Construir el sistema

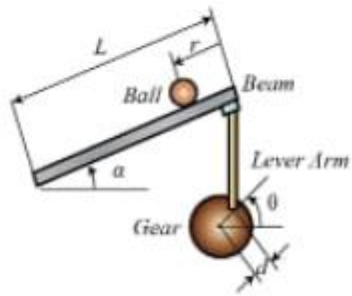

Figura 1: Esquema general del proyecto.

Los parámetros del sistema son:

d: centro del mecanismo de giro
r: posición de la bola
l: largo de la viga
$\propto$*: inclinación de la viga*
θ *: ángulo del servo motor*
m_{ball}*: masa de la pelota*
R_{ball}: *radio de la pelota*
g: gravedad de la tierra
J_{ball}*: inercia de la pelota*

El lagrangiano se define como

$$L = k - p$$

Donde

k: $energia\ cinetica$
u: $energia\ potencial$

$$k = \frac{1}{2} m_{ball} * \ddot{r} + \frac{1}{2} J_{ball} \left(\frac{\ddot{r}}{R_{\text{ball}}}\right)^2 + \frac{1}{2} (J_{Ball} + m_{Ball} * \ddot{r}^2) \propto^2 + \frac{1}{2} * J_{beam} \propto^2$$

$$P = \frac{1}{2} m_{ball} * g * sen(\propto) + m_{beam} * g * r * sen(\propto)$$

Entonces se tiene:

$$L = \left(\frac{J_{ball}}{R_{\text{ball}}{}^2} + m_{ball}\right) * \ddot{r} + m_{ball} * g * sen(\propto) - m_{ball} * r * \dot{\propto}^2 = 0$$

el cual no es lineal, porque presenta un $sen(\propto)$

Linealizando en torno al punto $\alpha = 0$ queda

$$\left(\frac{J_{ball}}{R_{\text{ball}}{}^2} + m_{ball}\right) * \ddot{r} + m_{ball} * g * sen(\propto) - m_{ball} * r * \dot{\propto}^2 = 0$$

$$\left(\frac{J_{ball}}{R_{\text{ball}}{}^2} + m_{ball}\right) * \ddot{r} = -m_{ball} * g * \alpha$$

$\theta\ y\ \alpha$ se pueden expresar una en término de la otra, es conveniente dejar α en termino de θ, ya que, θ es la variable asociada al giro del motor que es lo que se manipula

$$\alpha = \frac{d}{l} \theta$$

luego:

$$\left(\frac{J_{ball}}{R_{\text{ball}}{}^2} + m_{ball}\right) * \ddot{r} = -m_{ball} * g * \frac{d}{l} \theta$$

Determinar la función de transferencia de la planta y su representación en espacios de estados.

La salida, es por definición lo que se desea observa o controlar, para este caso es la posición de la pelota
La entrada, es la variable de la cual se puede manipular, que es en ángulo del servomotor θ

Entonces la función de trasferencia es:

$$\frac{salida}{entrada} = \frac{R(s)}{\theta(s)}$$

Para obtener R(s) y $\theta(s)$ se procede a usar la transformada de Laplace en el modelo

$$\mathcal{L}\left\{\left(\frac{J_{ball}}{\mathrm{R_{ball}}^2} + m_{ball}\right) * \ddot{r} = -m_{ball} * g * \frac{d}{l}\theta(t)\right\}$$

$$\mathcal{L}\{\dot{r}\} = r(s) * s^2$$

$$\mathcal{L}\left\{\frac{d}{l}\theta\right\} = \frac{d}{l}\theta(s)$$

Luego

$$\left(\frac{J_{ball}}{\mathrm{R_{ball}}^2} + m_{ball}\right) r(s) * s^2 = -m_{ball} * g * \frac{d\theta(s)}{l}$$

Despejando, se obtiene la función de transferencia

$$\frac{R(s)}{\theta(s)} = \frac{-m_{ball} * g * d}{l\left(\frac{J_{ball}}{\mathrm{R_{ball}}^2} + m_{ball}\right) * s^2}$$

Para la representación en espacio de estados se tiene que el sistema es:

$$\ddot{r} = \frac{-m_{ball} * g}{\left(\frac{J_{ball}}{\mathrm{R_{ball}}^2} + m_{ball}\right)} * \frac{d}{l}\theta$$

Y la salida en Laplace

$$r(s) = \frac{-m_{ball} * g}{s^2\left(\frac{J_{ball}}{\mathrm{R_{ball}}^2} + m_{ball}\right)} * \frac{d}{l}\theta(s)$$

En el tiempo la salida es:

$$r = t * \frac{-m_{ball} * g}{\left(\frac{J_{ball}}{\mathrm{R_{ball}}^2} + m_{ball}\right)} * \frac{d}{l}\theta(t)$$

Por lo tanto, la representación en espacio de estados

$$\begin{bmatrix} \ddot{r} \\ \dot{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{r} \\ r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \dfrac{-m_{ball} * g}{\left(\dfrac{J_{ball}}{R_{\text{ball}}{}^{2}} + m_{ball} \right)} \\ 0 \end{bmatrix} \theta(t)$$

$$y = [0\ 1] \begin{bmatrix} \dot{r} \\ r \end{bmatrix}$$

Realizar un diagrama de bloques utilizando la función de transferencia determinada para la planta. Debe indicar cada una de las variables del sistema que diseño, ubicando en el esquema cual es la referencia, la salida, la señal de control, la planta y el controlador

---