A4.4 mit H_epsioln

Monday, May 25, 2020 5:37 PM

$A_{\mathbb{P}} = \{\langle M\rangle \mid M \text{ entscheidet } \mathbb{P}\}$ , $\mathbb{P} = \{x \in \Sigma' \mid val(x) \text{ ist prim}\}$

Z: $A_{\mathbb{P}}$ nicht rekursiv:

Beweis:

Idee: $H_\varepsilon \leq A_{\mathbb{P}}$

Finde f mit $x \in H_\varepsilon \iff f(x) \in A_{\mathbb{P}}$

Sei $q(x) = \begin{cases} 1 & , val(x) \text{ ist prim.} \\ 0 & , \text{else} \end{cases}$ und $M_q$ die TM die q berechnet.

(offensichtlich gilt $\langle M_q\rangle \in A_{\mathbb{P}}$)

Dann sei $f(x) = \begin{cases} x & , \text{falls } x \neq \langle M\rangle \\ \langle M'\rangle & , \text{falls } x = \langle M\rangle \end{cases}$

Dabei hat M' folgendes verhalten auf Eingabe w':

1) Simuliere M auf ε
2) simuliere $M_q$ auf w'

„⇒": $x \in H_\varepsilon \Rightarrow x = \langle M\rangle$ & M hält auf ε

$\Rightarrow M'$ simuliert $M_q$

$\Rightarrow f(x) = \langle M'\rangle \in A_{\mathbb{P}}$ (weil $\langle M_q\rangle \in A_{\mathbb{P}}$)

„⇐": $x \notin H_\varepsilon$

1. Fall: $x \neq \langle M\rangle \Rightarrow f(x) = x \notin A_{\mathbb{P}}$

2. Fall $x = \langle M\rangle$ & M hält nicht auf ε

$\Rightarrow M'$ hält nie

$\Rightarrow \langle M' \rangle = f(x) \notin A_P$

$\Rightarrow A_\varepsilon \leq A_P \Rightarrow A_P$ nicht rekursiv. $\square$