

Out[80]= 0.18187

In[81]:=

Plot[Evaluate@Table[PDF[StudentTDistribution[0.7, 1.1, ν], x], { ν , {5}}

Out[81]=



Definisjon: Kumulativ sannsynlighet

For $F=ST_{(\nu)}(x)$

$$P(X \leq x) = ST_{(\mu, \sigma, \nu)}(x) = ST_{\nu}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

1. Skriv som input

In[1]:= CDF[StudentTDistribution[v], x]

$$\text{Out[1]} = \begin{cases} \frac{1}{2} \text{BetaRegularized}\left[\frac{v}{x^2+v}, \frac{v}{2}, \frac{1}{2}\right] & x \leq 0 \\ \frac{1}{2} \left(1 + \text{BetaRegularized}\left[\frac{x^2}{x^2+v}, \frac{1}{2}, \frac{v}{2}\right]\right) & \text{True} \end{cases}$$

2. Spesifiser verdiene

In[2]:= CDF[StudentTDistribution[v-verdi], x-verdi]

Eksempel:

In[43]:= CDF[StudentTDistribution[v], x]

$$\text{Out[43]} = \begin{cases} \frac{1}{2} \text{BetaRegularized}\left[\frac{v}{x^2+v}, \frac{v}{2}, \frac{1}{2}\right] & x \leq 0 \\ \frac{1}{2} \left(1 + \text{BetaRegularized}\left[\frac{x^2}{x^2+v}, \frac{1}{2}, \frac{v}{2}\right]\right) & \text{True} \end{cases}$$

In[45]:= CDF[StudentTDistribution[7], 1.7]

Out[45]= 0.933536

For $F=ST(\mu, \sigma, v)$ (x)

1. Skriv som input

In[1]:= CDF[StudentTDistribution[μ, σ, v], x]

$$\text{Out[1]} = \begin{cases} \frac{1}{2} \text{BetaRegularized}\left[\frac{v \sigma^2}{(x-\mu)^2+v \sigma^2}, \frac{v}{2}, \frac{1}{2}\right] & x \leq \mu \\ \frac{1}{2} \left(1 + \text{BetaRegularized}\left[\frac{(x-\mu)^2}{(x-\mu)^2+v \sigma^2}, \frac{1}{2}, \frac{v}{2}\right]\right) & \text{True} \end{cases}$$

2. Spesifiser verdiene

In[2]:= CDF[StudentTDistribution[μ-verdi, σ-verdi, v-verdi], x-verdi]

3. Det kan tegnes grafen ved å skrive

```
In[4]:=Plot[Evaluate@ Table[CDF[StudentTDistribution[μ, σ, v], x], {μ, μ-verdi eller verdier}eller  
{σ, σ-verdi eller verdier} eller {v, v-verdi eller verdier}], {x, x-verdi eller verdier}, Filling -> Axis,  
Exclusions -> None]
```

Det er bedre med større x-verdier for å kunne se mønster av funksjonen.

Eksempel:

for [μ=0.7, σ=1.1, v=5], x=1.9]

```
In[52]:= CDF[StudentTDistribution[μ, σ, v], x]
```

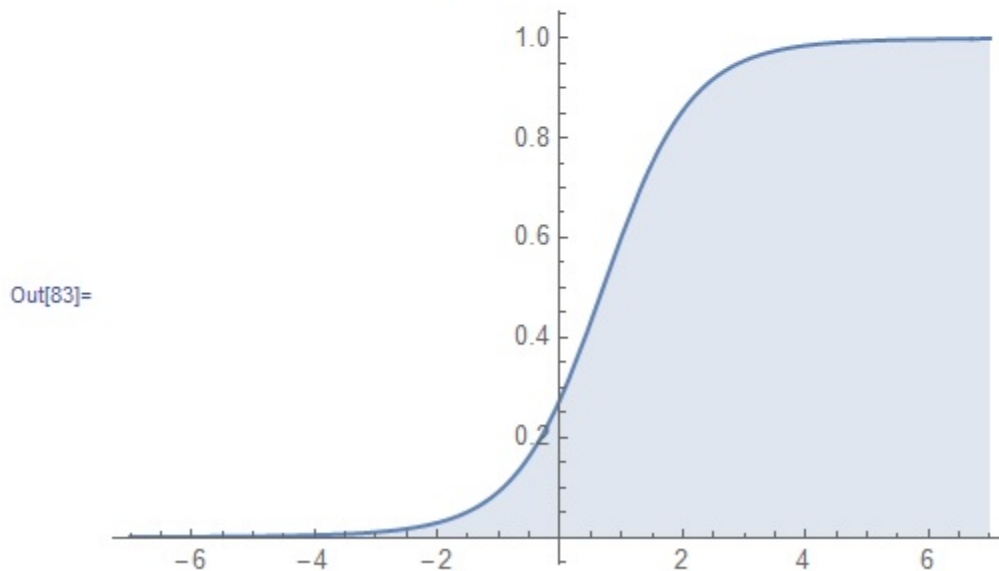
```
Out[52]= 
$$\begin{cases} \frac{1}{2} \text{BetaRegularized}\left[\frac{v\sigma^2}{(x-\mu)^2+v\sigma^2}, \frac{v}{2}, \frac{1}{2}\right] & x \leq \mu \\ \frac{1}{2} \left(1 + \text{BetaRegularized}\left[\frac{(x-\mu)^2}{(x-\mu)^2+v\sigma^2}, \frac{1}{2}, \frac{v}{2}\right]\right) & \text{True} \end{cases}$$

```

```
In[82]:= CDF[StudentTDistribution[0.7, 1.1, 5], 1.9]
```

```
Out[82]= 0.837465
```

```
In[83]:= Plot[Evaluate@Table[CDF[StudentTDistribution[0.7, 1.1, v], x], {v, {  
Exclusions -> None}]
```



Definisjon: ST^{-1} (den inverse til $ST(x)$):

$$ST^{-1}_{(\mu, \sigma, \nu)}(p) = \mu + t_{\nu, p} \cdot \sigma$$

ST^{-1} beregning:

1. Skriv

`In[1]:= InverseCDF[StudentTDistribution[μ, σ, ν], x]`

Eksempel:

`In[4]:= InverseCDF[StudentTDistribution[μ, σ, ν], x]`

$$\text{out[4]} = \text{ConditionalExpression} \left[\begin{cases} \mu - \sqrt{\nu} \sigma \sqrt{-1 + \frac{1}{\text{InverseBetaRegularized}\left[2x, \frac{\nu}{2}, \frac{1}{2}\right]}} & 0 < x < \frac{1}{2} \\ \mu & x == \frac{1}{2} \\ \mu + \sqrt{\nu} \sigma \sqrt{-1 + \frac{1}{\text{InverseBetaRegularized}\left[2(1-x), \frac{\nu}{2}, \frac{1}{2}\right]}} & \frac{1}{2} < x < 1 \\ -\infty & x \leq 0 \\ \infty & \text{True} \end{cases} \right]$$

2. Tegn gjerne grafen ved å skrive

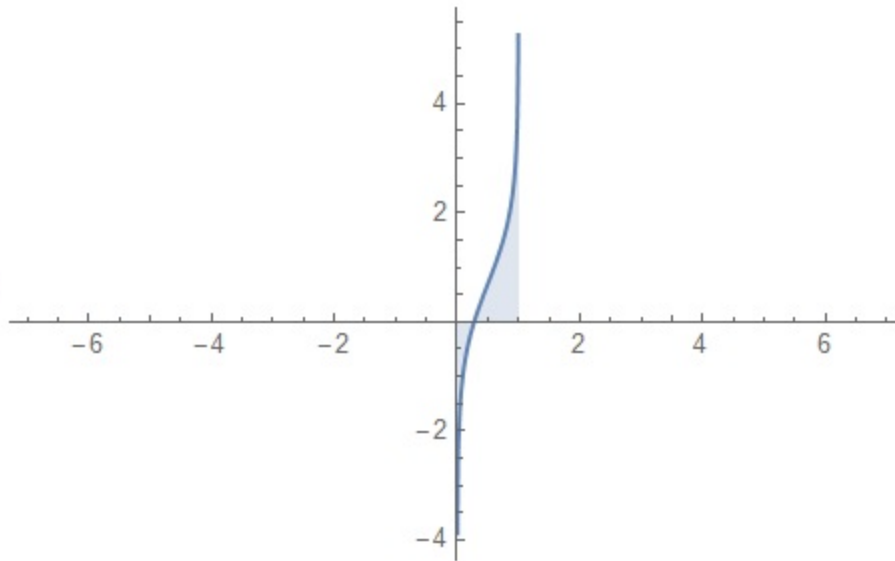
`In[2]:= Plot[Evaluate@ Table[InverseCDF[StudentTDistribution[μ, σ, ν], x], {μ, μ-verdi eller verdier} eller {σ, σ-verdi eller verdier} eller {ν, ν-verdi eller verdier}], {x, x-verdi eller verdier}, Filling -> Axis, Exclusions -> None]`

Eksempel:

for $[\mu=0.7, \sigma=1.1, v=5]$, $x=1.9$

```
In[5]:= Plot[Evaluate@Table[InverseCDF[StudentTDistribution[0.7, 1.1, v], x], {v, 1, 5}], {x, -6, 6}, Exclusions -> None]
```

Out[5]=



7.4 Beta-fordelingen $\beta(a, b)$

Sannsynlighetsfordeling, kumulativ fordeling, forventning, varians

Betafordeling

Definisjon: Sannsynlighetsfordeling $f(x)=\beta(a, b)$

$x \in (0, 1)$. Sannsynlighet for andel.

$$f(x) = \beta_{(a,b)}(x) = \frac{\Gamma(a+b)}{\Gamma(a)\Gamma(b)} x^{a-1} (1-x)^{b-1}$$

$$\mu_X = \frac{a}{a+b}$$

$$\sigma_X^2 = \frac{ab}{(a+b)^2(a+b+1)}$$

$\beta_{(a,b)}$ er kun definert i $[0, 1]$

Beregning i Mathematica

1. Skriv som input

`In[1]:= PDF[BetaDistribution[α , β], x]`

$$\text{Out[1]} = \begin{cases} \frac{(1-x)^{-1+\beta} x^{-1+\alpha}}{\text{Beta}[\alpha, \beta]} & 0 < x < 1 \\ 0 & \text{True} \end{cases}$$

2. Spesifiser verdiene

`In[2]:= PDF[BetaDistribution[α -verdi, β -verdi], x-verdi]`

Eksempel:

```
In[17]:= PDF[BetaDistribution[1/4, 1.2], 0.7]
```

```
Out[17]= 0.273253
```

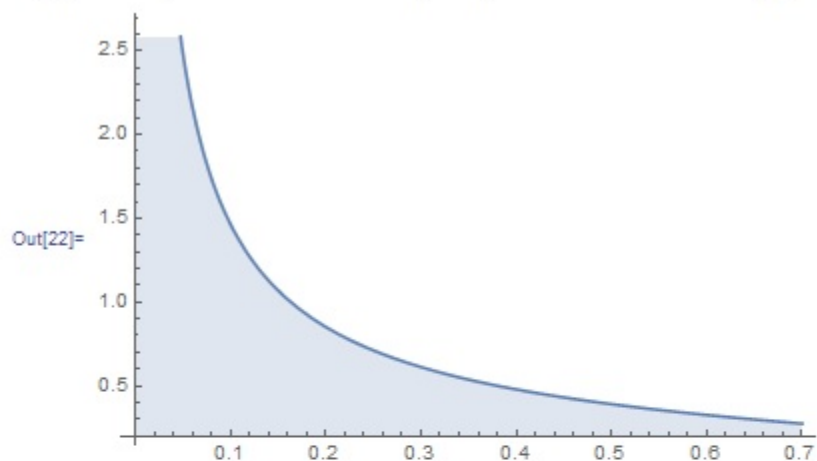
3. Når du tegner grafen kan du velge om du vil ha definert en eller flere alfa-, beta-, x-er.

`In[4]:= Plot[Evaluate@ Table[PDF[BetaDistribution[α eller α -verdi, β eller β -verdi], x], { α , { α -verdi eller verdier}} eller { β , { β -verdi eller verdier}}], {x, 0, 1}, Filling -> Axis]`

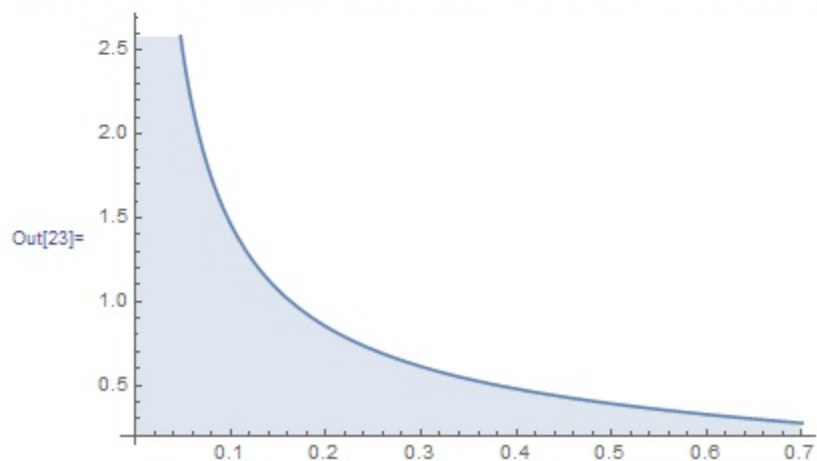
Eksempel:

for $\{\alpha=0.25, \beta=1.2\}$, $x_1=0$, $x_2=0.7$

```
In[22]:= Plot[Evaluate@Table[PDF[BetaDistribution[ $\alpha$ , 1.2],  $x$ ], { $\alpha$ , {1/4}}], { $x$ , 0, 0.7}, Filling -
```



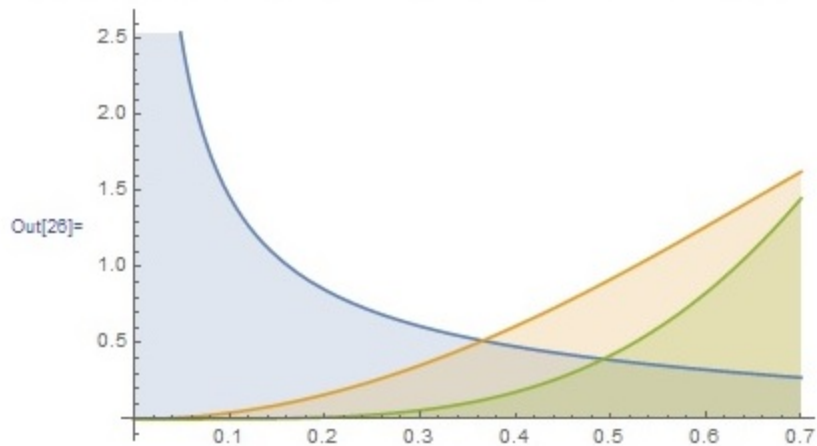
```
In[23]:= Plot[Evaluate@Table[PDF[BetaDistribution[1/4,  $\beta$ ],  $x$ ], { $\beta$ , {1.2}}], { $x$ , 0, 0.7}, Filling -
```



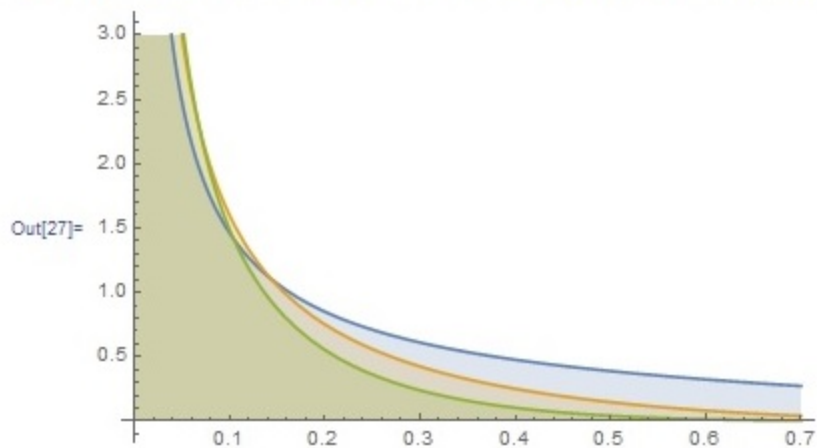
Eksempel med flere verdier:

for $\{\alpha_1=0.25, \alpha_2=3, \alpha_3=5\}$, $\beta=1.2$, $x_1=0$, $x_2=0.7$ og for $\alpha=0.25$, $\{\beta_1=1.2, \beta_2=3, \beta_3=5\}$, $x_1=0$, $x_2=0.7$

```
In[26]:= Plot[Evaluate@Table[PDF[BetaDistribution[α, 1.2], x], {α, {1/4, 3, 5}}], {x, 0, 0.7}, Fil
```



```
In[27]:= Plot[Evaluate@Table[PDF[BetaDistribution[1/4, β], x], {β, {1.2, 3, 5}}], {x, 0, 0.7}, Fil
```



Definisjon: Kumulativ sannsynlighet

$$F_{(a,b)}^{\beta}(x) = B_{(a,b)}(x)$$

der B er den inkomplette Euler beta-funksjonen:

$$B_{(a,b)} = \int_0^x \beta_{(a,b)}(t) dt \text{ for } t \in [0,1]$$

Beregning i Mathematica:

1. Skriv som input

In[1]:= CDF[BetaDistribution[α , β], x]

Out[1]=
$$\begin{cases} \text{BetaRegularized}[x, \alpha, \beta] & 0 < x < 1 \\ 1 & x \geq 1 \\ 0 & \text{True} \end{cases}$$

2. Spesifiser verdiene

In[2]:= CDF[BetaDistribution[α -verdi, β -verdi], x-verdi]

Eksempel:

```
In[30]:= CDF[BetaDistribution[2, 1.5], 1]
```

```
Out[30]= 1
```

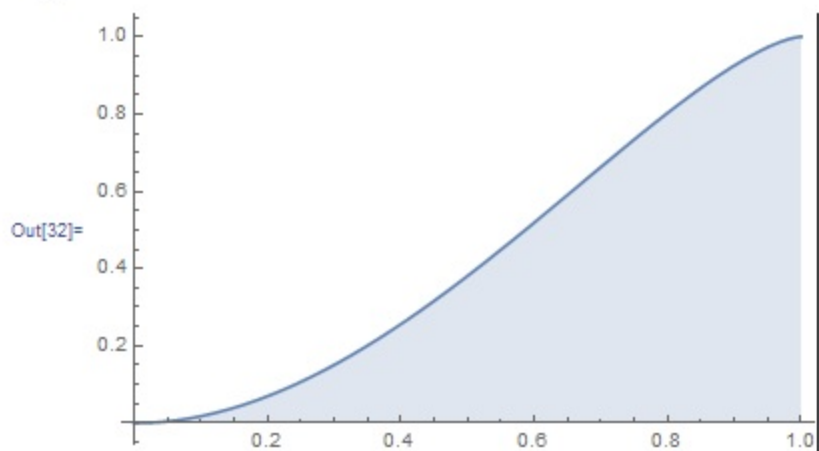
3. Plot grafen med en eller flere α - β - og x-verdier

In[4]:= Plot[Evaluate@ Table[CDF[BetaDistribution[α eller α -verdi, β eller β -verdi], x], { α , { α -verdi eller verdier}} eller { β , { β -verdi eller verdier}}], {x, 0, 1}, Filling -> Axis]

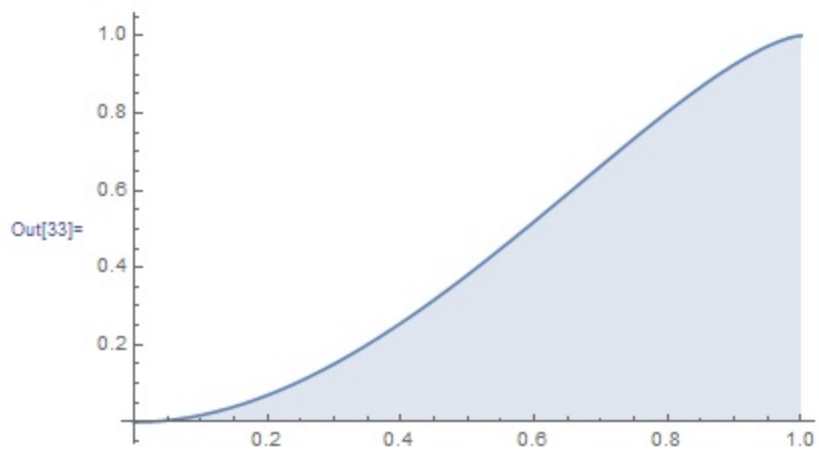
Eksempel:

for [α =2, β =1.5,], x₁=0, x₂=1]

```
In[32]:= Plot[Evaluate@Table[CDF[BetaDistribution[2,  $\beta$ ], x], { $\beta$ , {1.5}}], {x, 0, 1}, Filling -> Axis]
```

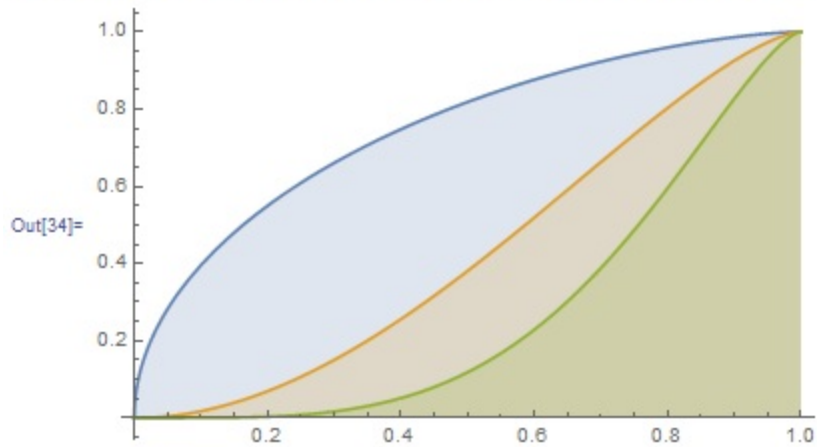


```
In[33]:= Plot[Evaluate@Table[CDF[BetaDistribution[ $\alpha$ , 1.5], x], { $\alpha$ , {2}}, {x, 0, 1}, Filling -> Axis]
```

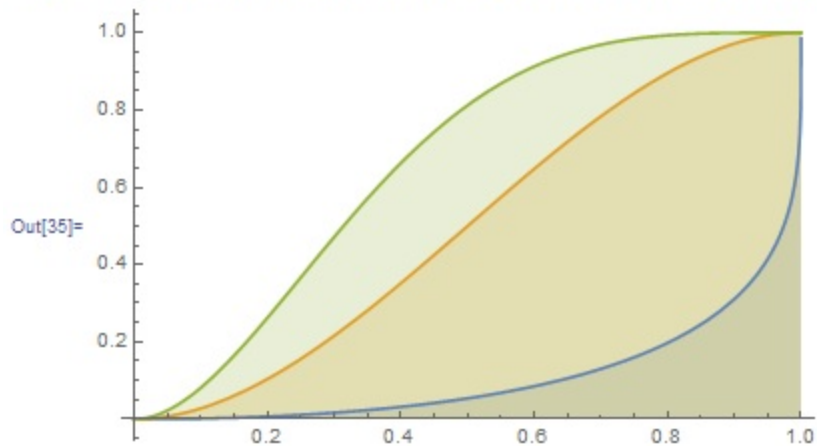


for $\{\alpha_1=0.5, \alpha_2=2, \alpha_3=4\}$, $\beta=1.5$, $x_1=0$, $x_2=1$ og for $\alpha=2$, $\{\beta_1=0.25, \beta_2=2, \beta_3=4\}$, $x_1=0$, $x_2=1$

```
In[34]:= Plot[Evaluate@Table[CDF[BetaDistribution[α, 1.5], x], {α, {1/2, 2, 4}}], {x, 0, 1}, Filling ->
```



```
In[35]:= Plot[Evaluate@Table[CDF[BetaDistribution[2, β], x], {β, {1/4, 2, 4}}], {x, 0, 1}, Filling ->
```



Forventing (mean):

Definisjon:

$$\mu_X = \frac{a}{a+b}$$

Beregning i Mathematica:

1. In[1]:= Mean[BetaDistribution[α, β]]

2. Spesifiser verdiene

In[2]:= Mean[BetaDistribution[α-verdi, β-verdi]]

Eksempel:

```
In[1]:= Mean[BetaDistribution[α, β]]
```

```
In[1]:=  $\frac{\alpha}{\alpha + \beta}$   
Mean[BetaDistribution[4, 3]]
```

```
Out[1]=  $\frac{\alpha}{\alpha + \beta}$ 
```

```
In[5]:=  $\frac{4}{7}$   
N[4 / 7]
```

```
Out[5]=  $\frac{4}{7}$ 
```

```
Out[6]= 0.571429
```

Varians (variance):

Definisjon:

$$\sigma_X^2 = \frac{ab}{(a+b)^2(a+b+1)}$$

Input:

1. In[1]:= Variance[BetaDistribution[α, β]]

2. Spesifiser verdiene

In[2]:= Variance[BetaDistribution[α-verdi, β-verdi]]

Eksempel:

```
In[2]:= Variance[BetaDistribution[ $\alpha$ ,  $\beta$ ]]
```

```
In[7]:= 
$$\frac{\alpha \beta}{(\alpha + \beta)^2 (1 + \alpha + \beta)}$$

```

```
Variance[BetaDistribution[4, 3]]
```

```
Out[7]= 
$$\left( \frac{\alpha \beta}{(\alpha + \beta)^2 (1 + \alpha + \beta)} \right)$$

```

```
In[9]:= 
$$\frac{3}{98}$$
  
N[3 / 98]
```

```
Out[9]= 
$$\frac{3}{98}$$

```

```
Out[10]= 0.0306122
```

7.6 Eksponentialfordelingen

Sannsynlighetsfordeling, kumulativ fordeling, forventning, varians, median

Eksponentialfordeling

Definisjon: Sannsynlighetsfordeling (Probability density function) $f(x)=\text{Exp}_\lambda(x)$

7.2.8

$x \in (0, \infty)$. Ventetid for en hendelse hvor sjansen for suksess er uavhengig av hvor lenge du allerede har ventet.

$$f(x) = \lambda \cdot e^{-\lambda x}$$

Ingen tilnærminger. Eksponentialfordelingen er eksakt.

Merk at *Eksponential fordeling* er en spesialtilfelle av *Erlangfordeling*, dvs. når $n=1$ har vi *Eksponentialfordeling*:

$$\text{Exp}_\lambda(x) = \text{Erl}_{1,\lambda}(x)$$

Beregning i Mathematica

1. Input

```
In[1]:= PDF[ExponentialDistribution[λ], x]
```

```
Out[1]= 
$$\begin{cases} e^{-x\lambda} \lambda & x \geq 0 \\ 0 & \text{True} \end{cases}$$

```

2. Spesifiser verdiene

```
In[2]:= PDF[EksponentialDistribution[λ-verdi], x-verdi]
```

Eksempel:

```
In[3]:= PDF[ExponentialDistribution[1.25], 0.5]
```

```
Out[3]= 0.669077
```

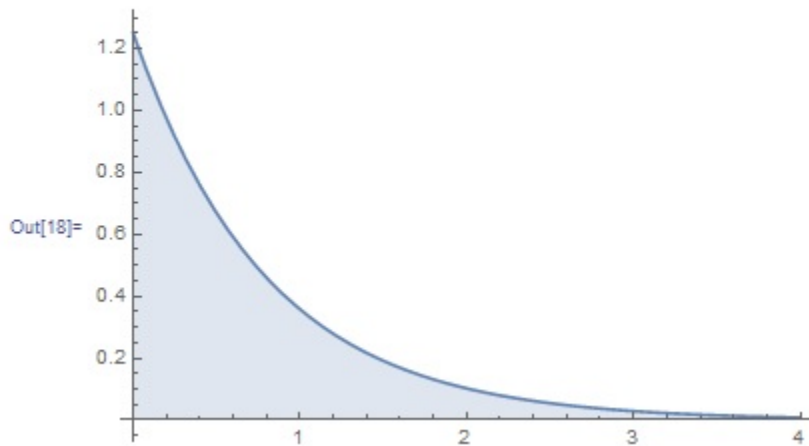
3. Definer valgfritt en eller flere lambda- og x-verdier og plot funksjonen.

`In[4]:=Plot[Evaluate@Table[PDF[ExponentialDistribution[λ eller λ -verdi], x], { λ , { λ -verdi eller verdier}}], {x, x- eller x-verdier}, Filling -> Axis, PlotRange -> All]`

Eksempel:

for [$\lambda=1.25$], $x_1=0$, $x_2=4$]

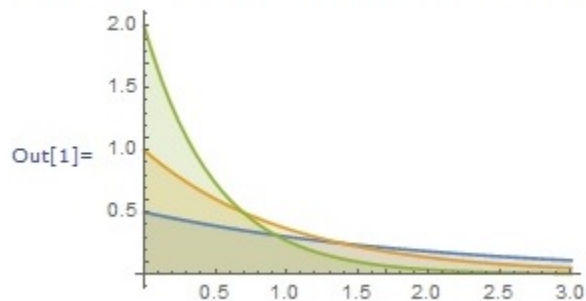
`In[18]:= Plot[Evaluate@Table[PDF[ExponentialDistribution[λ], x], { λ , {1.25}}], {x, 0, 4}, Filling`



Eksempel med flere verdier:

for { $\lambda_1=0.5$, $\lambda_2=1$, $\lambda_3=2$ }, $x_1=0$, $x_2=3$

`In[1]:= Plot[Evaluate@Table[PDF[ExponentialDistribution[λ], x], { λ , {1/2, 1, 2}}], {x, 0, 3}, Filling -> Axis`



Definisjon: Kumulativ sannsynlighet (Cumulative distribution function):

$$F(x) = F_{\lambda}^{Exp}(x) = 1 - e^{-\lambda x}$$

Beregning i Mathematica:

1. Skriv som input

```
In[1]:= CDF[ExponentialDistribution[λ], x]
```

```
Out[1]=  $\begin{cases} 1 - e^{-x\lambda} & x \geq 0 \\ 0 & \text{True} \end{cases}$ 
```

2. Spesifiser verdiene

```
In[2]:= CDF[ExponentialDistribution[λ-verdi], x-verdi]
```

Eksempel:

```
In[4]:= CDF[ExponentialDistribution[1.25], 0.5]
```

```
Out[4]= 0.464739
```

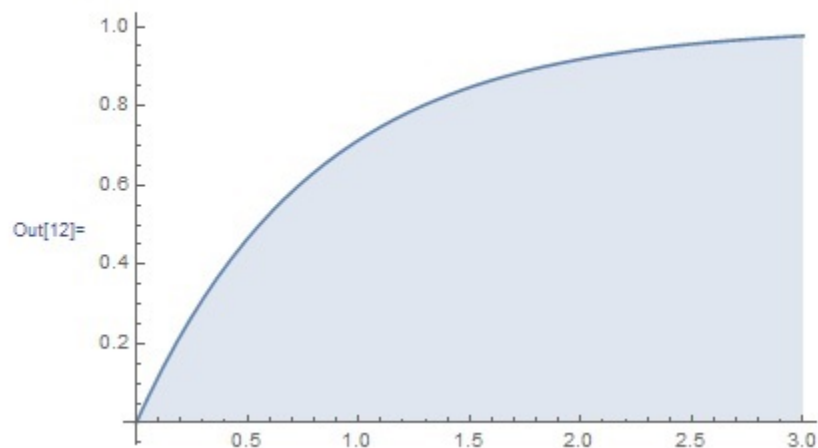
3. Plot grafen med en eller flere λ- og x-verdier.

```
In[4]:= Plot[Evaluate@ Table[CDF[ExponentialDistribution[λ], x], {λ, {λ-verdi eller λ-verdier}}, {x, x-verdi eller x-verdier}, Filling -> Axis]
```

Eksempel:

for [λ=1.25], x₁=0, x₂=3]

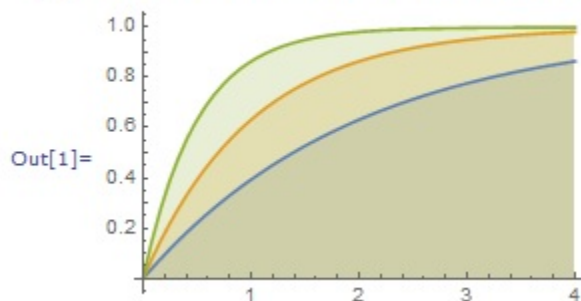
```
In[12]:= Plot[Evaluate@Table[CDF[ExponentialDistribution[λ], x], {λ, {1.25}}, {x, 0, 3}, Filling -> Axis]
```



Eksempel med flere verdier:

for $\{\lambda_1=0.5, \lambda_2=1, \lambda_3=2\}$, $x_1=0$, $x_2=4$

```
In[1]:= Plot[Evaluate@Table[CDF[ExponentialDistribution[λ], x], {λ, {1/2, 1, 2}}], {x, 0, 4}, Filling -> Axis]
```



Forventing (mean) og Varians (variance):

Definisjon:

$$\begin{aligned}\mu_X &= \frac{1}{\lambda} \\ \sigma_X^2 &= \frac{1}{\lambda^2}\end{aligned}$$

Beregning i Mathematica:

1. Input

```
In[1]:= Mean[ExponentialDistribution[λ]]
```

```
In[2]:= Variance[ExponentialDistribution[λ]]
```

2. Spesifiser verdiene

```
In[3]:= Mean[ExponentialDistribution[λ-verdi]]
```

```
In[4]:= Variance[ExponentialDistribution[λ-verdi]]
```

Eksempel:

```
In[20]:= Mean[ExponentialDistribution[λ]]
```

```
Out[20]=  $\frac{1}{\lambda}$ 
```

```
In[19]:= Variance[ExponentialDistribution[λ]]
```

```
Out[19]=  $\frac{1}{\lambda^2}$ 
```

```
In[21]:= Mean[ExponentialDistribution[1.25]]
```

```
Out[21]= 0.8
```

```
In[22]:= Variance[ExponentialDistribution[1.25]]
```

```
Out[22]= 0.64
```

Median:

Innput:

1. Skriv

```
In[1]:= Median[ExponentialDistribution[λ]]
```

2. Spesifiser lambdaverdi

```
In[2]:= Median[ExponentialDistribution[λ-verdi]]
```

Eksempel:

```
In[23]:= Median[ExponentialDistribution[λ]]
```

```
Out[23]=  $\frac{\text{Log}[2]}{\lambda}$ 
```

```
In[24]:= Median[ExponentialDistribution[1.25]]
```

```
Out[24]= 0.554518
```

7.7 Erlang-fordeling

Sannsynlighetsfordeling, kumulativ fordeling, forventning, varians

Erlang-fordeling

Definisjon: Sannsynlighetsfordeling (Probability density function) $f(x)=\text{Erl}(k, \lambda)(x)$

6.2.5

$x \in (0, \infty)$. Ventetid for k hendelser hvor sjansen for en suksess er uavhengig av antall tidligere suksesser og hvor lenge du allerede har ventet.

$$f(x) = \frac{(\lambda x)^{k-1}}{(k-1)!} \lambda \cdot e^{-\lambda x}$$

Merk at *Erlang-fordeling* er for heltallige k :

i Mathematica

1. Input

```
In[1]:= PDF[ErlangDistribution[k, λ], x]
```

$$\text{Out[1]} = \begin{cases} \frac{e^{-x\lambda} x^{-1-k} \lambda^k}{\text{Gamma}[k]} & x > 0 \\ 0 & \text{True} \end{cases}$$

2. Spesifiser verdiene

```
In[2]:= PDF[ErlangDistribution[k-verdi, λ-verdi], x-verdi]
```

Eksempel:

```
In[25]:= PDF[ErlangDistribution[k, λ], x]
```

$$\text{Out[25]} = \begin{cases} \frac{e^{-x\lambda} x^{-1-k} \lambda^k}{\text{Gamma}[k]} & x > 0 \\ 0 & \text{True} \end{cases}$$

```
In[26]:= PDF[ErlangDistribution[13, 4.4], 2]
```

```
Out[26]= 0.298618
```

3. Definer valgfritt en eller flere k -, λ - og x -verdier og tegn funksjonen.

```
In[4]:=Plot[Evaluate@ Table[PDF[ErlangDistribution[k,  $\lambda$ ], x], {k, {k-verdi eller verdier}} ], {x, x-  
eller x-verdi}, Filling -> Axis]
```

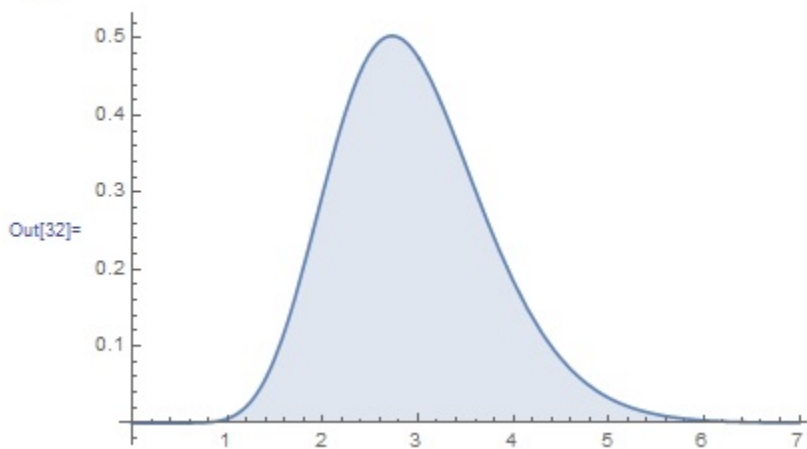
eller ved

```
In[5]:=Plot[Evaluate@ Table[PDF[ErlangDistribution[k,  $\lambda$ ], x], { $\lambda$ , { $\lambda$ -verdi eller verdier}} ], {x, x-  
eller x-verdi}, Filling -> Axis, PlotRange -> All]
```

Eksempel:

for $[k=13, \lambda=4.4]$, $x_1=0, x_2=7]$

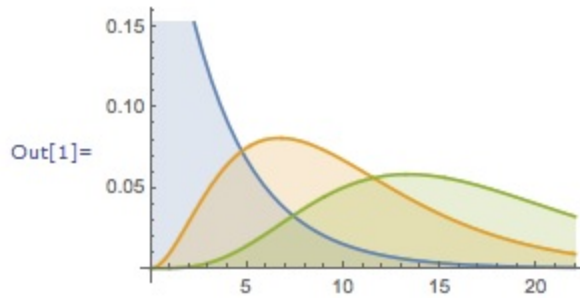
```
In[32]:= Plot[Evaluate@Table[PDF[ErlangDistribution[k, 4.4], x], {k, {13}}], {x, 0, 7}, Filling -> Axis]
```



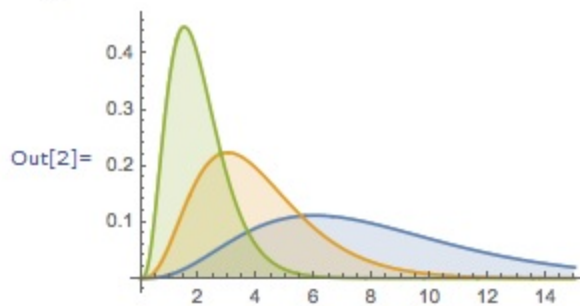
Eksempel med flere verdier:

for $\{k_1=1, k_2=3, k_3=5\}, \lambda=0.3, x_1=0, x_2=22$ og for $k=4, \{\lambda_1=0.5, \lambda_2=1, \lambda_3=2\}, x_1=0, x_2=15$

```
In[1]:= Plot[Evaluate@Table[PDF[ErlangDistribution[k, .3], x], {k, {1, 3, 5}}], {x, 0, 22}, Filling -> Axis]
```



```
In[2]:= Plot[Evaluate@Table[PDF[ErlangDistribution[4, λ], x], {λ, {0.5, 1, 2}}], {x, 0, 15}, Filling -> Axis, PlotRange -> All]
```



Definisjon: Kumulativ sannsynlighet (Cumulative distribution function):

$$F(x) = F_{(k,\lambda)}^{Erl}(x) = 1 - \sum_{n=0}^{k-1} \frac{(\lambda x)^n}{n!} e^{-\lambda x}$$

Beregning i Mathematica:

1. Skriv som input

```
In[1]:= CDF[ErlangDistribution[k, λ], x]
```

```
Out[1]= { GammaRegularized[k, 0, x λ]  x > 0
         0                               True }
```

2. Spesifiser verdiene

```
In[2]:= CDF[ErlangDistribution[k-verdi, λ-verdi], x-verdi]
```

Eksempel:

```
In[34]:= CDF[ErlangDistribution[13, 4.4], 2]
```

```
Out[34]= 0.110162
```

3. Plot grafen med en eller flere k -, λ - og x -verdier

```
In[1]:=Plot[Evaluate@ Table[PDF[ErlangDistribution[k,  $\lambda$ ], x], {k, {k-verdi eller verdier}} ], {x, x-  
eller x-verdi}, Filling -> Axis]
```

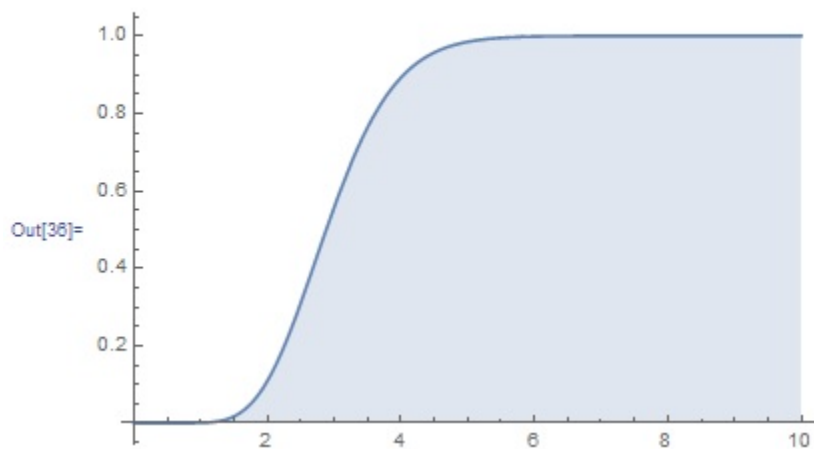
eller ved

```
In[2]:=Plot[Evaluate@ Table[PDF[ErlangDistribution[k,  $\lambda$ ], x], { $\lambda$ , { $\lambda$ -verdi eller verdier}} ], {x, x-  
eller x-verdi}, Filling -> Axis, PlotRange -> All]
```

Eksempel:

for $[k=13, \lambda=4.4, x_1=0, x_2=10]$

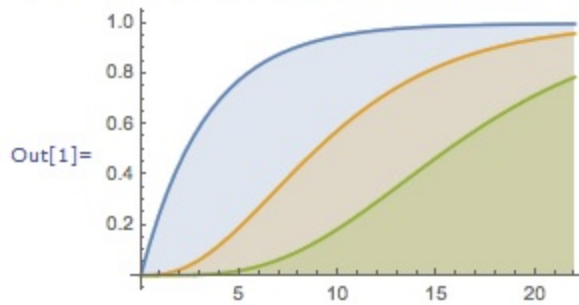
```
In[36]:= Plot[Evaluate@Table[CDF[ErlangDistribution[k, 4.4], x], {k, {13}}], {x, 0, 10}, Filling -> Axis]
```



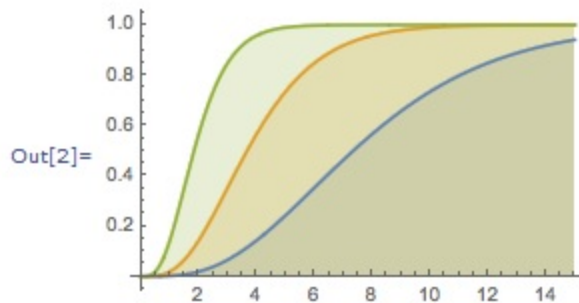
Eksempel med flere verdier:

for $\{k_1=1, k_2=3, k_3=5\}, \lambda=0.3, x_1=0, x_2=22$ og for $k=4, \{\lambda_1=0.5, \lambda_2=1, \lambda_3=2\}, x_1=0, x_2=15$


```
In[1]:= Plot[Evaluate@Table[CDF[ErlangDistribution[k, .3], x], {k, {1, 3, 5}}], {x, 0, 22}, Filling -> Axis]
```



```
In[2]:= Plot[Evaluate@Table[CDF[ErlangDistribution[4, λ], x], {λ, {0.5, 1, 2}}], {x, 0, 15}, Filling -> Axis, PlotRange -> All]
```



Forventing (mean) og Varians (variance):

Definisjon:

$$\mu_X = \frac{k}{\lambda}$$

$$\sigma_X^2 = \frac{k}{\lambda^2}$$

Beregning i Mathematica:

1. Input

```
In[1]:= Mean[ErlangDistribution[k, λ]]
```

```
In[2]:= Variance[ErlangDistribution[k, λ]]
```

2. Spesifiser verdiene

```
In[3]:= Mean[ErlangDistribution[k-, λ-verdi]]
```

```
In[4]:= Variance[ErlangDistribution[k-, λ-verdi]]
```

Eksempel:

```
In[1]:= Mean[ErlangDistribution[k, λ]]
```

```
Out[1]=  $\frac{k}{\lambda}$ 
```

```
In[2]:= Variance[ErlangDistribution[k, λ]]
```

```
Out[2]=  $\frac{k}{\lambda^2}$ 
```

```
In[37]:= Mean[ErlangDistribution[13, 4.4]]
```

```
Out[37]= 2.95455
```

```
In[38]:= Variance[ErlangDistribution[13, 4.4]]
```

```
Out[38]= 0.671488
```

7.9 Weibull-fordelingen

Sannsynlighetsfordeling, kumulativ fordeling, forventning, varians

Weibull-fordeling

Definisjon: Sannsynlighetsfordeling $f(x)=\text{Weib}(\lambda, k)$

6.2.1

$x \in (0, \infty)$.

$$f(x) = \text{Weib}_{(\lambda,k)}(x) = \frac{k}{\lambda} \cdot \left(\frac{x}{\lambda}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k}$$

Beregning

I Mathematica er $k=\alpha$ og $\lambda=\beta$

1. Skriv som input

`In[1]:= PDF[WeibullDistribution[α , β], x]`

$$\text{Out[1]} = \begin{cases} \frac{e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha} \alpha \left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha-1}}{\beta} & x > 0 \\ 0 & \text{True} \end{cases}$$

2. Spesifiser verdiene

`In[2]:= PDF[WeibullDistribution[α -verdi, β -verdi], x-verdi]`

Eksempel:

`In[49]:= PDF[WeibullDistribution[1.7, 15.4], 5]`

`Out[49]= 0.0433296`

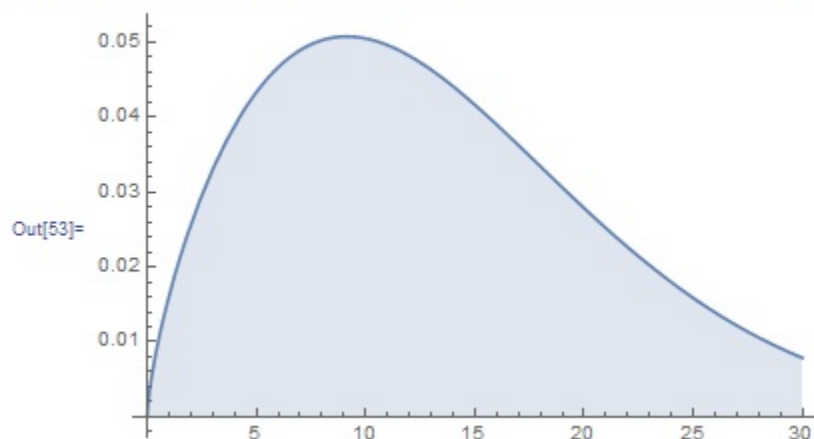
3. Du kan tegne funksjonen og velge definert en eller flere alfa-, beta- og x-verdier.

`In[4]:= Plot[Evaluate@ Table[PDF[WeibullDistribution[α eller α -verdi, β eller β -verdi], x], { α , { α -verdi eller verdier}} eller { β , { β -verdi eller verdier}}], {x, fra 0 til ∞ }, Filling -> Axis]`

Eksempel:

for $[\alpha=1.7, \beta=15.4], x_1=0, x_2=30]$

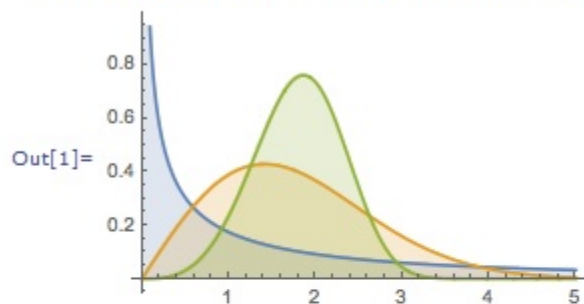
```
In[53]:= Plot[Evaluate@Table[PDF[WeibullDistribution[ $\alpha$ , 15.4],  $x$ ], { $\alpha$ , {1.7}}], { $x$ , 0, 30}, Filling -> Axis]
```



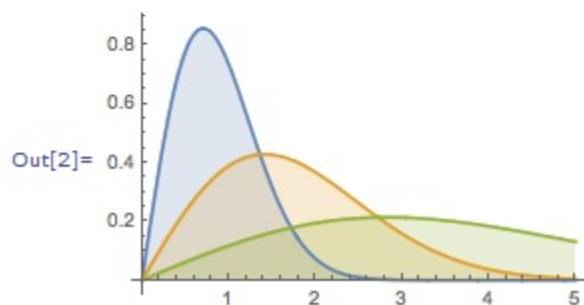
Eksempel med flere verdier:

for $\{\alpha_1=0.5, \alpha_2=2, \alpha_3=4\}, \beta=2, x_1=0, x_2=5$ og for $\alpha=2, \{\beta_1=1, \beta_2=2, \beta_3=4\}, x_1=0, x_2=5$

```
In[1]:= Plot[Evaluate@Table[PDF[WeibullDistribution[ $\alpha$ , 2],  $x$ ], { $\alpha$ , {0.5, 2, 4}}], { $x$ , 0, 5}, Filling -> Axis]
```



```
In[2]:= Plot[Evaluate@Table[PDF[WeibullDistribution[2,  $\beta$ ],  $x$ ], { $\beta$ , {1, 2, 4}}], { $x$ , 0, 5}, Filling -> Axis]
```



Definisjon: Kumulativ sannsynlighet

$$F(x) = F_{(\lambda,k)}^{Weib}(x) = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k}$$

Beregning i Mathematica:

1. Skriv som input

```
In[1]:= CDF[WeibullDistribution[  $\alpha$ ,  $\beta$ ], x]
```

$$\text{Out[1]} = \begin{cases} 1 - e^{-\left(\frac{x}{\beta}\right)^\alpha} & x > 0 \\ 0 & \text{True} \end{cases}$$

2. Spesifiser verdiene

```
In[2]:= CDF[WeibullDistribution[ $\alpha$ -verdi,  $\beta$ -verdi], x-verdi]
```

Eksempel:

```
In[57]:= CDF[WeibullDistribution[1.7, 15.4], 5]
```

```
Out[57]= 0.137335
```

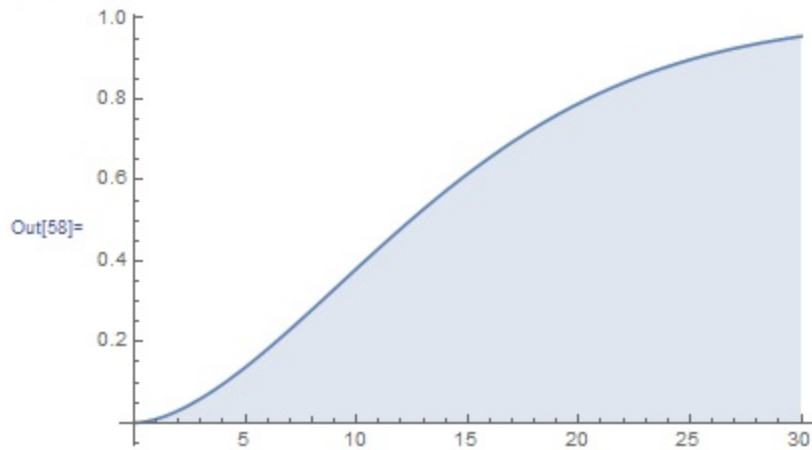
3. Plot grafen med en eller flere α - β - og x-verdier

```
In[4]:= Plot[Evaluate@ Table[CDF[WeibullDistribution[ $\alpha$  eller  $\alpha$ -verdi,  $\beta$  eller  $\beta$ -verdi], x], { $\alpha$ , { $\alpha$ -verdi eller verdier}} eller { $\beta$ , { $\beta$ -verdi eller verdier}}], {x, fra 0 til  $\infty$ }, Filling -> Axis]
```

Eksempel:

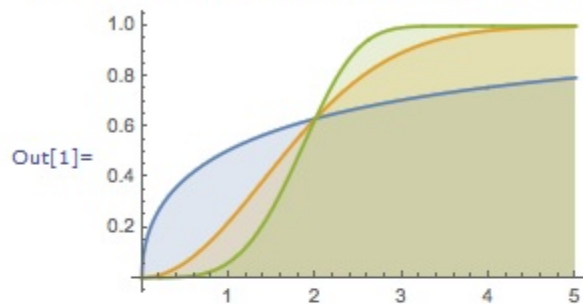
```
for [ $\alpha$ =1.7,  $\beta$ =15.4], x1=0, x2=30]
```

In[58]:= Plot[Evaluate@Table[CDF[WeibullDistribution[α , 15.4], x], { α , {1.7}}], { x , 0, 30}, Filling

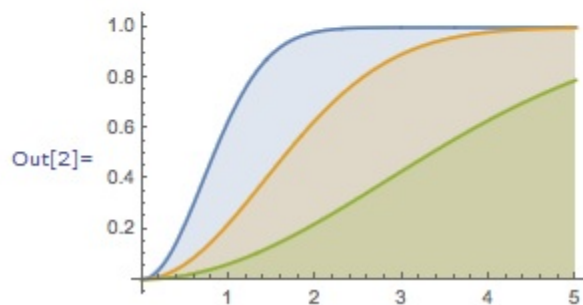


for $\{\alpha_1=0.5, \alpha_2=2, \alpha_3=4\}$, $\beta=2$, $x_1=0$, $x_2=5$ og for $\alpha=2$, $\{\beta_1=1, \beta_2=2, \beta_3=4\}$, $x_1=0$, $x_2=5$

In[1]:= Plot[Evaluate@Table[CDF[WeibullDistribution[α , 2], x], { α , {0.5, 2, 4}}], { x , 0, 5}, Filling \rightarrow Axis]



In[2]:= Plot[Evaluate@Table[CDF[WeibullDistribution[2, β], x], { β , {1, 2, 4}}], { x , 0, 5}, Filling \rightarrow Axis]



Forventing (mean):

Definisjon:

$$\mu_X = \frac{\lambda}{k} \cdot \Gamma\left(\frac{1}{k}\right)$$

Beregning i Mathematica:

1. `In[1]:= Mean[WeibullDistribution[α, β]]`

2. Spesifiser verdiene

`In[2]:= Mean[WeibullDistribution[α-verdi, β-verdi]]`

Eksempel:

```
In[59]:= Mean[WeibullDistribution[α, β]]
```

```
Out[59]= β Gamma[1 + 1/α]
```

```
In[60]:= Mean[WeibullDistribution[1, 2.5]]
```

```
Out[60]= 2.5
```

Varsians (variance):

Definisjon:

$$\sigma_X^2 = \lambda^2 \left(\Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) - \left(\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)\right)^2 \right)$$

Innput:

1. `In[1]:= Variance[WeibullDistribution[α, β]]`

2. Spesifiser verdiene

`In[2]:= Variance[WeibullDistribution[α-verdi, β-verdi]]`

Eksempel:

```
In[61]:= Variance[WeibullDistribution[α, β]]
```

```
Out[61]= β^2 (-Gamma[1 + 1/α]^2 + Gamma[1 + 2/α])
```

```
In[62]:= Variance[WeibullDistribution[1, 2.5]]
```

```
Out[62]= 6.25
```

Diskrete fordelinger

Binomisk fordeling

For å benytte seg av binomisk fordeling i Mathematica gjør man:

`BinomialDistribution[n, p]` hvor "n" er antall forsøk og sansynligheten p for å oppnå en suksess. Må også bruke funksjonen `PDF[Dist, x]` for å få en tall verdi. "Dist" er da `BinomialDistribution` funksjonen, mens x er antall ønskede suksesser. Se figur under. Legg også merke til `N[.....]`. Dette er bare for å få tallet ut som desimal tall og ikke brøk.

```
N[PDF[BinomialDistribution[300, 1 / 2500], 2]]  
0.00636948
```

Hypergeometrisk fordeling

Hypergeometrisk fordeling er svært likt som binomisk fordeling, men siden vi trekker og ikke legger tilbake vil oddsen endre seg for vært trekk. I tilfeller hvor oddsen endre seg svært lite på et trekk. Kan binomisk fordeling benyttes.

```
N[PDF[HypergeometricDistribution[n, ns, ntot], n1]
```

Hvor "n" er antall trekk fra populasjonen. "ns" er antall suksesser i populasjonen. "ntot" er den totale størrelsen på populasjonen, og den siste variablen "n1" er antall ønskede suksesser. Se figur under.

```
N[PDF[HypergeometricDistribution[1000, 20, 10 000], 6]]  
0.00881284
```


Poisson-fordeling

For å regne ut Poisson-fordelingen gjøres dette på samme måte som de andre fordelingene. $N[\text{PDF}[\text{PoissonDistribution}[u], X]]$, hvor u er Poisson sannsynlighetsfordelingen, og X er variabelen som du sjekker for. Hvis du får en oppgave $P(X \in \{1, 2\})$ må du gjøre to stk. Se bilde under.

```
In[15]:= N[PDF[PoissonDistribution[2.37], 1] + PDF[PoissonDistribution[2.37], 2]]  
Out[15]= 0.484085
```

Geometrisk-fordeling

For geometrisk-fordeling gjøres dette igjen ganske likt som de andre fordelingene. $N[\text{PDF}[\text{GeometricDistribution}[p], x]]$ p er sannsynligheten, mens x er antall forsøk.

Hvis man har en oppgave som $P(X \in \{1, 2\})$ da gjøres dette slik:

```
In[52]:= PDF[GeometricDistribution[0.33], 1] + PDF[GeometricDistribution[0.33], 2]  
Out[52]= 0.369237
```

Negativ Binomisk fordeling

Her også ganske lik som de andre fordelingene.

$N[\text{PDF}[\text{NegativeBinomialDistribution}[p, n], x]]$, hvor p er sannsynligheten, n er antall parametre og x antall forsøk.

```
In[83]:= PDF[NegativeBinomialDistribution[4, 0.67], 6]  
Out[83]= 0.0218606
```

Varsians

For alle disse regner vi ut varsians helt likt. `Variance[NegativeBinomialDistribution[n, p]]`

Bare bytter ut funksjonene i midten. `Variance[.....]`.

Statistisk inferens

Siden Mathematica per i dag ikke har noen innebygde funksjoner for bayersiansk utregning av konfidensintervall er man nødt til å lage funksjonene selv.

I påfølgende underkapitler er selve funksjonen ferdiglaget, og alt du trenger å gjøre er å fylle inn nødvendig informasjon (som f.eks prior, intervall grenser, m.m)

Funksjonene kan enten kopieres rett fra tekstfeltet, eller du kan laste ned mathlab fila (type .nb).

Beta konfidensintervall

```
(*β-fordelingen *)
(*Sett inn σ*)
a := 568;
(*Sett inn μ*)
b := 434;
(*Velg størrelsen på konfidensintervallet*)
konfint := 0.95;
(*For endringer på intervallet, normalt skal denne bare stå på 0 til 1*)
Nedre := 0.0;
Ovre := 1.0;
```

Endringer gjøres på de første linjene (som forklart), deretter trykker du Shift+Enter.

```
(*\[Beta]-fordelingen *)
(*Sett inn \[Sigma]*)
a := 568;
(*Sett inn \[Mu]*)
b := 434;
(*Velg størrelsen på konfidensintervallet*)
konfint := 0.95;
(*For endringer på intervallet, normalt skal denne bare
stå på 0 til \
1*)
Nedre := 0.0;
Ovre := 1.0;

(*Her trenger man ikke gjøre endringer*)
Temp := BetaDistribution[a, b];
f[t_] := PDF[Temp, t];
F[t_] := CDF[Temp, t];
Ff[t_] := InverseCDF[Temp, t];
theInterval[t_, start_, end_] :=
UnitStep[t - Ff[start]] (1 - UnitStep[t - Ff[1 - end]])
```

[download .nb file](#)

Beta konfidensintervall med Bernoulli prior

```
(*β(a,b)-bayes og prior, Bernoulli forsøk*)
(*Valg av prior *)
(*Jeffreys 1/2, 1/2*)
(*Flat 1,1*)
(*Uekte 0,0*)
```

```
a = 2.5;
```

```
b = 3.5;
```

```
(*Velg størrelsen på konfidensintervallet*)
konfint := 0.95;
(*For endringer på intervallet, normalt skal denne bare stå på 0 til 1*)
Nedre := 0.0;
Ovre := 1.0;
```

Endringer gjøres på de første linjene (som forklart), deretter trykker du Shift+Enter.

```
(*[Beta](a,b)-bayes og prior, Bernoulli forsøk*)
(*Valg av prior *)
(*Jeffreys 1/2, 1/2*)
(*Flat 1,1*)
(*Uekte 0,0*)

a = 2.5;
b = 3.5;

(*Velg størrelsen på konfidensintervallet*)
konfint := 0.95;
(*For endringer på intervallet, normalt skal denne bare
stå på 0 til \
1*)
Nedre := 0.0;
Ovre := 1.0;

(*Her trenger man ikke gjøre endringer*)
```

[download .nb file](#)

Normal konfidensintervall

```
(*Normal fordelingen *)
(*Sett inn  $\sigma$ *)
vari := 2;
(*Sett inn  $\mu$ *)
u := 5;
(*Velg graph intervall nedre grense*)
Nedre := -10;
(*Velg graf intervall øvre grense*)
Ovre := 10;
(*Velg størrelsen på konfidensintervallet*)
konfint := 0.8;
```

Endringer gjøres på de første linjene (som forklart), deretter trykker du Shift+Enter.

```
(*Normal fordelingen *)
(*Sett inn  $[\Sigma]$ *)
vari := 2;
(*Sett inn  $[\mu]$ *)
u := 5;
(*Velg graph intervall nedre grense*)
Nedre := -10;
(*Velg graf intervall øvre grense*)
Ovre := 10;
(*Velg størrelsen på konfidensintervallet*)
konfint := 0.8;
```

```
Temp := NormalDistribution[u, vari];
f[t_] := PDF[Temp, t];
F[t_] := CDF[Temp, t];
```

[download .nb file](#)

Normal Konfidensintervall med prior

```

(*Prior for Normal fordeling*)
μpre := 14;
σpre := 6;
δpre := 1 / (σpre) ^ 2;
(*Observasjonsdata, hvor n er antall målinger*)
snitt := 13.1;
n := 4;
σdata := 9.1;
δdata := n / (σdata) ^ 2;
(*Posterior*)
δpost := δpre + δdata;
μpost := δpre / δpost * μpre + δdata / δpost * snitt;
σpost := 1 / Sqrt[δpost];

(*Velg intervall størrelser for grafen*)
Nedre := 5;
Ovre := 20;
(*Velg størrelsen på konfidensintervallet*)
konfint := 0.8;

```

Endringer gjøres på de første linjene (som forklart), deretter trykker du Shift+Enter.


```

(*Prior for Normal fordeling*)
\[\mu]pre := 14;
\[\sigma]pre := 6;
\[\Delta]pre := 1/(\[\sigma]pre)^2;
(*Observasjonsdata, hvor n er antall målinger*)
snitt := 13.1;
n := 4;
\[\sigma]data := 9.1;
\[\Delta]data := n/(\[\sigma]data)^2;
(*Posterior*)
\[\Delta]post := \[\Delta]pre + \[\Delta]data;
\[\mu]post := \[\Delta]pre/\[\Delta]post*\[\mu]pre + \
\[\Delta]data/\[\Delta]post*snitt;
\[\sigma]post := 1/Sqrt[\[\Delta]post];

(*Velg intervall størrelser for grafen*)
Nedre := 5;
Ovre := 20;
(*Velg størrelsen på konfidensintervallet*)

```

[download .nb file](#)

Students Konfidensintervall

```
(*Data for plotting*)
(*Fyll inn og trykke <ctrl+enter>*)
μ := 14;
σ := 6;
df := 7;

(*Endre her for å endre intervallet som tegnes på grafen*)
Nedre := 0;
Ovre := 20;

(*Konfidensintervallet*)
konfint := 0.90;
```

Endringer gjøres på de første linjene (som forklart), deretter trykker du Shift+Enter.

```
(*Data for plotting*)
(*Fyll inn og trykke <ctrl+enter>*)
\[\mu] := 14;
\[\sigma] := 6;
df := 7;

(*Endre her for å endre intervallet som tegnes på
grafen*)
Nedre := 0;
Ovre := 20;

(*Konfidensintervallet*)
konfint := 0.90;

Temp := StudentTDistribution[\[\mu], \[\sigma], df];
f[t_] := PDF[Temp, t];
F[t_] := CDF[Temp, t];
Ff[t_] := InverseCDF[Temp, t];
```

[download .nb file](#)

Students Konfidensintervall med prior

```

(*Prior for ukjent  $\sigma$  posterior*)
 $\mu_{pre} := 14$ ;
 $\sigma_{pre} := 6$ ;
(*Observasjons data*)
(*Skriv inn antall måle data*)
n := 4;
(*Snittet til måledatene*)
snitt := 13.1;
(*Skriv inn utvalgsvariansen*)
Sy := 1.257;
(*Mellom regniger*)
 $\delta_{data} = n / Sy^2$ ;
 $\delta_{post} = 1 / \sigma_{pre} + \delta_{data}$ ;

(*Velg størrelsen på konfidensintervallet*)
konfint := 0.98;
(*For endringer på intervallet som vises når data tegnes opp*)
Nedre := 0.0;
Ovre := 20.0;

```

Endringer gjøres på de første linjene (som forklart), deretter trykker du Shift+Enter.

```

(*Prior for ukjent  $\sigma$  posterior*)
 $\mu_{pre} := 14$ ;
 $\sigma_{pre} := 6$ ;
(*Observasjons data*)
(*Skriv inn antall måle data*)
n := 4;
(*Snittet til måledatene*)
snitt := 13.1;
(*Skriv inn utvalgsvariansen*)
Sy := 1.257;
(*Mellom regniger*)
 $\delta_{data} = n / Sy^2$ ;
 $\delta_{post} = 1 / \sigma_{pre} + \delta_{data}$ ;

(*Posterior*)
 $\delta_{post} := \delta_{pre} + \delta_{data}$ ;
 $\mu_{post} := \delta_{pre} / \delta_{post} * \mu_{pre} + \delta_{data} / \delta_{post} * snitt$ ;
 $\sigma_{post} := 1 / \sqrt{\delta_{post}}$ ;

```

[download .nb file](#)