

Algebraične krivulje

Luka Horjak (lukahorjak@student.uni-lj.si)

18. februar 2022

Kazalo

Uvod	3
1 Algebraične krivulje	4
1.1 Definicija	4
1.2 Afina ekvivalentnost krivulj	5
Stvarno kazalo	6

Uvod

V tem dokumentu so zbrani moji zapiski s predavanj predmeta Algebraične krivulje v letu 2021/22. Predavatelj v tem letu je bil prof. dr. Jakob Cimprič.

Zapiski niso popolni. Manjka večina zgledov, ki pomagajo pri razumevanju definicij in izrekov. Poleg tega nisem dokazoval čisto vsakega izreka, pogosto sem kakšnega označil kot očitnega ali pa le nakazal pomembnejše korake v dokazu.

Zelo verjetno se mi je pri pregledu zapiskov izmuznila kakšna napaka – popravki so vselej dobrodošli.

1 Algebraične krivulje

1.1 Definicija

Definicija 1.1.1. Polinom $P \in K[x_1, \dots, x_n]$ je *nerazcepen*, če se ga ne da zapisati kot produkt dveh nekonstantnih polinomov iz $K[x_1, \dots, x_n]$.

Definicija 1.1.2. Za polinom $F \in K[x, y]$ označimo njegovo množico ničel

$$V(F) = \{(a, b) \in K^2 \mid F(a, b) = 0\}.$$

Definicija 1.1.3. Množica $\mathcal{C} \subseteq K^2$ je *algebraična krivulja*, če obstaja tak nekonstanten polinom $F \in K[x, y]$, da je

$$\mathcal{C} = V(F).$$

Pravimo, da je krivulja *nerazcepna*, če je v zgornji definiciji F nerazcepen polinom.

17. februar 2022

1.2 Afina ekvivalentnost krivulj

Definicija 1.2.1. *Afina preslikava* je kompozitum linearne preslikave in translacije. Če je ta linearna preslikava obrnljiva, je tudi afina preslikava obrnljiva in ji pravimo *afina transformacija*.

Trditev 1.2.2. Kompozitum afinih transformacij je afina transformacija.

Dokaz. Afine transformacije so natanko preslikave

$$(x, y) \mapsto (ax + by + \alpha, cx + dy + \beta),$$

kjer je $ad \neq bc$. □

Definicija 1.2.3. Krivulji \mathcal{C} in \mathcal{D} sta *afino ekvivalentni*, če obstaja afina transformacija Φ , za katero je $\Phi(\mathcal{C}) = \mathcal{D}$.

Opomba 1.2.3.1. Afina ekvivalenca je ekvivalenčna relacija.

Lema 1.2.4 (Study). Naj bo $G \in K[x, y]$ nerazcepen nekonstanten polinom. Tedaj za vsak polinom $F \in K[x, y]$ velja

$$G \mid F \iff V(G) \subseteq V(F).$$

Stvarno kazalo

A

Afina preslikava, [5](#)

Algebraična krivulja, [4](#)

Afino ekvivalentna, [5](#)

Nerazcepna, [4](#)

P

Polinom

Nerazcepen, [4](#)