MÉTODO DE LA BISECCIÓN

Reporte Académico

Autor: Job Edward Apaza Curtihuanca

1. Introducción

El método de la bisección es un método numérico utilizado para encontrar raíces de ecuaciones no lineales. Se fundamenta en el Teorema del Valor Intermedio, el cual garantiza la existencia de una raíz en un intervalo donde la función cambia de signo.

Este método se caracteriza por su simplicidad y confiabilidad, ya que asegura convergencia siempre que se cumpla la condición inicial, aunque presenta una velocidad de convergencia menor en comparación con otros métodos numéricos.

2. Objetivos

2.1. Objetivo general

Aplicar el método de la bisección para aproximar raíces de ecuaciones no lineales de manera confiable.

2.2. Objetivos específicos

- Analizar el fundamento matemático del método.
- Describir el procedimiento iterativo.
- Evaluar la convergencia y el error del método.
- Resolver un problema práctico mediante su aplicación.

3. Fundamentación teórica

Sea una función continua $f(x)$ definida en el intervalo cerrado $[a, b]$. Si se cumple que:

$$f(a) \cdot f(b) < 0 \tag{1}$$

entonces existe al menos un valor $c \in (a, b)$ tal que:

$$f(c) = 0 \tag{2}$$

Esto está garantizado por el Teorema del Valor Intermedio.

4. Descripción del método

El método de la bisección consiste en dividir repetidamente el intervalo inicial en dos partes iguales y seleccionar el subintervalo donde la función cambia de signo.

4.1. Procedimiento

1. Seleccionar un intervalo inicial $[a, b]$.
2. Calcular el punto medio:
$$c = \frac{a+b}{2} \tag{3}$$
3. Evaluar $f(c)$.
4. Elegir el nuevo intervalo donde ocurre el cambio de signo.
5. Repetir hasta cumplir el criterio de parada.

5. Criterios de parada

El proceso iterativo se detiene cuando se cumple al menos uno de los siguientes criterios:

- $|f(c)| < \varepsilon$
- $\frac{b-a}{2} < \varepsilon$
- Se alcanza el número máximo de iteraciones

6. Análisis del error

El error máximo después de n iteraciones está dado por:

$$E_n = \frac{b-a}{2^n} \tag{4}$$

Esta expresión permite estimar el número de iteraciones necesarias para alcanzar una precisión deseada.

7. Ventajas y desventajas

7.1. Ventajas

- Garantiza convergencia.
- Fácil de implementar.
- No requiere derivadas.

7.2. Desventajas

- Convergencia lenta.
- Requiere una función continua.
- No identifica múltiples raíces.

8. Ejemplo de aplicación

Sea la función:

$$f(x) = x^3 - x - 2 \tag{5}$$

Evaluando en el intervalo $[1, 2]$:

$$f(1) = -2, \quad f(2) = 4$$

Como $f(1)f(2) < 0$, existe al menos una raíz en dicho intervalo.

Iteración	a	b	c
1	1.0	2.0	1.5
2	1.5	2.0	1.75
3	1.5	1.75	1.625

La raíz aproximada es:

$$x \approx 1{,}521$$

9. Implementación en Python

A continuación se presenta el espacio destinado para la implementación del método de la bisección en Python:

```python
# M todo de Bisecci n
def biseccion(f, a, b, tol=1e-6, max_iter=100):
    """
    Encuentra la ra z usando el m todo de bisecci n
    f: funci n
    a, b: intervalo inicial [a, b]
    tol: tolerancia
    max_iter: n mero m ximo de iteraciones
    """



    if f(a) * f(b) > 0:
        print("Error: f(a) y f(b) deben tener signos opuestos")
        return None

    print(f"{'Iter':<6} {'a':<15} {'b':<15} {'c':<15} {'f(c)':<15} {'Error':<15}")
    print("-" * 90)

    for i in range(max_iter):
        c = (a + b) / 2
        fc = f(c)
        error = abs(b - a) / 2

        print(f"{i+1:<6} {a:<15.8f} {b:<15.8f} {c:<15.8f} {fc:<15.8e} {error:<15.8e}")

        if error < tol or abs(fc) < tol:
            print(f"\nConvergi  en {i+1} iteraciones")
            print(f"Ra z aproximada: x = {c:.8f}")
            return c


        if f(a) * fc < 0:
            b = c
        else:
            a = c

    print(f"\nNo convergi  en {max_iter} iteraciones")
```

```
    return c

# Ejemplo de uso: Encontrar ra z de x^2 - 2 = 0
def f(x):
    return x**2 - 2

# Ejecutar
raiz = biseccion(f, 1, 2)
```

10. Aplicaciones

El método de la bisección se utiliza en diversas áreas como la ingeniería, la física, la economía y las ciencias computacionales para resolver ecuaciones no lineales.

11. Conclusiones

El método de la bisección es una técnica numérica robusta y confiable. Aunque su convergencia es lenta, garantiza la obtención de una solución aproximada bajo condiciones adecuadas, siendo una herramienta fundamental en el análisis numérico.