Blatt 4 w

Tuesday, May 12, 2020 5:45 PM

Def.: 1.3

$\boxed{L \text{ entscheidbar} \Leftrightarrow M_L \text{ hält immer}}$

(„⇐" hängt davon ab, ob, wie man verwerfen definiert)

A4.1:

a) Bew.: Sei $M_{\leq 42}$ die TM, die $H_{\leq 42}$ entscheidet.

z.z.: $M_{\leq 42}$ akz. $w \in H_{\leq 42}$ und $M_{\leq 42}$ verw. $w \notin H_{\leq 42}$

(i) Sei $w \in H_{\leq 42}$.

Dann ist w in Form $w = \langle M \rangle$. Die TM M hält nun auf jeder Eingabe nach spätestens 42 Schritten.

[Dies kann umgesetzt werden, indem man sich die gemachten Schritte merkt und bei 42 akzeptiert.
↳ Das merken könnte man mit Zuständen machen: $Q_{\leq 42} = Q_M \times \{k_1, .., k_{42}\}$]

unabhängig davon ob M akz. oder verw. akzeptiert $M_{\leq 42}$ w.
Hier können wir in keinen Dauerschleife stecken bleiben, da M spätestens nach 42 Schritten hält.

(ii) $w \notin H_{\leq 42}$

Hier ist M mit $w = \langle M \rangle$ eine TM die nicht nach 42 Schritten hält.
Sobald $M_{\leq 42}$ also zählt, dass der 43 Schritt erreicht wurde verwirft $M_{\leq 42}$ w.

Somit $\exists$ TM $M_{\leq 42}$ die $H_{\leq 42}$ entscheidet. □

b) Bew:

Sei M_{ein} die TM die $TAPE_{ein}$ entscheidet.

Problem: Sei M TM mit $\delta(q_0, x) = (q_0, x, N)$, dann wäre es ein Element von $TAPE_{ein}$, aber würde nicht halten. Somit hält M_{ein} auch nicht? $\Leftrightarrow$ $TAPE_{ein}$ nicht entscheidbar?

Verstehe nicht, wie ich das dann zeigen soll...

Modifizieren wir $TAPE_{ein}$ so, dass zusätzlich gilt, dass für $\langle M \rangle w \in TAPE_{ein}$ M auf w hält kann man das zeigen. Von dieser erweiterung werde ich im folgenden ausgehen.

M_{ein} merkt sich, bei der simulation von M auf w, die Länge von w und den Index der Position (Dies muss auf einer seperaten Spur passieren, da w beliebig lang sein kann und man das mit Zuständen im voraus nicht abfangen kann). Hält M ohne $-|w|, .., |w|$ überschritten zu haben akzeptiert M_{ein} die Eingabe. Überschreitet der Index die Länge wird verworfen.

(i) $x \in TAPE_{ein}$

Dann $x = \langle M \rangle w$ und M_{ein} simuliert M auf w. M hält auf w und überschreitet $-|w|, \ldots, |w|$ nicht. $\Rightarrow$ M_{ein} akzeptiert x

(ii) $x \notin TAPE_{ein}$

$\Rightarrow$ M überschreitet $-|w|, .., |w|$ $\Rightarrow$ M_{ein} verwirft x $\square$

c) Sei M_{go} TM die L_{go} entscheidet.

M_{q_0} durchsucht dann die Eingabe, bis der folgende Zust.-übergang gefunden wird:

$$\delta(q_0, \Box) = (q', x, \xi) \text{ mit } q' \in Q \setminus \{q_0\}, x \in \Gamma$$
$$\text{und } \xi \in \{L, N, R\}$$

(i) Sei $w \in L_{q_0}$.

$\Rightarrow$ M_{q_0} findet einen solchen Übergang und akzeptiert.

(ii) Sei $w \notin L_{q_0}$.

$\Rightarrow$ M_{q_0} findet keinen solchen Übergang und verwirft. $\Box$

__14.3:__

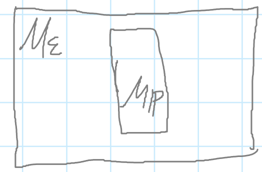
Wie will man sowas mit diagonalisierung machen?
Hätte jetzt eher versucht ein explizites Gegenbeispiel anzugeben.

__A4.4:__

$A_{\mathbb{P}} = \{\langle M\rangle \mid M \text{ entscheidet } \mathbb{P}\}$, also berechnet M die Funktion

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{, wenn } val(x) \text{ Primzahl} \\ 0 & \text{, sonst} \end{cases}$$

Die Behauptung folgt direkt aus dem Satz von Rice. Da dieser auch durch eine Turing reduction gezeigt wurde kann man das hier analog machen.



<u>Bew.:</u> Sei M_P die TM die A_P entscheidet.

Wir führen eine Turing-Reduktion auf auf das spezielle Halteproblem auf M_P durch.