

Autores:

Juan Diego Niño Plata
junino@unal.edu.co
Jorge Santiago Camargo Guerrero
jocamargog@unal.edu.co
Juan Alejandro Gualteros Fonseca
jgualterosf@unal.edu.co

Fecha: 12 de mayo de 2023

Proyecto 1: Estación de carga basada en principios de resonancia

I. Abstract

This report summarizes the project of building a low power charging station based on RLC circuit resonance. A comprehensive analysis of the circuit was performed, including transient and frequency response, as well as steady-state voltage and current relationships. The objective was to achieve efficient wireless power transfer in a magnetically coupled system. The project ranged from circuit design and construction to analysis of the results obtained. The results demonstrated the successful operation of the charging station, validating its efficiency and sustainability in wireless power transmission.

II. Resumen

Este informe resume el proyecto de construcción de una estación de carga de baja potencia basada en la resonancia de circuitos RLC. Se realizó un análisis exhaustivo del circuito, incluyendo la respuesta transitoria y frecuencial, así como las relaciones de tensión y corriente en estado estable. El objetivo fue lograr una transferencia eficiente de energía inalámbrica en un sistema de acoplamiento magnético. El proyecto abarcó desde el diseño y construcción del circuito hasta el análisis de los resultados obtenidos. Los resultados demostraron el funcionamiento exitoso de la estación de carga, validando su eficiencia y sostenibilidad en la transmisión inalámbrica de energía.

III. Introducción

Este documento presenta los resultados de un proyecto de construcción de una estación de carga de baja potencia basada en principios de resonancia de circuitos RLC. Se analizó y parametrizó el circuito, enfocándose en la respuesta transitoria, la respuesta frecuencial y las relaciones fasoriales de tensión y corriente en estado estable. El diseño se centró en facilitar la transmisión inalámbrica de energía mediante acoplamiento magnético y se buscó optimizar la transferencia de energía a través de una resonancia eficiente de los componentes RLC. El informe detalla los pasos seguidos en el diseño, construcción y análisis del circuito, así como los resultados obtenidos y las posibles aplicaciones de esta estación de carga de baja potencia.

IV. Objetivos

- Diseñar una fuente resonante por medio de un circuito RLC.
- Caracterizar la respuesta transitoria, en frecuencia y estado estable de la fuente diseñada.
- Definir y construir la bobina principal diseñada.
- Evaluar el desempeño de la fuente resonante construida, tomando en cuenta el factor de calidad Q

V. Marco teórico

Se debe definir una metodología para cumplir los objetivos planteados, primero se debe plantear los conceptos fundamentales y principios teóricos para el desarrollo del proyecto

1. Marco conceptual

Para el desarrollo del circuito es importante tener muy en claro, el uso de la corriente alterna dentro del proyecto, la medición de inductancia de las bobinas usadas y como se usará la resonancia del circuito para que haya transmisión por campo magnético:

i. Corriente alterna

Toda corriente eléctrica es el flujo de electrones a lo largo de la estructura molecular de un material conductor, siempre desde el polo positivo al negativo, pues es su forma de asignación [1], aunque el movimiento de los electrones sea el contrario. La corriente alterna (AC) es una corriente eléctrica que invierte periódicamente su dirección, a diferencia de la corriente continua, es una corriente que cambia de magnitud y polaridad a intervalos regulares de tiempo, esta puede generarse mediante dispositivos como alternadores o generadores de señales, en definiciones de tensión, las cuales generan un

cambio periódico de los valores, según un modelo, lo cual le permite obtener una frecuencia, y un valor de amplitud máxima que oscila [2].

ii. Bobinas

También conocidas como inductores es un componente pasivo de un circuito eléctrico, que tiene la capacidad de almacenar energía como campo magnético a través de la inducción magnética generada por el paso de una corriente por el cable, lo cual según su forma y estado genera la formación del campo magnético, hay diferentes tipos de bobinas, según la necesidad de su uso, la necesidad de almacenar energía, y su correspondiente uso dentro de la industria, siendo un componente básico para instrumentos como motores eléctricos, transformadores, entre otros.



Figura 1. Tipos de bobinas

iii. Inductancia

Se encarga medir la oposición producida por los cambios de corriente en un inductor o bobina, los cuales almacenan energía por medio de un campo magnético. La inductancia puede definirse como la relación entre el flujo magnético y la intensidad generada por la corriente eléctrica (I) la cual circula por una bobina, y el numero de vueltas (N) el número devanado.

iv. Medir inductancia

Para determinar cuál es la inductancia se debe tomar en cuenta muchos factores como por ejemplo el material del que está hecho el conductor y si está enrollado, si el conductor presenta espiras en el recorrido de la corriente, la inductancia aumentará a medida que circule por las espiras, por lo cual se llega a la conclusión que entre más espiras, habrá más inductancia, si a las espiras se les agrega un núcleo de ferrita, entonces la inductancia aumentara aún más, por lo que funciona como el principio de una bobina y la relación entre el número de espiras que lo conforman:

$$L = \frac{\Phi \cdot N}{I}$$

v. Circuito RLC

Se conoce el comportamiento de bobinas, condensadores y resistencias por separado, circuito RLC es un circuito que junta estos tres elementos pasivos en muchas configuraciones posibles, los cuales conforman la manera del circuito y que según la magnitud de cada uno de los indicadores de los elementos, permiten obtener diferentes fenómenos con el circuito, además de que aspectos como la resonancia propia o natural del circuito, tenga este una fuente AC o DC, y la configuración de elementos que tenga, por ejemplo en paralelo o en serie [3].

vi. Trasmisión de energía usando bobinas

Los sistemas constan de dos bobinas de trasmisión y recepción respectivamente, ambos anillos forman un sistema de bobinas acopladas magnéticamente. una fuente de alimentación eléctrica, conectada a la bobina trasmisora, genera un campo magnético que induce un voltaje a la bobina receptora, este voltaje se puede usar para alimentar un dispositivo externo conectado a la bobina receptora.

La eficiencia de la transferencia de energía depende del factor de acoplamiento (k), entre los inductores y la calidad de acoplamiento (Q), el factor de acoplamiento se determina por la distancia de los inductores (z) y el tamaño relativo de los anillos de los inductores, la calidad de acoplamiento está determinada por la forma de las bobinas y el ángulo de incidencia entre ellas.

vii. Circuito en resonancia

En un circuito LC es sintonizado cuando el campo magnético del inductor es máximo, la corriente eléctrica es inducida en el devanado, que conduce a la carga del condensador. Cuando el condensador se descarga la corriente eléctrica resultante crea un campo magnético en el inductor y este proceso se repite continuamente.

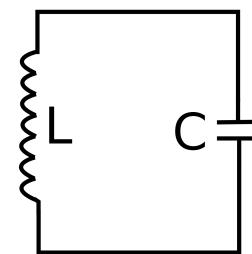


Figura 2. Circuito LC

La resonancia se produce si la reactancia inductiva y la reactancia capacitativa del circuito resultan ser iguales en magnitud, esto da lugar a la oscilación entre campos eléctricos y magnéticos del condensador y del inductor, respectivamente.

En la resonancia, la bobina y el condensador tienen impedancia en serie mínima y máxima impedancia en paralelo mientras que, sus reactancias son iguales, por lo que:

$$X_L = X_C$$

$$\omega \cdot L = \frac{1}{\omega \cdot C}$$

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

viii. Ley de Faraday

También conocida como ley de inducción de Faraday, es una ley física que describe cómo un campo magnético puede inducir una corriente eléctrica. La ley fue publicada por primera vez por Michael Faraday en 1831.

La ley establece que la magnitud de la fuerza electromotriz, inducida en un circuito cerrado es proporcional a la tasa de cambio del flujo magnético a través del bucle. La dirección de la magnitud inducida viene dada por la regla de la mano derecha.

La ley de inducción de Faraday es una de las leyes fundamentales del electromagnetismo. Se utiliza para explicar una amplia variedad de fenómenos, incluyendo el funcionamiento de transformadores, generadores y motores eléctricos. La ley de inducción de Faraday se puede utilizar para desarrollar osciladores y boninas. Un oscilador es un circuito que produce una señal de salida periódica.

La ley de inducción de Faraday es una de las cuatro ecuaciones de Maxwell que definen la teoría electromagnética. Es una ley fundamental de la física que tiene una amplia gama de aplicaciones, incluido el desarrollo de osciladores.

$$\varepsilon = -N \cdot \frac{\partial \cdot \Phi}{\partial \cdot t}$$

Donde N es el número de vueltas de la bobina, ε es la fuerza electromotriz y Φ es el flujo magnético a través de la bobina.

ix. Ley de Lenz

La ley de Lenz establece que la dirección de la corriente inducida en un circuito es tal que se opone al cambio que la indujo. Esta ley fue deducida en 1834 por el físico ruso Heinrich Friedrich Emil Lenz (1804-65).

Por ejemplo, si un imán de barra se acerca a una bobina de alambre, el campo magnético cambiante del imán inducirá una corriente eléctrica en la bobina. Esta corriente creará un campo magnético propio, que se opondrá al cambio en el campo magnético del imán. Esta oposición hará que el imán sea repelido por la bobina.

La ley de Lenz puede explicarse por la conservación de la energía. Cuando el imán se acerca a la bobina, funciona en la bobina para inducir una corriente eléctrica. Este trabajo proviene de la energía del campo magnético del imán. La corriente inducida crea un campo magnético propio, que se opone al cambio en el campo magnético del imán. Esta oposición hace que el imán sea repelido por la bobina.

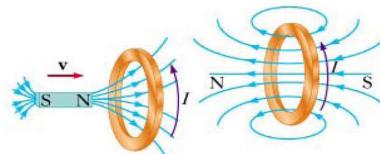


Figura 3. Circuito LC

x. Diagrama de bode

Es una técnica de análisis de sistemas y procesos muy importante en varias ingenierías porque gracias a una buena interpretación del diagrama del bode, podemos entender el comportamiento y el funcionamiento de un proceso físico real en varias zonas de operación. Con este diagrama se puede saber la estabilidad del sistema, podemos crear controladores. Sirve para entender en qué regiones operar el proceso y nos muestra en qué otras regiones debemos trabajar para evitar dinámicas no deseadas.

La grafía nos muestra la amplitud de la señal aplicada al sistema y su desfase, todo referente a la comparación, ya que muestra la respuesta en frecuencia, es decir **los cambios en la magnitud y fase durante la aplicación de una función de frecuencia** [4].

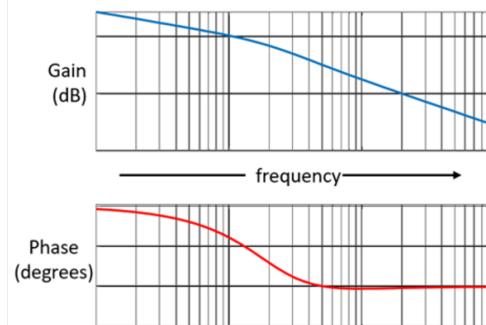


Figura 4. Ejemplo genérico - diagrama de Bode

Esto se realiza en dos diagrama de escala semilogarítmicos, donde se muestra usualmente la magnitud que se esté trabajando (tensión - corriente), en dB (decibeles), y en la parte inferior la modificación en frecuencia. Igualmente, se realiza una gráfica con el desfase demostrado según la función de trasferencia.

2. Topologías

Existen dos tipos de topología que se pueden aplicar para este desarrollo del circuito en resonancia RLC, un circuito en paralelo y en serie:

a) Circuito en serie

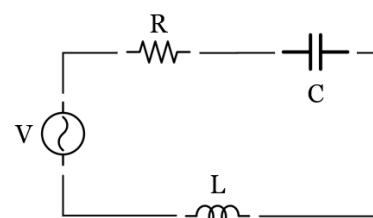


Figura 5. Ejemplo en SERIE

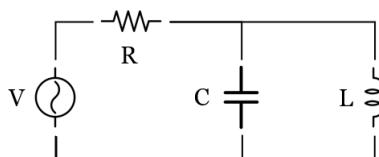
b) Circuito en paralelo

Figura 6. Ejemplo en PARALELO

i. Consideraciones de diseño de bobinas

Cada una de estas configuraciones tiene la particularidad de que deben tomar en cuenta la resistencia de la fuente que se esté usando, además de que se debe medir la resistencia de la bobina que se diseña, con el fin de tener más certeza en los cálculos y los valores que se proporcionan, con el fin de ser precisos en la información que se usa. Además de que su configuración es particular, puesto que en un circuito en serie, todos los elementos tienen la misma corriente, mientras que en paralelo, manejan la misma tensión, los valores pueden cambiar según los valores que se ingresen, pero se deben tomar en cuenta cada uno de estos parámetros para el correspondiente diseño.

3. Desarrollo teórico

Ya mencionados los conceptos importantes a tener en cuenta en el desarrollo de la estación de carga, es importante analizar cada uno de los análisis teóricos, y su uso requeridos para poder comprender como realizar la trasmisión de energía eléctrica entre dos bobinas, por lo que se tomara en cuenta el tipo de circuito que se está diseñando, los métodos de medición de inductancia para el diseño de bobinas, y el análisis de respuesta frecuencia, según su función de trasferencia, y cada uno de los aspectos necesarios para comprender su desarrollo en el campo.

i. Circuitos de segundo orden

Cuando un circuito eléctrico lineal contiene dos elementos que almacenan energía un condensador y una bobina, o dos elementos de cada uno, por lo que su orden de complejidad es igual a dos, ya que su comportamiento está definido por una ecuación diferencial de segundo orden, algo que para el caso del ejercicio tiene diferentes parámetros según se configure un circuito en serie o en paralelo, lo cual entrega diferente ecuación diferenciales de segundo orden para su análisis [6]:

a) Serie

$$v(t) = v_{R(t)} + v_{C(t)} + v_{L(t)} = L \cdot \frac{\partial^2 \cdot i(t)}{\partial t^2} + R \cdot i(t) + v_{C(t)}$$

Y si tomamos en cuenta que:

$$i_{C(t)} = i(t) = C \cdot \frac{\partial \cdot v_{C(t)}}{\partial \cdot t}$$

Por lo que la ecuación diferencial es:

$$LC \cdot \frac{\partial^2 \cdot v_{C(t)}}{\partial t^2} + RC \cdot \frac{\partial \cdot v_{C(t)}}{\partial t} + v_{C(t)} = v(t)$$

La solución de la ecuación de segundo grado genera dos raíces:

$$RLC_{Serie} \begin{cases} s_1 = -\frac{R}{2L} + \sqrt{(\frac{R}{2L})^2 - \frac{1}{LC}} = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \\ s_2 = -\frac{R}{2L} - \sqrt{(\frac{R}{2L})^2 - \frac{1}{LC}} = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \end{cases}$$

b) Paralelo

$$i(t) = i_{R(t)} + i_{C(t)} + i_{L(t)} = i_{L(t)} + \frac{v(t)}{R} + C \cdot \frac{\partial \cdot v(t)}{\partial \cdot t}$$

Tomando en cuenta que:

$$v(t) = v_{L(t)} = L \cdot \frac{\partial \cdot i_{L(t)}}{\partial \cdot t}$$

Por lo que la ecuación diferencial es:

$$C \cdot \frac{\partial^2 \cdot i_{L(t)}}{\partial t^2} + \frac{L}{R} \cdot \frac{\partial \cdot i_{L(t)}}{\partial t} + i_{L(t)} = i(t)$$

La solución a la ecuación de segundo grado genera dos raíces:

$$RLC_{Paralelo} \begin{cases} s_1 = -\frac{1}{2RC} + \sqrt{(\frac{1}{2RC})^2 - \frac{1}{LC}} = -\alpha + \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \\ s_2 = -\frac{1}{2RC} - \sqrt{(\frac{1}{2RC})^2 - \frac{1}{LC}} = -\alpha - \sqrt{\alpha^2 - \omega_0^2} \end{cases}$$

ii. Respuesta transitoria

La respuesta transitoria es la respuesta de un circuito a un cambio repentino en su entrada. Este cambio puede ser en forma de un paso, un pulso o cualquier otro tipo de cambio abrupto. La respuesta transitoria se caracteriza típicamente por su tiempo de subida, tiempo de caída y rebasamiento.

El tiempo de subida es el tiempo que tarda la salida del circuito en alcanzar su valor final después de que se haya cambiado la entrada. El tiempo de caída es el tiempo que tarda la salida del circuito en volver a su valor original después de que la entrada se haya cambiado de nuevo. El rebasamiento es la cantidad máxima por la cual la salida del circuito excede su valor final durante la respuesta transitoria.

La respuesta transitoria de un circuito está determinada por los componentes del circuito y el tipo de señal de entrada. En general, los circuitos con más componentes tendrán una respuesta transitoria más lenta. Los circuitos con componentes que son más reactivos, como condensadores e inductores, también tendrán una respuesta transitoria más lenta.

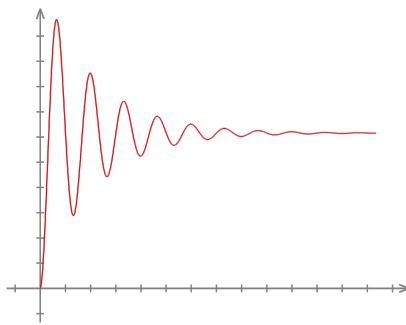


Figura 7. Ejemplo de resultado de una respuesta transitoria

iii. Medición práctica de inductancia

Dentro del desarrollo de la estación de carga es necesario caracterizar la bobina que se esté usando con el fin de conocer su valor de inductancia, como es su respuesta en un circuito resonante, y cuál es la resistencia propia de la bobina, todo este proceso se define como la medición práctica de la inductancia.

El procedimiento encontrado, concita en el diseño de un circuito LC en paralelo, el cual nos permite analizar una respuesta transitoria en el circuito, este es el modelo del circuito:

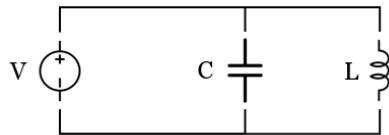


Figura 8. Circuito de caracterización

debemos recordar que la frecuencia de resonancia es igual a:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Este circuito se debe recordar que:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

Por lo que:

$$2 \cdot \pi \cdot f = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

Si despejamos L:

$$2^2 \cdot \pi^2 \cdot f^2 = \frac{1}{LC}$$

$$4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 = \frac{1}{LC}$$

Por lo que se tiene que la formal de trabajo para el cálculo de la impedancia es:

$$L = \frac{1}{4 \cdot \pi^2 \cdot f^2 \cdot C}$$

De esta manera al tener un osciloscopio y la bobina se procede a armar el circuito, y ver la resonancia que éxito con una fuente DC, por lo que la gráfia resultante que es una respuesta transitoria tiene un periodo (T), por lo que con ese periodo podemos calcular la frecuencia:

$$f = \frac{1}{T}$$

Luego reemplazamos por el valor de la capacitancia, y al resolver la fórmula se obtiene el valor de la inductancia.

iv. Función de trasferencia

La función de transferencia de un circuito es una ecuación matemática que describe la relación entre las señales de entrada y salida del circuito. Es una herramienta poderosa para analizar y diseñar circuitos, y se puede usar para predecir el rendimiento de un circuito antes de que se construya.

La función de transferencia de un circuito se expresa típicamente en el dominio de la frecuencia, como una relación entre la señal de salida y la señal de entrada. La señal de entrada es típicamente una señal sinusoidal, y la señal de salida es la respuesta del circuito a esa señal de entrada.

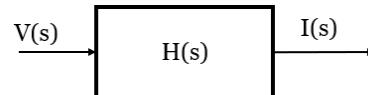


Figura 9. Ejemplo gráfico de función de trasferencia

La función de trasferencias nos permite analizar la respuesta de frecuencia de un circuito lo cual es una medida de cómo responde el circuito a diferentes frecuencias de señales de entrada. Si tomamos en cuenta que la función de trasferencia representa la razón entre la señal de salida y la de entrada, la ecuación de su diseño:

$$H(s) = \frac{I(s)}{V(s)}$$

v. Circuitos en polares

Un circuito polar es un circuito que se representa en coordenadas polares. Esto significa que el voltaje y la corriente están representados por sus magnitudes y ángulos. La magnitud del voltaje o corriente es la longitud del vector, y el ángulo es el ángulo entre el vector y el eje real positivo.

Para analizar un circuito polar, primero debe convertir el voltaje y la corriente en coordenadas rectangulares. Esto se puede hacer usando las siguientes ecuaciones:

$$V_R = V_M \cos(\theta)$$

$$V_I = V_M \sin(\theta)$$

$$I_R = I_M \cos(\theta)$$

$$I_I = I_M \sin(\theta)$$

Donde:

- V_R es el componente real del voltaje
- V_I es el componente imaginario del voltaje
- I_R es el componente real de la corriente
- I_I es el componente imaginario de la corriente
- V_M es la magnitud del voltaje
- I_M es la magnitud de la corriente
- θ es el ángulo del voltaje o corriente

Estas mediciones son útiles para analizar si ciertos elementos están fase o desface según la fuente, por lo que dependiendo para el caso de la estación de carga, se pretende saber si la tensión y la corriente se encuentran en fase o existe cierto desface en el análisis de cada elemento.

vi. Teorema del valor inicial

El teorema del valor inicial (TVI) establece que el valor inicial de la respuesta de un circuito a una entrada escalonada es igual al valor inicial de la entrada. Esto se puede representar en la siguiente ecuación [7]:

$$V(0^-) = V_i$$

En este teorema usando la función de trasferencia se puede determinar el valor inicial por medio de un límite:

$$H(s) = \frac{I(s)}{V(s)}$$

Asumiendo una entrada de tipo escalón nos entrega la siguiente ecuación:

$$V(0^-) = V_i = \lim_{t \rightarrow 0} h(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} s \cdot H(s)$$

Hay algunos casos en los que no se debe usar el teorema del valor inicial (TVI). Estos casos incluyen:

- Cuando la señal de entrada no es una función de paso. El TVI solo se aplica a las funciones de paso.
- Cuando el circuito tiene discontinuidades. El TVI no es válido en discontinuidades.
- Cuando el circuito tiene parámetros variables en el tiempo. El TVI solo es válido para circuitos con parámetros constantes.

Además, puede no ser preciso para circuitos con altas frecuencias. Esto se debe a que el TVI asume que la transformada de Laplace de la señal de entrada se comporta bien. Sin embargo, para frecuencias altas, la transformada de Laplace de la señal de entrada puede no comportarse bien y puede no ser preciso. También puede no ser preciso para circuitos con ruido. Esto se debe a que el TVI asume que la señal de entrada está libre de ruido. Sin embargo, en la práctica, todas las señales de entrada tienen algo de ruido. El ruido puede hacer que el TVI sea inexacto.

vii. Teorema del valor final

El teorema del valor final (TVF) es un teorema en transformadas de Laplace que establece que el valor de una función $h(t)$ en $t = \infty$ es igual al valor de su transformada de Laplace $H(s)$ en $s = 0$. Esto se puede expresar matemáticamente de la siguiente manera:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot H(s)$$

El TVF se puede utilizar para encontrar el valor de una función en $t = \infty$ sin tener que evaluar la función para todos los valores de t . Esto puede ser útil en una variedad de aplicaciones, como encontrar la respuesta en estado estacionario de un circuito o el comportamiento asintótico de una función.

El teorema puede no ser preciso para funciones que tienen discontinuidades o que no se comportan bien, por lo que no es necesario en los siguientes casos:

- Cuando la función no es continua en $t = 0$ o $t = \infty$.
- Cuando la función no es diferenciable en $t = 0$ o $t = \infty$.
- Cuando la función tiene una singularidad en $t = 0$ o $t = \infty$.

En estos casos, el teorema del valor final puede no ser exacto o puede no ser aplicable.

viii. Análisis en estado estacionario

Este análisis ocurre cuando el circuito ha alcanzado un estado estable. En estado estacionario, los voltajes y corrientes en el circuito no cambian con el tiempo.

El análisis de estado estacionario se puede utilizar para encontrar los voltajes y corrientes en un circuito, la potencia disipada en el circuito y la respuesta del circuito a una señal de entrada dada.

Hay una serie de métodos diferentes que se pueden utilizar para realizar el análisis de estado estacionario. El método más común es utilizar la transformada de Laplace. La función de dominio de frecuencia se puede utilizar para encontrar la respuesta de estado estacionario del circuito.

Otro método que se puede utilizar para realizar análisis de estado estacionario es utilizar el principio de superposición. El principio de superposición establece que la respuesta de un circuito lineal a una suma de entradas es igual a la suma de las respuestas a las entradas individuales. Este principio se puede utilizar para encontrar la respuesta en estado estacionario de un circuito a una señal de entrada dada agregando las respuestas a los componentes individuales de la señal de entrada.

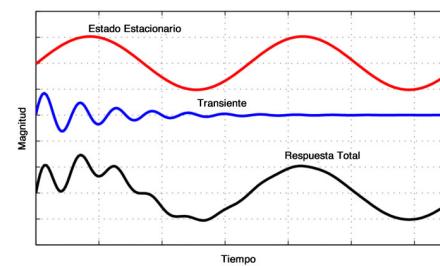


Figura 10. Comparación de estado de frecuencia

ix. Factor de amortiguamiento

El factor de amortiguación (α) de un circuito es una medida de la rapidez con que el circuito se asentará en su salida final después de ser sometido a una entrada transitoria. Es una

cantidad adimensional que se define como la relación entre el componente resistivo del circuito y la impedancia total del circuito. El factor de amortiguación se puede calcular para un circuito segundo orden utilizando la siguiente ecuación:

$$H(s) = \frac{\omega_n^2}{s^2 + 2 \cdot \alpha \cdot \omega_n \cdot s + \omega_n^2}$$

$$s_{1,2} = -\alpha \cdot \omega_n \pm \omega_n \cdot \sqrt{\alpha^2 - 1}$$

Lo cual si recordamos es muy similar a la ecuación diferencial del circuito, respecto a que sea un circuito en serie o paralelo, para cada caso.

El factor de amortiguación se puede utilizar para determinar el tipo de respuesta transitoria que exhibirá el circuito. Para un factor de amortiguación de 0, el circuito exhibirá una respuesta no amortiguada. Esto significa que el circuito continuará oscilando indefinidamente después de ser sometido a una entrada transitoria. Para un factor de amortiguación de 1, el circuito exhibirá una respuesta críticamente amortiguada. Esto significa que el circuito se asentará en su salida final lo más rápido posible sin sobrepasar ni sonar. Para un factor de amortiguación mayor que 1, el circuito exhibirá una respuesta sobreamortiguada. Esto significa que el circuito se asentará en su salida final más lentamente que un circuito críticamente amortiguado.

Los tipos de amortiguamiento son:

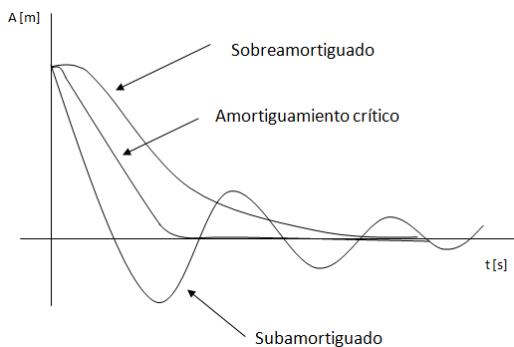


Figura 11. Comparación de estado de frecuencia

x. Factor de calidad

El factor de calidad (Q) es un parámetro que mide la relación entre la energía reactiva que almacena y la energía que disipa durante un ciclo completo. En el caso del circuito RLC sintonizado a la frecuencia de resonancia de energía disipada es debida a las pérdidas resistivas y radiativas que hacen que las oscilaciones decaigan.

El factor de calidad juega un papel fundamental en la trasmisión de energía inalámbrica. Si el factor de calidad de alto, se puede lograr una mayor eficiencia, a pesar de que el campo magnético generado se debilita al desplazarse por el espacio.

En un circuito en serie el factor de calidad se mide usando:

$$Q = \frac{1}{R} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$$

El factor de calidad puede tener un valor entre 0 e infinito. Pero técnicamente es difícil obtener valores muy por encima de 1000. Para una eficiencia óptima se deben usar valores de al rededor de 100 [5].

xi. Factor de acoplamiento

Si la bobina receptora está a una cierta distancia de la emisora, solo una cierta parte del flujo magnético generado por la transmisora, ingresa en la bobina receptora para generar transmisión de electricidad. Cuanto mayor flujo magnético alcance al receptor, mejor será el acoplamiento entre las bobinas. El grado de acoplamiento se expresa con el factor de acoplamiento k . El factor de acoplamiento k es un valor comprendido entre 0 y 1. El valor 1 representa el acoplamiento perfecto, en el cual todo el flujo magnético generado en el transmisor es captado por el receptor. El valor 0 representa a un sistema en el que las bobinas son completamente independientes. Este valor depende de la distancia y tamaño entre los devanados, el desplazamiento lateral, la diferencia de vueltas y la inclusión de núcleos magnéticos en el exterior de las bobinas.

Su función de cálculo es compleja y depende únicamente del tipo de bobina que se esté usando, pues a diferentes configuraciones generaran diferente tipo de ecuaciones para el factor de acoplamiento.

VI. Diseños y simulaciones

1. Diseño de bobina

Se realizaron diferentes bobinas con 2 diferentes formas para ver cuál daba un mayor valor. Su medición se hizo por medio de la conexión en paralelo con un condensador, el osciloscopio y una fuente dc y el proceso de medición explicado en el marco teórico.

- **Bobina plana:** Esta bobina se desarrolló con cobre esmaltado calibre 12, por lo cual era muy grueso, se utilizaron 10 metros. Para su medición se usó un condensador de $0.1\mu F$, y una fuente de 3 V.



Figura 12. Bobina plana

El osciloscopio arrojó la siguiente gráfica:

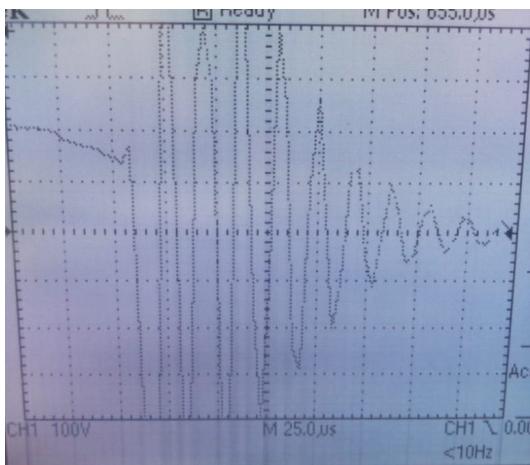


Figura 13. Medida del osciloscopio

Con los cursores del osciloscopio se tomó una frecuencia aproximada de la señal mostrada, este valor fue de 52 kHz, el cual se aplicó en la fórmula.

$$L = \frac{1}{4\pi^2 \cdot C \cdot f^2}$$

$$L = \frac{1}{4\pi^2 \cdot 0,1 \times 10^{-6} \cdot 52000^2}$$

$$L \approx 94 \times 10^{-6} H = 94 \mu H$$

- Bobina Solenoide:** Esta bobina está hecha con 20 metros de cobre esmaltado calibre 22. Para su medición se usó un capacitor de $47\mu F$ y una fuente de 3 V.



Figura 14. Bobina solenoide

La gráfica mostrada por el inductor fue:

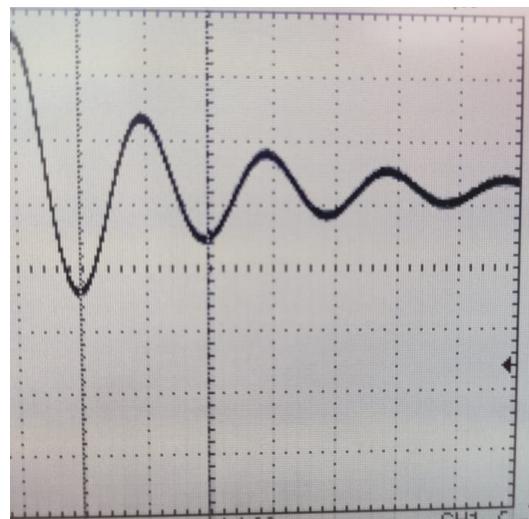


Figura 15. Medida osciloscopio

Para esta inductancia arroja una frecuencia de aproximadamente 830 Hz, con este dato ya se puede calcular su valor.

$$L = \frac{1}{4\pi^2 \cdot C \cdot f^2}$$

$$L = \frac{1}{4\pi^2 \cdot 47 \times 10^{-6} \cdot 830^2}$$

$$L \approx 0,7 \times 10^{-3} H = 0,7 mH$$

Como la segunda inductancia tiene un valor mayor se escogió esta, esto porque permite más almacenamiento de energía y mejor manipulación del valor del capacitor.

2. Valor capacitancia

Como aumentar el valor de la capacitancia influye en la frecuencia de resonancia, se trató de encontrar un capacitor que no aumentara de manera exagerada la frecuencia. Por lo cual se realizaron cálculos para valores comerciales que podrían dar un rango de visualización en cuanto a como aumentan las frecuencias. La frecuencia de resonancia se calcula con la siguiente fórmula:

$$f = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{L \cdot C}}$$

Se calculó la frecuencia en resonancia para las siguientes capacitancias:

- $10\mu F - > f = 1902 Hz$
- $1\mu F - > f = 6015 Hz$
- $100nF - > f = 19022 Hz$
- $10nF - > f = 60154 Hz$
- $1nF - > f = 190226 Hz$
- $100pF - > f = 601549 Hz$
- $10pF - > f = 1902265 Hz$

Como se puede observar, con capacitancias de muy bajo valor la frecuencia aumenta de manera desmedida, con lo

cual no se podría tener certeza y habría muchos errores en las mediciones, así que solo se tomó en cuenta hasta el valor de 10 nF.

3. Topología del circuito

Para encontrar la posición de los componentes que ofreciera una mayor potencia se compararon los diagramas de bode de un circuito con todos los componentes en paralelo y uno con todos los componentes en serie. Se simularon con todas las capacitancias escogidas en el punto anterior.

Configuraciones simuladas:

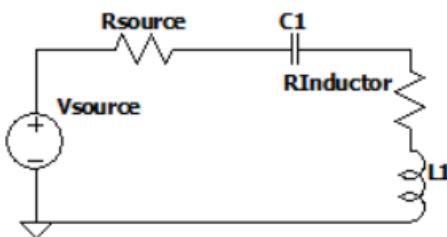


Figura 16. Configuración serie

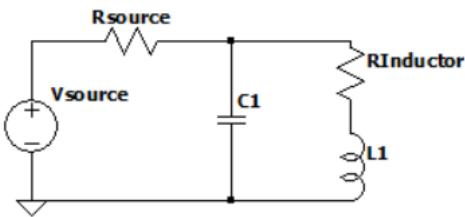


Figura 17. Configuración paralelo

Valores usados para la simulación(se tuvo en cuenta la resistencia de los generadores que comúnmente es de 50Ω y se propuso un valor de resistencia de 1.5Ω para la inductancia):

$$V_{source} = 10 V_{pico}$$

$$R_{source} = 50 \Omega$$

$$R_{inductor} = 1,5 \Omega$$

$$1 Hz \leq f \leq 200 KHz$$

■ Capacitancia de $10\mu F$

- Serie:

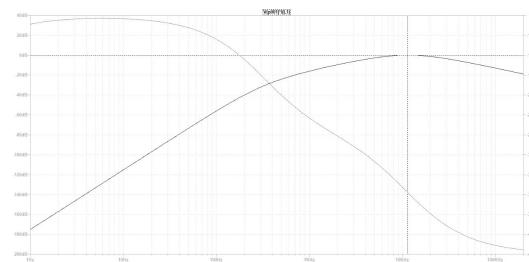


Figura 18. Pico máximo = -24 mdB

- Paralelo:

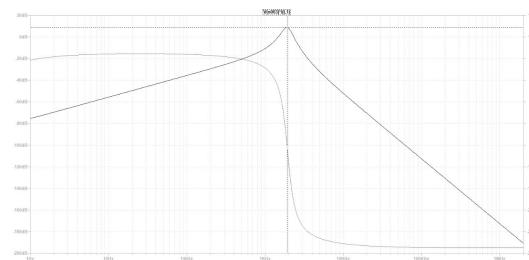


Figura 19. Pico máximo 8.83 dB

■ Capacitancia de $1\mu F$

- Serie:

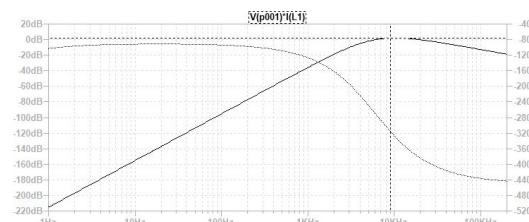


Figura 20. Pico máximo 2.1 dB

- Paralelo:

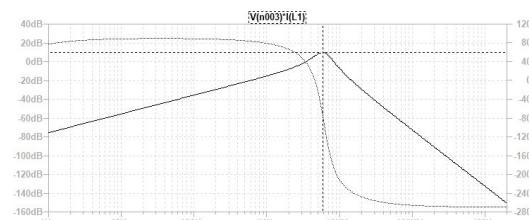


Figura 21. Pico máximo 9.8 dB

■ Capacitancia de 100 nF

- Serie:

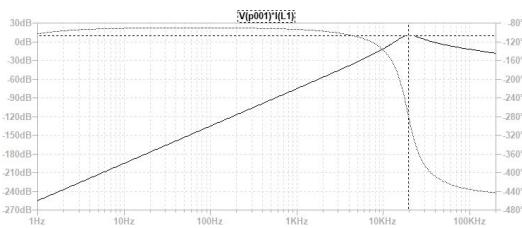


Figura 22. Pico máximo 10.1 dB

- Paralelo:

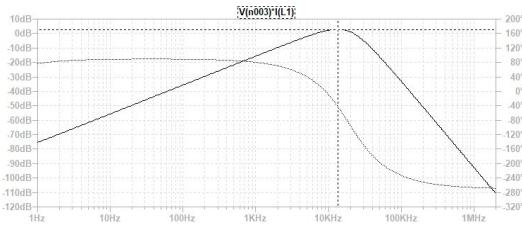


Figura 23. Pico máximo 2.8 dB

■ Capacitancia de 10 nF

- Serie:

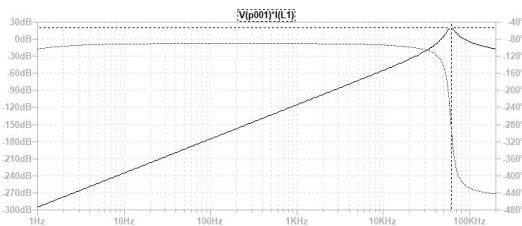


Figura 24. Pico máximo 20 dB

- Paralelo:

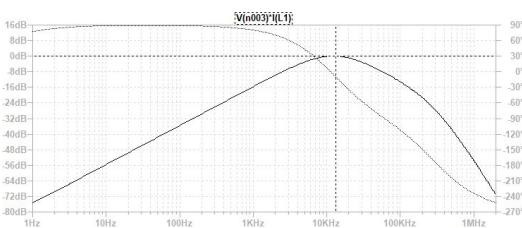


Figura 25. Pico máximo 20 mdB

Observando estos resultados, los candidatos a escoger son el serie con capacitancia de 100 nF y el serie con 10 nF, para elegir se tomó en cuenta el factor de calidad. Que para un circuito en serie se calcula de la siguiente manera.

$$Q = \frac{1}{R} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$$

■ Capacitancia de 100 nF

$$Q = \frac{1}{51,5} \cdot \sqrt{\frac{0,7 \times 10^{-3}}{100 \times 10^{-9}}} = 1,62$$

■ Capacitancia de 10 nF

$$Q = \frac{1}{51,5} \cdot \sqrt{\frac{0,7 \times 10^{-3}}{10 \times 10^{-9}}} = 5,13$$

Entonces el circuito escogido fue en serie con un condensador de 10 nF y una inductancia de 0.7 mH.

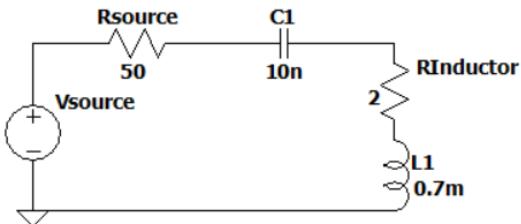


Figura 26. Circuito escogido

VII. Análisis del circuito

I. Respuesta Transitoria

Para definirle un valor de resistencia al inductor se midió con el multímetro, arrojando el valor de 2Ω . Las resistencias del circuito al estar en serie se pueden sumar y tratarse como un típico circuito RLC en serie, el cual está descrito por la siguiente ecuación resolviendo para $i(t)$.

$$\frac{d^2i(t)}{dt^2} + \frac{R}{L} \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{CL} i(t) = 0$$

$$i(t) = y = -\frac{R}{2L} \pm \sqrt{\left(\frac{R}{2L}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{CL}}\right)^2}$$

Donde:

$$\text{Amortiguamiento natural}(\alpha) = \frac{R}{2L} = \frac{52}{2 \cdot 0,7 \times 10^{-3}}$$

$$\alpha = \frac{260000}{7} s^{-1} = 37142,9 s^{-1}$$

$$\text{Frecuencia Natural}(\omega_0) = \frac{1}{\sqrt{CL}} = \frac{1}{\sqrt{10 \times 10^{-9} \cdot 0,7 \times 10^{-3}}} = \frac{1}{\sqrt{7 \times 10^{-12}}} = 14142,16 rad/s$$

$$\omega_0 = \frac{1000000 \text{ rad}}{\sqrt{7} \text{ s}} = 377964,5 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\text{Constante de tiempo}(\tau) = \frac{1}{2 \cdot \alpha} = \frac{1}{2 \cdot \frac{260000}{7}} = 13,46 \mu s$$

Con la constante de tiempo ya se puede describir la envolvente con la cual el circuito llega a su respuesta estacionaria, pues se puede decir que cerca de los $67\mu s$ correspondiente a 5 veces τ el circuito llega a su estado estacionario. Comprobando por medio de una simulación la respuesta del circuito arroja la siguiente gráfica.

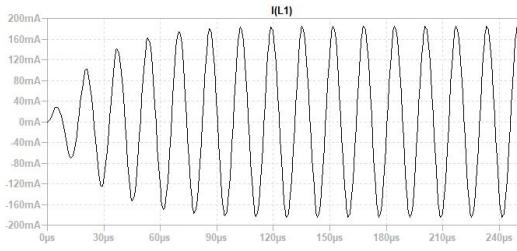


Figura 27. Respuesta transitoria corriente en el inductor

2. Respuesta en frecuencia

- Función de transferencia:** Se pasó el circuito al dominio de la frecuencia (s) y se tomó como entrada el voltaje de la fuente y como salida la corriente por el inductor.

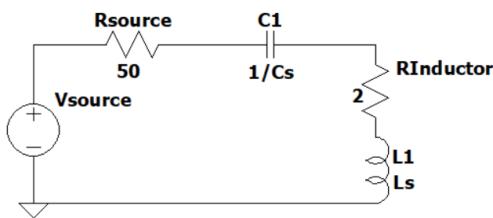


Figura 28. Circuito en el dominio s

$$R_{source} = 50\Omega$$

$$R_{Inductor} = 2\Omega$$

$$C_1 = 10nF$$

$$L_1 = 0,7mH$$

$$H(s) = \frac{I(s)_{out}}{V_{source,in}}$$

$$I(s) = \frac{V_{source,in}}{R_{Equi}} = \frac{V_{source,in}}{50 + \frac{1}{Cs} + 2 + Ls}$$

$$I(s) = \frac{V_{source,in} \cdot Cs}{s^2 CL + CRs + 1}$$

$$H(s) = \frac{\frac{s}{L}}{s^2 + \frac{R}{L}s + \frac{1}{CL}} = \frac{\frac{s}{0,7 \times 10^{-3}}}{s^2 + \frac{52}{0,7 \times 10^{-3}}s + \frac{1}{10 \times 10^{-9} \cdot 0,7 \times 10^{-3}}}$$

- Frecuencia de resonancia:** Con un condensador de 10 nF y una inductancia de 0.7 mH aproximadamente.

$$f = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{LC}}$$

$$f = \frac{1}{2\pi \cdot \sqrt{0,7 \times 10^{-3} \cdot 10 \times 10^{-9}}} = 60154,91Hz$$

La frecuencia de resonancia es algo alta, pero permite manejar corrientes de buen valor, además se procuró el valor del condensador por el factor de calidad.

- Factor de calidad:** Se calculó con la constante de tiempo τ y también con la fórmula para circuitos en serie.

Con τ :

$$Q = W_0 \cdot \tau = \frac{1}{\sqrt{0,7 \times 10^{-3} \cdot 10 \times 10^{-9}}} \cdot \frac{1}{2 \cdot \frac{260000}{7}} = 5,087$$

Con fórmula para circuitos en serie:

$$Q = \frac{1}{R} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{1}{52} \cdot \sqrt{\frac{0,7 \times 10^{-3}}{10 \times 10^{-9}}} = 5,087$$

El factor de calidad tiene un valor de 5.087 aproximadamente, no es un factor alto.

- Desfase con respecto a la fuente:** Para calcular este desfase se pasó el circuito a polares y se analizó la malla, la señal que se tomó como entrada fue un seno sin desfase, frecuencia igual a la de resonancia y amplitud A. Los valores de los elementos del circuito en polares son:

$$V_{source} = A \sin(\frac{1}{\sqrt{0,7 \times 10^{-3} \cdot 10 \times 10^{-9}}}) \Rightarrow A \angle 0^\circ$$

$$R = 52\Omega \Rightarrow 52\angle 0^\circ$$

$$C = 10 \times 10^{-9} F \Rightarrow -j100\sqrt{7}\angle 90^\circ$$

$$L = 0,7 \times 10^{-3} H \Rightarrow j100\sqrt{7}\angle 0^\circ$$

Análisis de malla:

$$\mathbb{I} =$$

$$V_{source} = V_R + V_L + V_C$$

$$A \angle 0^\circ = 52\mathbb{I} + (-j100\sqrt{7})\mathbb{I} + j100\sqrt{7}\mathbb{I}$$

$$\mathbb{I} = \frac{A \angle 0^\circ}{52} = \frac{A}{52} \angle 0^\circ$$

Por lo cual en ángulo de desfase de la corriente con respecto a la fuente es 0.

- Diagrama de bode:**

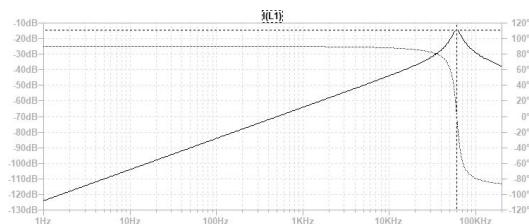


Figura 29. Diagrama de bode corriente en el inductor

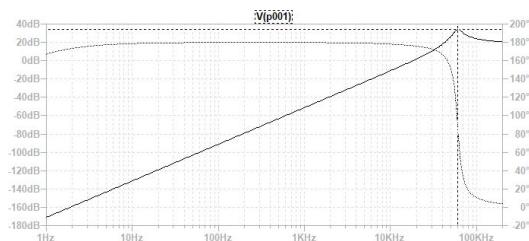


Figura 30. Diagrama de bode voltaje en el inductor

El pico del diagrama de bode se ubica en una frecuencia de 60.1 kHz, muy cercana a la indicada por los cálculos,

también por medio de la gráfica se puede ver que el desfase de la corriente del inductor con respecto a su entrada es de 0° .

- **Valor inicial y valor final:** Usando los teoremas de valor inicial y valor final en la respuesta del circuito, se puede conocer su comportamiento en el instante de encendido y a largo plazo. Para hacer uso de estos teoremas se multiplicó la función de transferencia por la transformada de Laplace de una función seno con amplitud A, frecuencia igual a la de resonancia y desfase 0.

$$I(s) = \frac{\frac{s}{0,7 \times 10^{-3}}}{s^2 + \frac{52}{0,7 \times 10^{-3}}s + \frac{1}{10 \times 10^{-9} \cdot 0,7 \times 10^{-3}}} \cdot \frac{\frac{A}{\sqrt{10 \times 10^{-9} \cdot 0,7 \times 10^{-3}}}}{s^2 + \frac{1}{10 \times 10^{-9} \cdot 0,7 \times 10^{-3}}}$$

- Teorema del valor inicial:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} s \cdot I(s) = V.I$$

$$V.I. = 0A$$

El valor inicial de la corriente es 0 amperios, esto se debe a que no hay desfase entre la salida y la entrada.

- Teorema del valor final: De antemano se conoce que el circuito oscila en su respuesta estacionaria, por lo cual no es posible aplicar el teorema del valor final, el circuito no converge a un punto.

3. Respuesta estacionaria

- **Comportamiento:** Para encontrar la ecuación que describe la corriente cuando el circuito ya entra en su estado estacionario, se usó la función de transferencia reemplazando s por jW_0 con W_0 siendo la frecuencia de resonancia, a esta se le halló su norma o módulo y su argumento, para posteriormente reemplazar en la siguiente fórmula. Los cálculos se realizaron para una fuente senoidal de amplitud de $10 V_p$, con frecuencia igual a la de resonancia y sin ángulo de desfase:

$$i_{out} = A_{inicial} \cdot |H(jW_0)| \sin(W_0 t + \theta_{inicial} + \theta_{H(jW_0)})$$

$$V_{inicial} = 10 \sin\left(\frac{1}{\sqrt{0,7 \times 10^{-3} \cdot 10 \times 10^{-9}}}t + 0\right)$$

$$|H(jW_0)| = \frac{1}{52} \quad \theta(H(jW_0)) = 0$$

$$i_{out} = 10 \cdot \frac{1}{52} \sin\left(\frac{1}{\sqrt{0,7 \times 10^{-3} \cdot 10 \times 10^{-9}}}t + 0 + 0\right)$$

$$i_{out} = \frac{5}{26} \sin\left(\frac{1000000}{\sqrt{7}}t\right)$$

Su amplitud máxima está alrededor de los 192 mA, y no tiene desfase con respecto a la fuente. Gráficamente, se ve de esta forma:

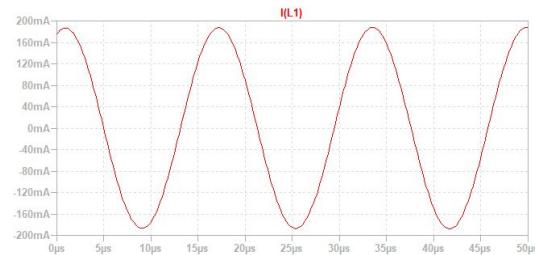


Figura 31. Respuesta estacionaria corriente

- **Tensión vs. Corriente en cada elemento:** Ya se tiene la expresión de la corriente, el cual es el mismo para todos los componentes, para hallar el voltaje se usa las formas comunes del condensador e inductor.

- Inductancia: Teniendo la corriente tan solo se aplica la fórmula típica para el voltaje de un inductor.

$$V_L = L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$V_L = 0,7 \times 10^{-3} \cdot \frac{2500000}{13\sqrt{7}} \cos\left(\frac{1000000}{\sqrt{7}}t\right)$$

$$V_L = \frac{250\sqrt{7}}{13} \cos\left(\frac{1000000}{\sqrt{7}}t\right)$$

Teniendo en cuenta las 2 expresiones se nota un desfase de 90° entre la corriente y el voltaje, ya que una gráfica está descrita por un seno y la otra por coseno.

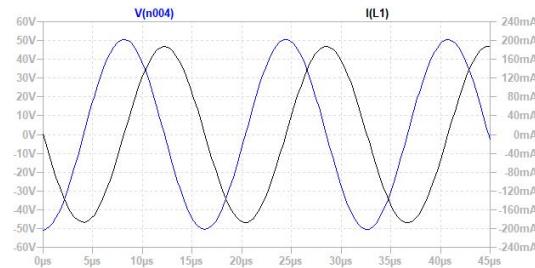


Figura 32. Corriente vs. Voltaje inductor

- Condensador: Teniendo en cuenta la corriente de la malla se aplica en la fórmula común, el voltaje inicial es 0.

$$V_C = \frac{1}{C} \int i(t) dt$$

$$V_C = \frac{1}{10 \times 10^{-9}} \cdot \frac{-\sqrt{7}}{5200000} \cos\left(\frac{1000000}{\sqrt{7}}t\right)$$

$$V_C = -\frac{250\sqrt{7}}{13} \cos\left(\frac{1000000}{\sqrt{7}}t\right)$$

Comparando las expresiones de corriente y voltaje se puede ver que hay un desfase de -90° entre ellas.

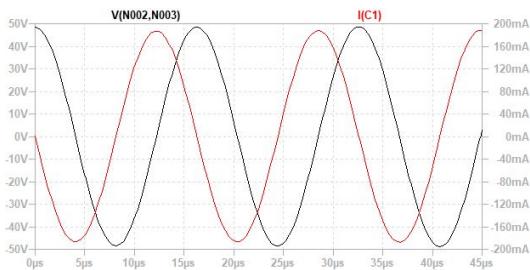


Figura 33. Corriente vs. Voltaje capacitancia

El diagrama fasorial de las corrientes vs. los voltajes se ve a continuación:

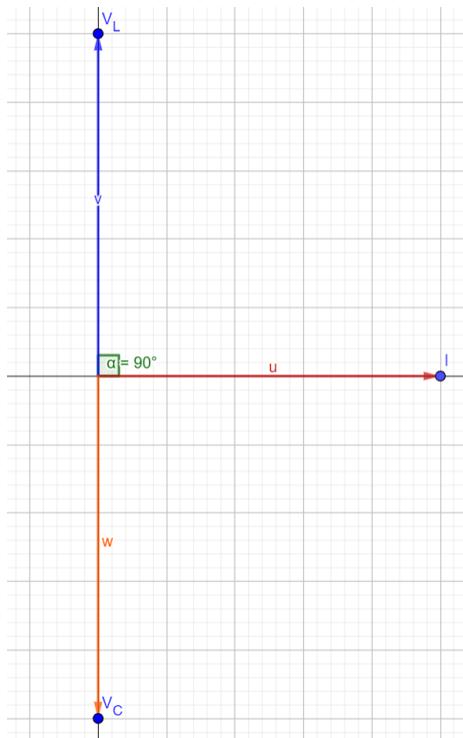


Figura 34. Diagrama fasorial

VIII. Validaciones experimentales

1. Errores y anomalías en las mediciones

Se tiene que tener en cuenta que los equipos no son exactos, además de los errores humanos, decimales y perdidas dentro de mecanismos o interacciones con los elementos. Por lo cual las medidas no se procurara la perfección, las aproximaciones se hicieron de manera consciente para que los valores y gráficas presentaran un comportamiento similar y aun así, cuando los resultados no dieron como los esperados, se proponen posibles explicaciones del porqué.

2. Caracterización inductancia

Para caracterizar la inductancia escogida se realizaron mediciones con un condensador de $47\mu F$ y una fuente DC de 3 V, se conectaron todos los componentes en paralelo, para cargar los elementos y que su respuesta estacionaria fuera

una señal DC, el condensador actúa como circuito abierto mientras que el inductor como corto circuito, posteriormente se desconectaba la fuente DC y el circuito oscilaba por la descarga de los 2 elementos que almacenan energía. La tensión en el circuito era medida por el osciloscopio, también conectado en paralelo con los demás elementos, en los puntos A y B.

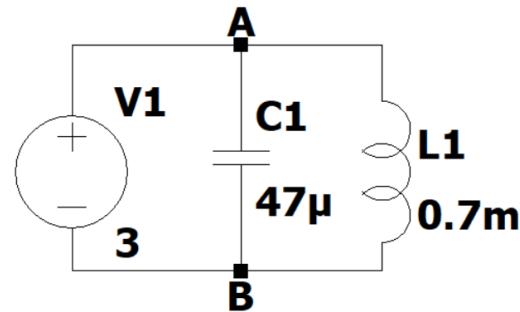


Figura 35. Circuito caracterización inductancia

La gráfica arrojada por el osciloscopio fue la siguiente:

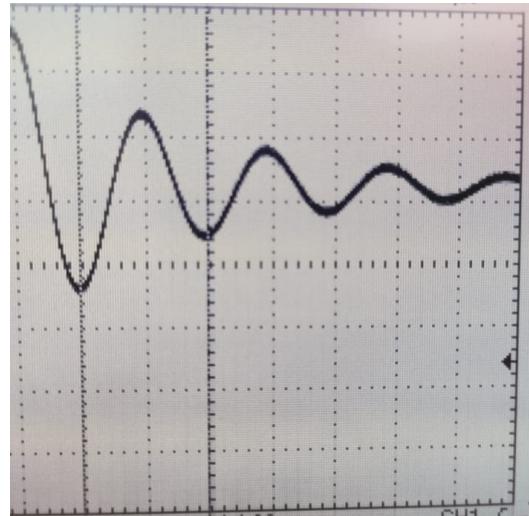


Figura 36. Caracterización inductancia en osciloscopio

Con ayuda de los cursorres se determinó una frecuencia de alrededor de 830 Hz para aplicarla en la siguiente ecuación:

$$L = \frac{1}{4\pi^2 \cdot f^2 \cdot C}$$

$$L = \frac{1}{4\pi^2 \cdot 830^2 \cdot 47 \times 10^{-6}} = 0,7 \times 10^{-3} H = 0,7 mH$$

Para el circuito se usó un condensador cerámico código 103, el cual corresponde a un valor 10 nF.

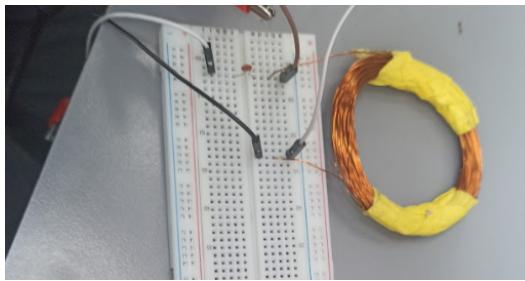


Figura 37. Circuito

3. Respuesta Transitoria

Para que el osciloscopio describiera el comportamiento del inductor se conectó en paralelo con este, posteriormente se energizó el circuito con una señal cuadrada de 50 Hz, al tener baja frecuencia permitía ver los cambios del circuito al cargarse y descargarse.



Figura 38. Respuesta transitoria circuito

Con ayuda de los cursores se tomó medición del tiempo de descarga que es aproximadamente 5 veces la constante de tiempo τ , también se tomó el periodo de la oscilación.

$$5\tau \approx 68,8\mu s$$

$$T \approx 16,4\mu s$$

Con estos 2 datos se halló la frecuencia natural(W_0), el amortiguamiento natural(α), la constante de tiempo(τ) y el factor de calidad (Q).

$$W_0 = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{16,4 \times 10^{-6}} \approx 383121,1 \frac{rad}{s}$$

$$\tau \approx \frac{68,8 \times 10^{-6}}{5} \approx 13,8\mu s$$

$$\alpha = \frac{1}{2\tau} \approx \frac{1}{2 \cdot 13,8 \times 10^{-6}} \approx 36231,9 s^{-1}$$

$$Q = W_0 \cdot \tau = 383121,1 \cdot 13,8 \times 10^{-6} \approx 5,28$$

4. Respuesta en frecuencia

- Diagrama de bode:** Para realizar el diagrama de bode se midió el voltaje en el inductor con el osciloscopio y la corriente en el circuito por medio de una pinza amperimétrica que permite conexión con el osciloscopio,

se tomó medición para frecuencias desde los 30 kHz y los 120 kHz, con los siguientes resultados obtenidos.

FRECUENCIA(kHz)	CORRIENTE(mA)	VOLTAJE(V)
30	8	6.4
40	12	12
50	16	18.8
60	21.6	28
70	16.8	18.4
80	12	13.6
90	11.2	12
100	10.4	11.2
110	8.8	10.8
120	8.8	10.4

Para evaluar el diagrama de bode se tiene en cuenta que se grafica el logaritmo en base 10 del módulo de la respuesta de transferencia, por ello se realizó la relación del logaritmo de la salida sobre la entrada para los datos de la gráfica, teniendo en cuenta que la entrada fue una señal senoidal de 4.2 Vp de amplitud.

$$10\log(|H(s)|) = 10\log\left(\left|\frac{I_{out}}{V_{in}}\right|\right)$$

$$10\log\left(\left|Y(s)\right|\right) = 10\log\left(\left|\frac{V_L}{V_{in}}\right|\right)$$

Las gráficas resultantes son:

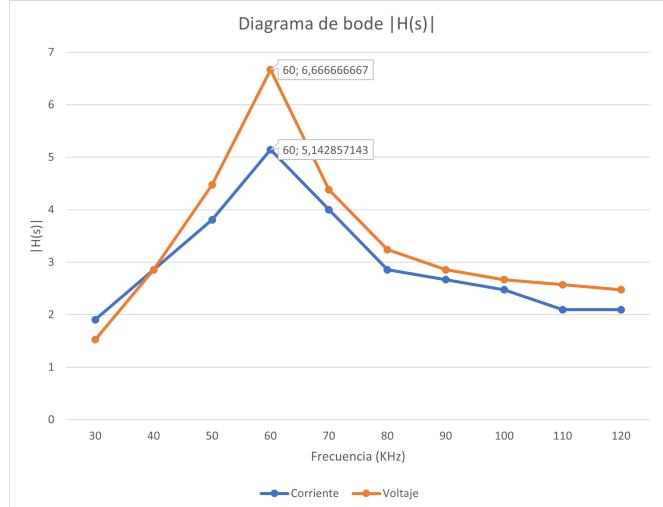


Figura 39. Diagrama de bode corriente y voltaje

- Frecuencia de resonancia:** Como se observa, la frecuencia donde mayor potencia hay está cerca a los 60 kHz, se podría decir que aproximadamente esa es la frecuencia de resonancia, los datos de la tabla también son más altos en este valor.
- Desfase con respecto a la fuente:** Usando el osciloscopio y la pinza amperimétrica se tomó el tiempo para el cual esta gráfica pasaba por 0, ese tiempo es aproximadamente 200ns.

Evaluamos la función para ese instante de tiempo, esto gracias a que la fuente tiene ángulo 0.

$$\sin\left(\frac{1}{\sqrt{0,7 \times 10^{-3} \cdot 10 \times 10^{-9}}} \cdot 200 \times 10^{-9} + \theta\right) = 0$$

$$\theta \approx -4,3^\circ$$

El desfase con respecto a la fuente es de -4.3 grados.

5. Respuesta estacionaria

- Comportamiento:** Con ayuda del osciloscopio y 1 apinza amperimétrica se visualizó las señales en su forma estacionaria arrojando las siguientes gráficas.



Figura 40. Diagrama de bode corriente y voltaje

Estas gráficas se tomaron con una fuente senoidal de 10 Vp, frecuencia igual a la de resonancia y sin desfase. La amplitud de corriente es de 180 mA, mientras que la de voltaje es de 32 V.

- Tensión vs. corriente en cada elemento:** Con ayuda de los cursores del osciloscopio se tomó el instante en el cual las gráficas pasaban por el valor de 0 de forma seguida una de la otra, la diferencia de esos tiempos se aplicó en la siguiente fórmula.

$$\text{Desfase} \Rightarrow \theta \quad \text{Periodo} \Rightarrow T$$

$$\theta = 360^\circ \cdot \frac{\Delta t}{T}$$

- Inductancia: La diferencia de tiempo es de aproximadamente $4.4\mu s$ y se usa el periodo dado en la respuesta transitoria, el cual es de $16.6\mu s$.

$$\theta = 360^\circ \cdot \frac{4,4}{16,6} = 96,5^\circ$$

- Capacitancia: La diferencia de tiempo es aproximadamente $4.8\mu s$ y se usa el periodo dado en la respuesta transitoria, el cual es de $16.6 \mu s$

$$\theta = 360^\circ \cdot \frac{4,8}{16,6} = 105,36^\circ$$

IX. Análisis y comparación de resultados

1. Respuesta transitoria

Respuesta estacionaria		
Parámetro	Simulación	Mediciones
Constante de tiempo	$13.46 \mu s$	$13.8 \mu s$
Amortiguamiento natural	$37142.9 s^{-1}$	$36231.9 s^{-1}$
Frecuencia natural	$377964.5 \frac{rad}{s}$	$38312.1 \frac{rad}{s}$
Factor de calidad	5.087	5.28

Hay ligeras variaciones en las mediciones, sin embargo, sigue siendo muy cercano al considerar que se está trabajando con frecuencias altas que provocan más errores. El comportamiento del circuito en estado transitorio es bastante cercano a la simulación y a los cálculos estimados.

2. Respuesta en frecuencia

- Diagrama de bode:**

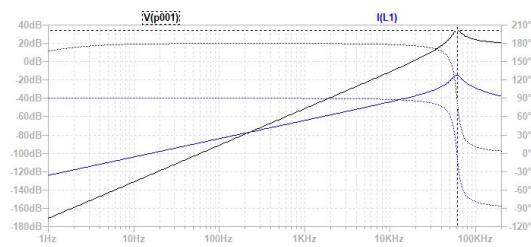


Figura 41. Diagrama de bode simulación

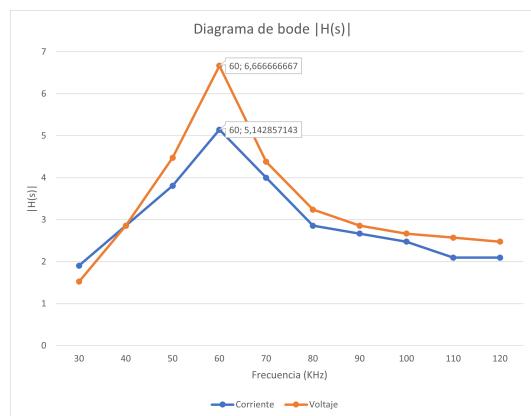


Figura 42. Diagrama de bode mediciones

Se puede observar que ambas graficas apuntan a los 60 kHz como frecuencia de resonancia, el comportamiento de la gráfica de simulación es más limpio, las variaciones en la gráfica de mediciones puede deberse a errores e incertidumbres provocados por los elementos o en su uso.

- Frecuencia de resonancia:** Con el análisis numérico se determinó una frecuencia de resonancia de, 60154.9 Hz, con esto se propuso medir el circuito para una entrada con esta frecuencia, un voltaje pico de 6 V y sin desfase, se compararon los datos de voltaje y corriente registrados por el osciloscopio con los del simulador.

- Voltaje:

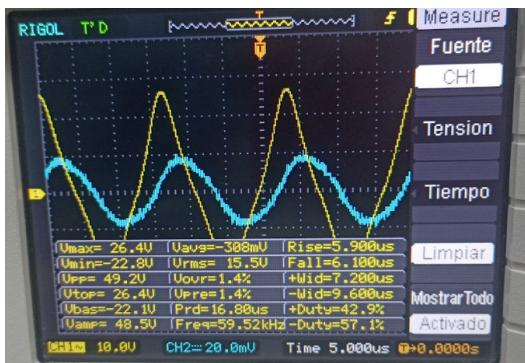


Figura 43. Mediciones voltaje en resonancia

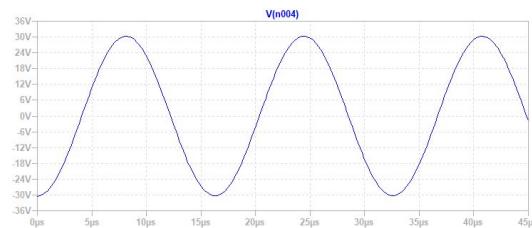


Figura 44. Simulación voltaje en resonancia

Con respecto a la simulación se ve una gran diferencia en los valores tomados, el voltaje de la medición llega cerca de los 26 V mientras que el de la simulación a 30 V, esto puede deberse a la energía disipada mediante la resistencia del inductor, además de la incertidumbre de los elementos de medición.

- Corriente:

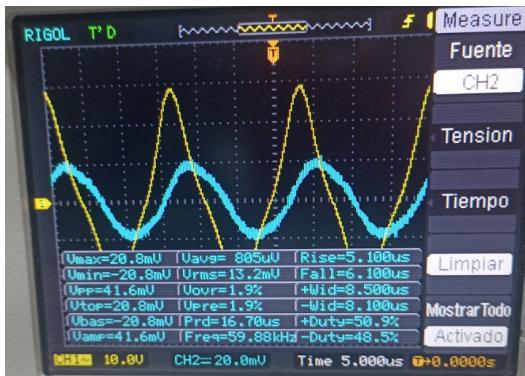


Figura 45. Mediciones corriente en resonancia

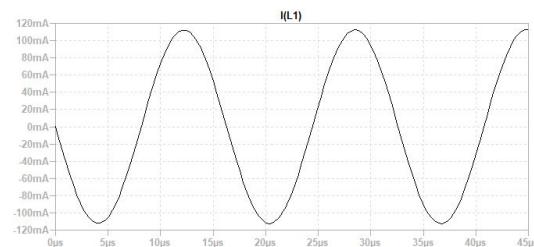


Figura 46. Simulación corriente en resonancia

En corrientes, si se nota un cambio muy abrupto, esto pudo deberse a inexactitud con la pinza del osciloscopio, pues también se tomó mediciones con un multímetro True RMS y arrojo un resultado de 90 mA, para el cual también se notan perdidas con respecto a la simulación.

■ Desfase de la corriente con respecto a la fuente:

Desfase con Respecto a la Fuente	
Medición	Simulación
-4.5 °	0 °

Hay una pequeña diferencia en cuanto al desfase de la corriente, esto se puede explicar gracias a la poca exactitud decimal con la cual esta medida la bobina, además de que es muy improbable llegar a la frecuencia de resonancia exacta, todo esto causa que la razón y o variación de impedancias tenga valores ligeramente diferentes.

3. Respuesta estacionaria

- Comportamiento:** Tanto en la simulación como las mediciones, las gráficas tienen el comportamiento de una onda senoidal, que cuando la frecuencia baja demasiado con respecto a la de resonancia su forma puede verse afectada. Sin embargo, se va a mantener un comportamiento oscilatorio, que permite la variación de corriente en el inductor y, por tanto, la creación de campo magnético.

■ Ángulo de tensión y corriente en cada elemento:

Ángulo tensión vs. corriente			
Capacitancia		Inductancia	
Simulación	Medición	Simulación	Medición
90	105.3	90	96.5

Si hay una variación notoria en los desfases, pero esto, como ya se explicó, puede deberse a los valores de impedancias que en sus decimales no son nada exactos.

X. Anexos

Toda la información presentada en el informe, y cada una de las mediciones este respaldado por imágenes, registros y videos realizados en cada uno de los laboratorios, que precedieron el desarrollo del informe, se puede acceder a esta información de forma almacenada en el siguiente link:

Carpeta en Google Drive

XI. Conclusiones

- Se diseñó una fuente resonante utilizando un circuito RLC con una bobina en serie. Esta elección se basó en consideraciones específicas para nuestras futuras aplicaciones, como la optimización de la transferencia de energía y la eficiencia del sistema. Al utilizar una bobina en serie, se logró una mayor selectividad de frecuencia y una respuesta más estable en comparación con un circuito RLC en paralelo.
- Se logró caracterizar la respuesta transitoria, en frecuencia y en estado estable de la fuente diseñada. Los análisis realizados proporcionaron información detallada sobre la respuesta del circuito en diferentes condiciones, lo que permitió su optimización y ajuste preciso para adaptarse a diversos requisitos de carga y frecuencia.
- La bobina fue diseñada y construida de acuerdo con los parámetros establecidos, como la inductancia deseada y la resistencia adecuada. Esta bobina ha demostrado ser eficiente en la transferencia de energía y ha contribuido a minimizar las pérdidas en el sistema. Su construcción exitosa nos brinda confianza en su aplicabilidad para futuras implementaciones en sistemas de acoplamiento magnético.
- Durante la evaluación del desempeño de la fuente resonante construida y la consideración del factor de calidad Q, se observó que el valor obtenido fue ligeramente más bajo de lo esperado. Aunque el factor de calidad Q no alcanzó el nivel óptimo que inicialmente se buscaba, la fuente resonante demostró ser funcional y capaz de cumplir con los requisitos de transferencia de energía eficiente en aplicaciones de baja potencia. Aunque se hubiera preferido un valor más alto de Q, los resultados obtenidos respaldan la viabilidad de utilizar esta fuente resonante.

XII. Referencias

- [1.] Corriente alterna - Concepto, ejemplos y corriente Continua. (s.f.). Concepto. <https://concep-to.de/corriente-alterna/>
- [2.] JL, B. (2022). Corriente Alterna: Definición y Principio de Funcionamiento. Electrónica Online. <https://electrónicaonline.net/electricidad/corriente-alterna/>
- [3.] Circuito en serie RLC. Resonancia. (s.f.). <http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/elecmagnet/inducción/alterna1/alterna1.htm>
- [4.] Martínez Vila, J. (2016). Transmisión de energía eléctrica por inducción para uso doméstico [Proyecto final de carrera, Ingeniería en Electrónica]. Universidad Politécnica de Cataluña.
- [5.] C, S. (2021). Diagrama de Bode. Control Automático Educación. <https://controlautomaticoeducacion.com/control-realimentado/1-diagrama-de-bode/>
- [6.] Carakenio. (2022, 21 enero). Circuito eléctrico de segundo grado à Circuito RLC. dademuch-connection. <https://dademuch.com/2022/01/21/circuito-electrico-de-segundo-grado-circuito-rlc/>
- [7.] Christian Trejo, Sistemas Dinámicos y Control. (2022, 9 octubre). 2 Obtener Valor Inicial y Final de Función de Transferencia | Ejercicio Paso a Paso [Vídeo]. <https://www.youtube.com/watch?v=diWda3G0FZQ>