

$$F_{de T} = \frac{s}{(s+2)(s+2)} = \frac{s}{(s-(-2))(s-(-2))}$$

Polinomio Característico $\Rightarrow 1 + K \cdot (F_{de T})$

R1: # Ramas = # polos $\rightarrow 2 \text{ polos} \rightarrow 2 \text{ ramas}$

R9: Ramas que se van a $\infty \rightarrow 2 \text{ polos} - 1 \text{ cero} = 1 \rightarrow \infty$

R2 y R3: inicio de rama \rightarrow polos > cero 100, LGR comienza polos termina en los cero

R4: pintan eje Re \rightarrow Impar \neq 2 (polos y cero) \rightarrow K positivo Impar
K negativo par

R7 y 10: polinomio Característico

R7: despejar K, derivar K = 0

Polinomio caract. $1 + K \cdot \frac{s}{(s+2)(s+2)} = 0$

$Ks = -1 \cdot (s+2)(s+2)$
 $K = -\frac{(s+2)(s+2)}{s}$ despejar K ✓

$\frac{dK}{ds} = -\frac{(s^2+4)}{s^2} = -\frac{(s+2)(s+2)}{s^2} = 0$
 $(s+2)(s+2) = 0 \rightarrow s = -2$

R8: angulo salida (llegada)

2 polos se cruzan $\rightarrow \alpha = 2$

$\frac{180^\circ}{\alpha} = \angle \text{salida (llegada)}$

$\angle = 90^\circ$ para cada rama

R10: polinomio Característico $s = jw$

Polinomio Característico $1 + K \cdot \frac{s}{(s+2)^2} = 0$ (Tips expandido) Matlab collect

$1 + K \cdot \frac{s}{s^2 + 4s + 4} = 0$

$Ks = -s^2 - 4s - 4$
 $0 = -s^2 - 4s - 4 - Ks$ ¡sin fracciones!

$s = jw$

$0 = -(jw)^2 - 4(jw) - 4 - K \cdot (jw)$

$0 = -(-w)^2 - 4(jw) - 4 - (Kw)j$

$0 = w^2 - 4w \cdot j - 4 - (Kw)j$

$0 + 0j = w^2 - 4 + (-4w - Kw)j$

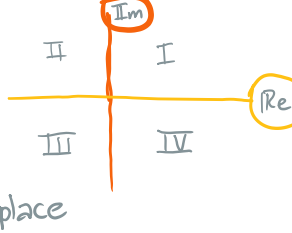
$\begin{cases} w^2 - 4 = 0 & (1) \\ -4w - Kw = 0 & (2) \end{cases}$ Sistemas de ecuaciones

Si tiene solución hay cruce en el eje Im

(1) $w^2 = 4 \rightarrow w = \pm 2$

(2) $(-4 - K)w = 0$

$-(4 + K)w = 0 \rightarrow K = -4$

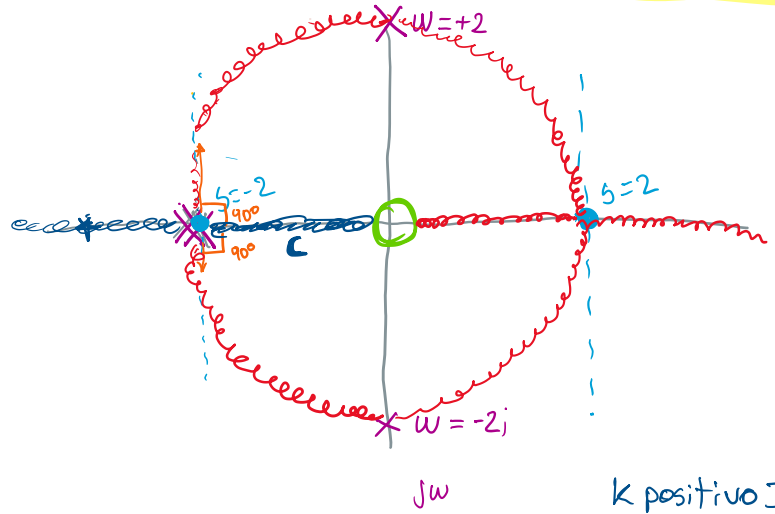


• Sistema es inestable I y IV, semiplano derecho

• Sistema Estable II y III, semiplano izquierdo

• Oscila si al menos hay alguno que no este en Re

• Marginal: Estable si esta en eje Im



R9: $\sigma_A = \frac{\sum p - \sum \text{cero}}{\#p - \#c} = \frac{(-2 + -2) - (0)}{2 - 1} = \frac{-4}{1} = -4$

$\phi_A = \frac{2q - 1}{\#p - \#c} \cdot 180^\circ \rightarrow q = 0 \rightarrow -180^\circ$

n_p = ramas polos

n_c = ramas cero

$q = [0, \dots, n_p - n_c - 1]$

$n_p - n_c - 1 = 2 \text{ ramas } P - 1 \text{ ramo } C - 1 = 0, 2$

$q = 0$

$n_p - n_c - 1 = 3 \text{ ramas } P - 1 \text{ ramo } C - 1 = 1$
 $q = 0$
 $q = 1$

K positivo Impar

1 cero ✓

2 polo 1 cero ✓

5.1 Introducción.

Sea la planta tiempo continuo en L.C. como se muestra en la Fig.5.1(a). La F. de T. en L.D. es,

$$l(s) = \frac{k}{s(s+4)},$$

y por lo tanto las raíces en L.A. son $s_{1,2} = 0$ y -4 . La F. de T. en L.C. es,

$$\frac{y(s)}{y_d(s)} = \frac{kg(s)}{1+kg(s)r(s)} = \frac{k}{s(s+4)+k} = \frac{k}{s^2+4s+k},$$

y por lo tanto las raíces en L.C. son $s_{1,2} = (-4 \pm \sqrt{16-4k})/2 = -2 \pm \sqrt{4-k}$, las cuales dependen de k .

Algunos valores se muestran en la tabla siguiente y la gráfica - que se denominará el Lugar Geométrico de las Raíces (L.G.R.) - en la Fig.5.1(b).

| k | s_1 | s_2 |
|-----|-----------------|-----------------|
| 0 | -4 | 0 |
| 2 | $-2 + \sqrt{2}$ | $-2 - \sqrt{2}$ |