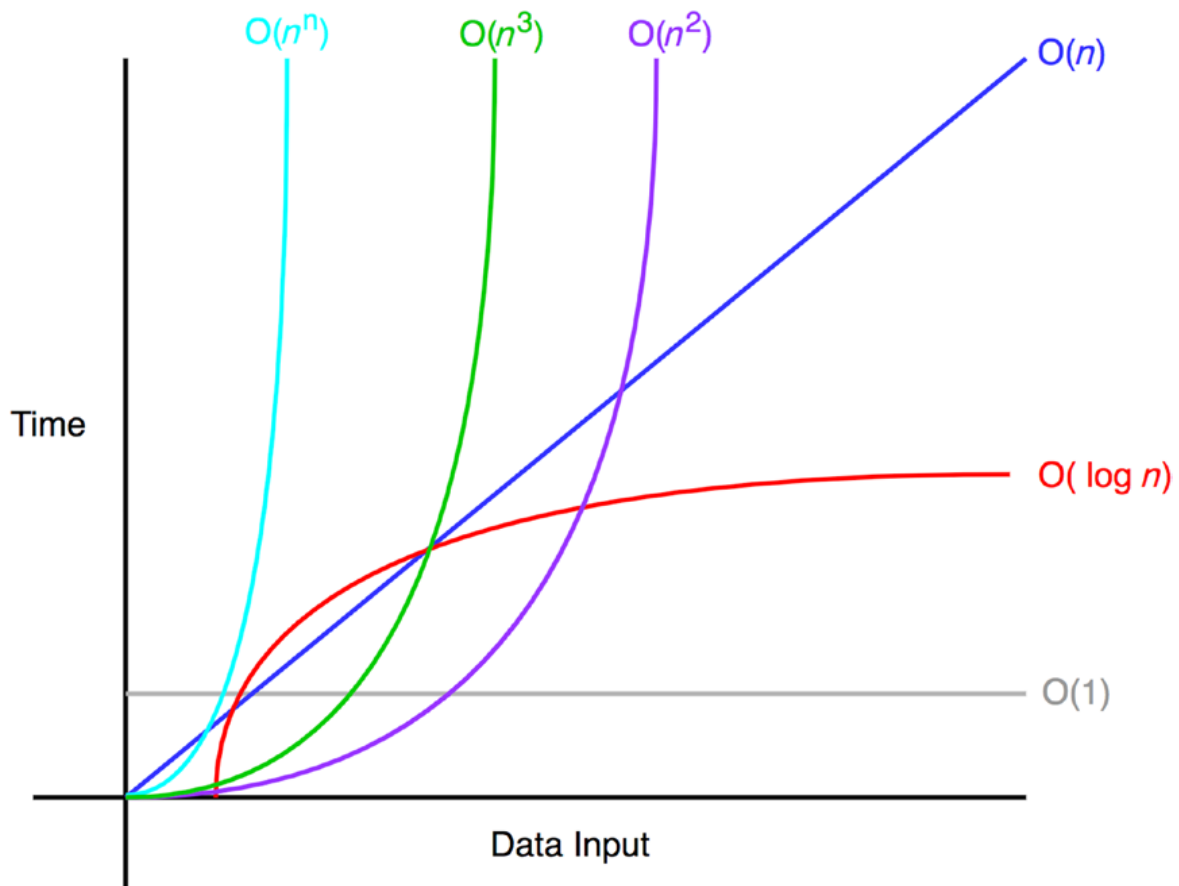


Notacja Big-O – analizowanie skuteczności algorytmów (analiza złożoności czasowej i algorytmicznej przestrzeni).

Notacja oblicza złożoność algorytmu w najgorszym przypadku, czyli co się stanie, gdy  $n$  (liczba wejść) zbliży się do nieskończoności.



$O(1)$  nie zmienia się w odniesieniu do przestrzeni wejściowej (np. wyszukiwanie indeksu w tablicy poprzez indeks ).

$O(n)$  dotyczy algorytmów, które muszą wykonać  $n$  operacji, np. zwracanie liczb od 0 do  $n-1$  :

```
for(let i=0; i<n; i++){  
    console.log(i);  
}
```

$O(n^2)$  – dotyczy funkcji wykonującej się w czasie do kwadratu, czyli:

```
for(let i=0; i<n; i++){  
    console.log( i );  
    for (let j=0; j<n; j++){  
        console.log( j );  
    }  
}
```

Ostatecznie przykładem algorytmicznej złożoności czasowej jest zwracanie elementów, które są potęgą 2 między 2 a  $n$ , np.:

2,4,8,16,32,64

### **ZASADA WSPÓŁCZYNNIKA: " Pozbądź się stałych "**

Ignorujemy wszelkie stałe niezwiązane z rozmiarem wejściowym (non-input-size-related). Współczynniki są nieistotne przy dużych rozmiarach wejściowych.

```
1    function a(n){  
2        let count =0;  
3        for (let i=0; i<n; i++){  
4            count += 1;  
5        }  
6        return count;  
7    }
```

Ten blok kodu zawiera  $f(n) = n$ , więc jest to funkcja  $O(n)$  w złożoności czasowej:

```
1    function a(n){  
2        let count =0;  
3        for (let i=0; i<5*n; i++){  
4            count += 1;  
5        }  
6        return count;  
7    }
```

Ten blok kodu zawiera  $f(n)=5n$ . Oby dwa przykłady mają notację  $O(n)$ .

Dzieje się tak, ponieważ jeśli  $n$  jest bliskie nieskończoności pozostałe operacje wcześniej są bez znaczenia, dlatego stałe są pomijane w notacji.

Poniższy kod demonstruje inną funkcję z czasem liniowym, ale z dodatkową operacją:

```
1      function a(n){
2          let count =0;
3          for (let i=0; i<n; i++){
4              count+=1;
5          }
6          count+=3;
7          return count;
8      }
```

Na końcu bloku kodu jest  $f(n) = n + 1$ . Tu jest  $+1$  z ostatniej operacji ( $\text{Count} += 3$ ). Wciąż jest to notacja  $O(n)$ . Dzieje się tak, ponieważ operacja nr.1 nie jest zależna od wejścia  $n$ . Będzie to nieistotne, gdy będzie się zbliżać do nieskończoności.

### **REGUŁA SUMY: " Dodaj notacje Big-O w górę "**

Zasada sumy oznacza, że algorytm główny posiada w sobie dwa algorytmy. Notacja Big-O głównego algorytmu jest sumą notacji tych wewnątrz niego.

Przy tym należy pamiętać o poprzedniej regule współczynnika.

Poniższy blok kodu ukazuje funkcję z dwiema pętlami, których czas złożoności należy rozpatrywać niezależnie, a następnie zsumować:

```
1      function a(n){
2          let count =0;
3          for (let i=0; i<n; i++){
4              count+=1;
5          }
6          for (let i=0; i<5*n; i++){
7              count+=1;
8          }
9          return count;
10     }
```

W tym przykładzie wiersz nr.4 ma  $f(n) = n$ , a wiersz nr.7 ma  $f(n) = 5n$ . Daje to  $6n$ . Jednak przy zastosowaniu zasady współczynnika ostateczny wynik to  $O(n) = n$ .

### Reguła Produktu: " Mnożenie notacji Big-O "

Określa w jaki sposób można pomnożyć notacje Big-O.

Poniższy przykład demonstruje funkcję z dwiema zagnieżdżonymi pętlami, gdzie ma zastosowanie reguła produktu:

```
1      function (n){
2          let count =0;
3          for (let i=0;i<n;i++){
4              count+=1;
5              for (let i=0; i<5*n; i++){
6                  count+=1;
7              }
8          }
9          return count;
10     }
```

W tym przykładzie  $f(n) = 5n * n$ , ponieważ linia nr.7 jest wykonywana  $5n$  razy, co daje łącznie  $n$  iteracji. Dlatego daje to łącznie  $5n^2$  operacji.

### Reguła Wielomianu: " Big-O do potęgi k "

Reguła wielomianu mówi, że złożoność wielomianu w czasie ma notację Big-O tego samego wielomianu. Matematycznie wygląda to w następujący sposób:

Jeśli  $f(n)$  jest wielomianem stopnia  $k$ , to  $f(n)$  jest  $O(n^k)$ .

Poniższy blok kodu ma tylko jedną pętlę for o złożoności czasu kwadratowego

```
1      function a(n){
2          let count =0;
3          for (let i=0; i<n*n; i++){
4              count+=1;
5          }
6          return count;
7      }
```

Blok kodu określa  $f(n) = n^2$ , ponieważ linia nr.4 wykonuje  $n * n$  iteracji.

## REKURENCJA

Technika programowania umożliwiająca wywołanie funkcji przez samą siebie. Metoda rozwiązywania problemów. Która polega na rozbijaniu dużego problemu na coraz to mniejsze części ( podproblemy ). Robimy to aż do momentu, w którym otrzymamy problem tak prosty, że jesteśmy sobie w stanie z nim poradzić.

Przypadek rekurencyjny – w nim funkcja wywołuje samą siebie z argumentem, który upraszcza problem i przybliża nas do rozwiązania.

Przypadek bazowy – problem staje się błahy i jesteśmy w stanie uzyskać jego rozwiązanie. Kończymy proces wywołania funkcji przez samą siebie.

**CEL:** dobrze nadają się przy przeszukiwaniu u sortowaniu struktur danych.

**NIEBEZPIECZEŃSTWO:** Błędnie zdefiniowany przypadek bazowy – funkcja będzie się chciała wykonywać w nieskończoność, aż do momentu, gdy zabraknie dostępnej pamięci (stack overflow).

**PRZYKŁAD:** Przypuszczenie Collatza

Przypuszczenie dotyczące dodatnich liczb całkowitych i doprowadzenia ich wartości do 1.

- Jeżeli  $n$  to 1, zatrzymaj się
- Jeżeli  $n$  jest parzyste, powtórz działanie dla  $n/2$
- Jeżeli  $n$  jest nieparzyste, powtórz działanie dla  $3n + 1$

Algorytm zwraca liczbę kroków potrzebnych do doprowadzenia liczby do 1.

```
1  let coll = n => {
2    if (n === 1) {
3      return 0;
4    }
5
6    return n % 2 === 0 ? coll(n / 2) + 1 : coll(3 * n + 1) + 1;
7  }
8
9  console.log(`${coll(21)}`);
10
11  |
```