

Modelo de Markov: Impacto de la inversión en la Isla Taquile

Contexto

El Gobierno Regional de Puno decide invertir en la mejora de la infraestructura turística de la Isla Taquile. Como consecuencia, se espera que:

- Más turistas que visitan las Islas Uros continúen hacia Taquile.
- Los turistas permanezcan más tiempo en Taquile, reduciendo su retorno inmediato a Puno Ciudad.

El sistema se modela mediante una cadena de Markov con tres estados:

1. Puno Ciudad (P)
2. Islas Uros (U)
3. Isla Taquile (T)

Matriz de transición original

$$P = \begin{pmatrix} 0,50 & 0,30 & 0,20 \\ 0,50 & 0,25 & 0,25 \\ 0,40 & 0,30 & 0,30 \end{pmatrix}$$

Cada fila representa el estado actual del turista y cada fila suma 1.

a) Matriz de transición modificada

Se aplican las siguientes modificaciones:

- La probabilidad de ir de Uros a Taquile aumenta de 0.25 a 0.35.
- La probabilidad de regresar de Uros a Puno disminuye de 0.50 a 0.40.
- La probabilidad de regresar de Taquile a Puno disminuye de 0.40 a 0.30.

- La probabilidad de permanecer en Taquile aumenta de 0.30 a 0.40.

Ajustando las probabilidades restantes para que cada fila sume 1, se obtiene la nueva matriz de transición:

$$P' = \begin{pmatrix} 0,50 & 0,30 & 0,20 \\ 0,40 & 0,25 & 0,35 \\ 0,30 & 0,30 & 0,40 \end{pmatrix}$$

b) Eigenvalues y eigenvectors

Los autovalores de la matriz P'^T son:

$$\lambda_1 = 1, \quad \lambda_2 \approx 0,15, \quad \lambda_3 \approx 0,00$$

El eigenvector asociado al eigenvalue dominante $\lambda = 1$, normalizado para que la suma de sus componentes sea 1, es:

$$v = \begin{pmatrix} 0,38 \\ 0,27 \\ 0,35 \end{pmatrix}$$

c) Distribución estacionaria

La distribución estacionaria del sistema es:

$$\pi = (0,38 \quad 0,27 \quad 0,35)$$

Esto indica que, a largo plazo, el 38 % de los turistas se encontrará en Puno Ciudad, el 27 % en las Islas Uros y el 35 % en la Isla Taquile.

d) Comparación con la distribución original

La distribución estacionaria original era aproximadamente:

$$\pi_0 = (0,43 \quad 0,30 \quad 0,27)$$

El porcentaje de turistas en Taquile aumentó en:

$$35 \% - 27 \% = 8 \%$$

Puno Ciudad continúa siendo el principal nodo del sistema, aunque la diferencia con Taquile se ha reducido considerablemente, dando lugar a una estructura más equilibrada.

e) Evolución temporal y convergencia

El modelo modificado presenta una convergencia más lenta hacia el estado estacionario en comparación con el modelo original. Esto se debe al aumento en la probabilidad de permanencia en Taquile y a la reducción de los flujos de retorno hacia Puno Ciudad.

Esta mayor permanencia implica un beneficio económico local, ya que los turistas permanecen más tiempo en la Isla Taquile antes de redistribuirse en el sistema.

Análisis comparativo del modelo

¿Cuánto aumentó el porcentaje de turistas en la Isla Taquile? En el modelo original, la distribución estacionaria mostraba que aproximadamente el 27 % de los turistas se encontraba en la Isla Taquile. Tras la modificación de la matriz de transición, la nueva distribución estacionaria indica que el 35 % de los turistas permanece en Taquile.

Por lo tanto, el aumento en el porcentaje de turistas en la Isla Taquile es:

$$35 \% - 27 \% = 8 \%$$

Esto evidencia que la inversión en infraestructura turística tiene un impacto significativo y positivo en la permanencia de turistas en la isla.

¿Cambió el hub principal del sistema turístico? A pesar de los cambios introducidos en la matriz de transición, Puno Ciudad continúa siendo el nodo principal (hub) del sistema, ya que concentra el mayor porcentaje de turistas en la distribución estacionaria.

No obstante, la diferencia entre Puno Ciudad y la Isla Taquile se ha reducido considerablemente, lo que indica una transición desde un sistema altamente centralizado hacia uno más equilibrado, donde Taquile adquiere un rol más relevante dentro del circuito turístico regional.