

Ab. 1:

$$\textcircled{1} K = \left\{ \begin{array}{c|c} \textcircled{1} & \\ \hline 01 & 1 \\ \hline 1 & \end{array}, \begin{array}{c|c} \textcircled{2} & \\ \hline 110 & 011 \\ \hline & \end{array}, \begin{array}{c|c} \textcircled{3} & \\ \hline 01 & 10 \\ \hline & \end{array}, \begin{array}{c|c} \textcircled{4} & \\ \hline 0 & 011 \\ \hline & \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{c|c|c|c} \textcircled{4} & \textcircled{2} & \textcircled{2} & \\ \hline 0110 & 110 & & \\ \hline 011 & 011 & 011 & \dots \end{array}$$

Beobachtung:

- Muss mit $(0, 011)$ beginnen, da bei allen Anderen i_1 nicht übereinstimmt.
 - Danach muss oben 11 folgen, was nur mit $\textcircled{2}$ erreicht wird.
 - Anschließend befinden wir uns oben wieder in der selben Situation wo nur $\textcircled{2}$ passt \Rightarrow Man befindet sich in einer Endlosschleife.
- $\Rightarrow K$ hat keine Lösung

$$\textcircled{2} K = \left\{ \begin{array}{c|c} \textcircled{1} & \\ \hline 100 & 1 \\ \hline & \end{array}, \begin{array}{c|c} \textcircled{2} & \\ \hline 0 & 100 \\ \hline & \end{array}, \begin{array}{c|c} \textcircled{3} & \\ \hline 1 & 10 \\ \hline & \end{array} \right\}$$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c} \textcircled{3} & \textcircled{2} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{1} & \\ \hline 10100 & 1100 & 1100 & 1100 & 1100 & \\ \hline 10100 & 1100 & 1100 & 1100 & 1100 & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c} \textcircled{3} & \textcircled{2} & \textcircled{3} & \textcircled{2} & \textcircled{2} & \\ \hline 10100 & 1100 & 1100 & 1100 & 1100 & \\ \hline 10100 & 1100 & 1100 & 1100 & 1100 & \end{array}$$

Beobacht:

- Es gibt zwei Mögl. eine 10 oben zu erzeugen:

$$\begin{array}{c|c|c|c} \textcircled{1} & \textcircled{3} & \textcircled{2} & \textcircled{1} \\ \hline 100 & 100 & 100 & 100 \\ \hline 1 & 10 & 100 & 100 \end{array} \textcircled{x}$$

- Es gibt keine Mögl. unten eine Vorrangige 0 zu setzen. \Rightarrow Man kann nicht mit $\textcircled{1}$

beginnen.

$$\begin{array}{c|c|c|c|c|c} \textcircled{1} & \textcircled{3} & \textcircled{2} & \textcircled{2} & \textcircled{1} & \\ \hline 10100 & 1100 & 1100 & 1100 & 1100 & \\ \hline 10100 & 1100 & 1100 & 1100 & 1100 & 1 \end{array}$$

Wenn wir gleiche Viten gibt es nicht \Rightarrow es gibt keine Lösung

Ab. 2:

Abz.:

$$H' \equiv H_{\leq |w|^2} = \left\{ \langle n \rangle \mid M \text{ h\"alt auf allen } w \text{ nach h\"ochstens } |w|^2 \text{ vielen Schritten oder gar nicht} \right\}$$

\uparrow
 u.B. das jedes w und
 zu schreiben.

$$\Rightarrow H' = \{ \langle n \rangle \mid M \text{ h\"alt nach maximal } |w|^2 - 1 \text{ Schritten} \} \cup \{ x \in \{0,1\}^* \mid x \neq \langle n \rangle \}$$

$$\text{D.h. } H_2 \leq H'$$

$$\Rightarrow \langle n \rangle \in H_2 \Rightarrow \langle n^* \rangle \in H'$$

$$\text{mit } f(\langle n \rangle) = \langle n^* \rangle$$

$$\text{Sei } x \in H_2$$

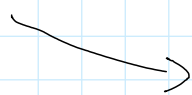
$$\Rightarrow x = \langle n \rangle \text{ mit } M \text{ h\"alt auf } \varepsilon$$

$$\Rightarrow \text{W\"ahle } w \text{ das } M \text{ nach } i \text{ Schritten}$$

$$\text{terminiert mit } i \leq |w|^2$$

$$\Rightarrow M^* \text{ macht mehr als } |w|^2 \text{ Schritte}$$

$$\Rightarrow \langle n^* \rangle \in H'$$



M^* auf Eingabe w

1) S: m. M auf ε f\"ur $|w|^2 - 1$ Schritte

Wenn h\"alt $\Rightarrow \perp$

Wenn nicht $\Rightarrow \text{akz.}$

0) f\"ur $x \neq \langle n \rangle$

$$f(x) = x$$

$x \notin H_2$
 M^* nach $|w|^2 - 1$ Schritten
 halten $\notin H'$

$x \in H_2$
 M^* macht mehr als $|w|^2$ Schritte

$$\text{Sei } x \notin H_2$$

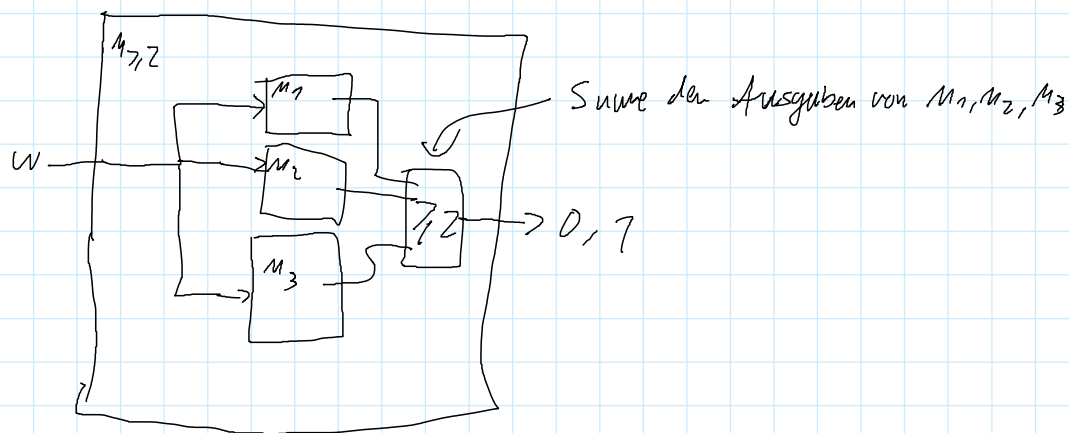
$$1. \text{ Fall } x \neq \langle n \rangle \Rightarrow f(x) = \langle n \rangle \notin H'$$

2. Fall $x = \langle n \rangle \Rightarrow$ W\"olle hier w s.d. M h\"alt? Und warum man sowas machen darf (Wurde auch im Beweis zu Theorem 2.18 gemacht...)

A6.3:

a) Benutze Turing-Reduktion

Seien $M_{\geq 2}, M_1, M_2, M_3$ TM die $L_{\geq 2}, L_1, L_2, L_3$ erkennen.



Sei $w \in L_{\geq 2}$.

$\Rightarrow |I(w)| \geq 2 \Rightarrow w \in L_i$ mit $i \in I(w)$

$\Rightarrow \exists \text{ mind. } 2 i \in I(w) \text{ s.d. } M_i \text{ akz. } w$

$\Rightarrow \boxed{\geq 2}$ -Bed. akz.

$\Rightarrow M_{\geq 2} \text{ akz. } w$

Sei $w \notin L_{\geq 2} \Rightarrow |I(w)| < 2$

\Rightarrow Para $i \in I(w)$ mit $M_i \text{ akz. } w$ oder keine der 3 TM akz.

\Rightarrow $\boxed{72}$ -Block verlässt oder wird nicht erreicht.

$\Rightarrow M_{72}$ verw. w oder hält nicht

$\Rightarrow L_{72}$ ist rekursiv aufzählbar

b) Hier wird fast die gleiche Turing Reduktion gebastet nur wird

Der $\boxed{72}$ Block mit einem $\boxed{=2}$ -Block ersetzt wird, welcher 1 wiedergibt, wenn genau zweimal 1 eingegeben ist, sonst 0. ($M_{=2}$ entsch. $L_{=2}$)

Sei $w \in L_{=2}$

$\Rightarrow |I(w)| = 2$

\Rightarrow Zwei TM akz. w

$\Rightarrow \boxed{=2}$ -Block akz.

$\Rightarrow M_{=2}$ akz. w

Sei $w \notin L_{=2}$

$\Rightarrow |I(w)| \neq 2$

\Rightarrow weniger oder mehr als 2 TM akz. w

$\Rightarrow \boxed{=2}$ -Block akz. nicht

$\Rightarrow M_{=2}$ akz. w nicht.

$\Rightarrow L_{=2}$ rek. aufzählbar.

AG. 4: \Leftarrow : Sprache L rek. $\Leftrightarrow \exists$ Aufzählen E zu L den L in lexikographischer Reihenfolge auf das Ausgabeband schreibt

" \Leftarrow ": Hierfür ist es wichtig zu annehmen, dass $\forall w \in \{0,1\}^* \exists i \in \mathbb{N}$ mit $w = w_i$

Wobei w_i das i -te Wort aus $\{0,1\}^*$ in lexikographischer Reihenfolge ist.

Existiert solche ein Aufzählen E so kann man eine TM M_L bauen, die L entscheidet:

M_L berechnet für eine Eingabe w das i mit $w = w_i$ und simuliert

\vdash so lange bis $w_i = w$ auf dem Band steht, oder ein w_j mit $j > i$ gefunden wird. Im ersten Fall akz. $M_1 w$ und im zweiten Fall verurteilt $M_1 w$.

" \Rightarrow " $L_{acc} \Rightarrow \exists M_1$ das L entscheidet.

Dann kann ein Aufzähler \vdash folgendermaßen konstruiert werden:

\vdash generiert alle $w \in \{0,1\}^*$ in lexikographischer Reihenfolge und simuliert M_1 auf all diesen Eingaben.

\hookrightarrow Wenn $M_1 w$ akz. schreibt $\vdash w$ auf das Ausgabeband gefolgt von einem $\#$

\hookrightarrow Wenn $M_1 w$ verw. schreibt \vdash nichts und berechnet das nächste Wort.

Da M_1 immer terminiert ist garantiert, dass \vdash (bei einer Simulation von M_1 auf eine Eingabe w) nicht in einer Endschleife landet.

—