

# 排序 - 归并排序(Merge Sort)

将两个的有序数列合并成一个有序数列，我们称之为"归并"。归并排序(Merge Sort)就是利用归并思想对数列进行排序。

## 归并排序介绍

根据具体的实现，归并排序包括"从上往下"和"从下往上"2种方式。

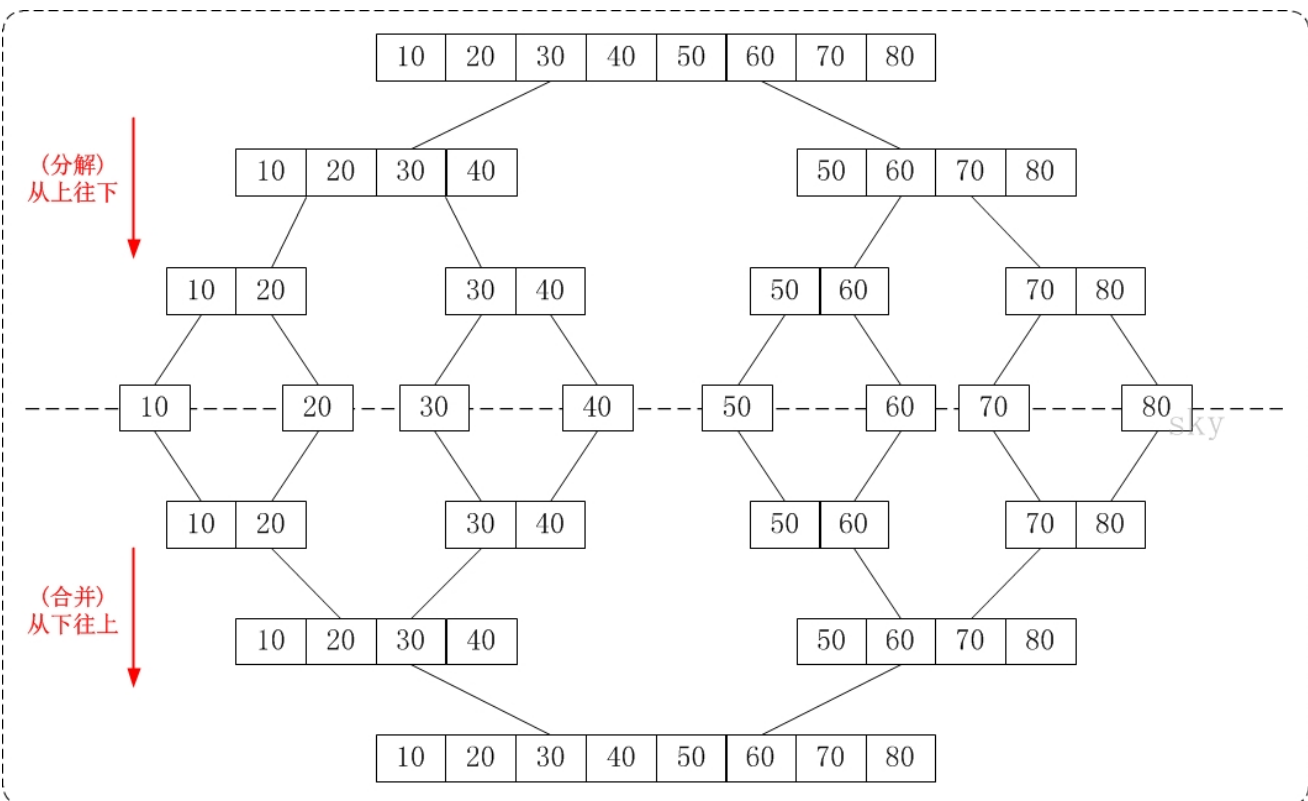
### 从下往上的归并排序

将待排序的数列分成若干个长度为1的子数列，然后将这些数列两两合并；得到若干个长度为2的有序数列，再将它们两两合并；得到若干个长度为4的有序数列，再将它们两两合并；直接合并成一个数列为止。这样就得到了我们想要的排序结果。(参考下面的图片)

### 从上往下的归并排序

它与"从下往上"在排序上是反方向的。它基本包括3步：

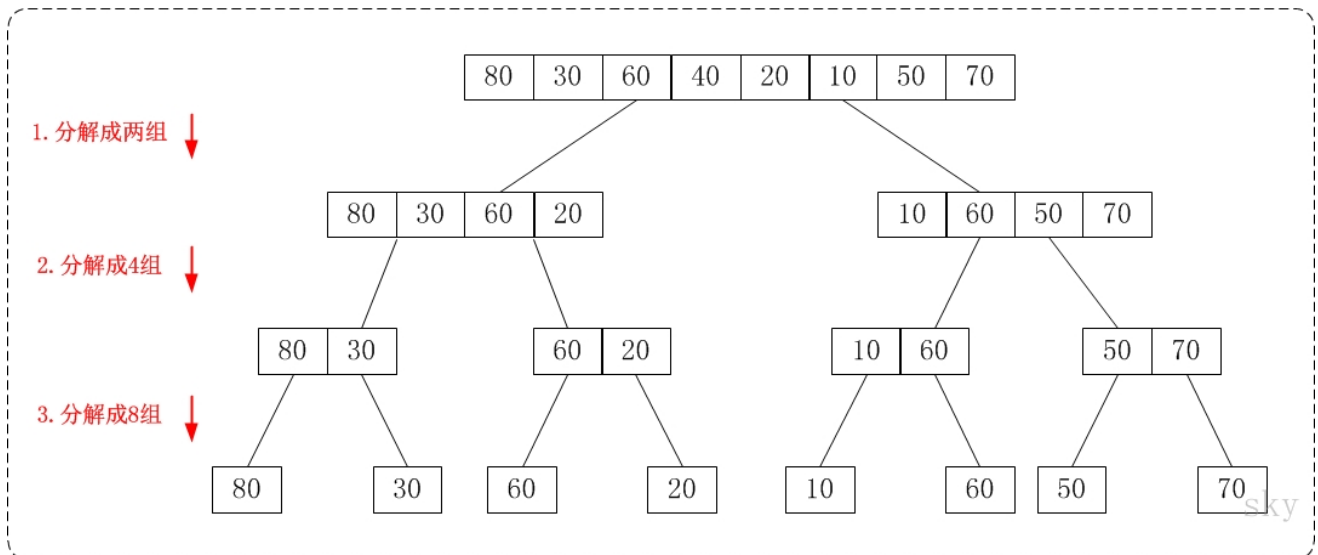
- 分解 -- 将当前区间一分为二，即求分裂点  $mid = (low + high)/2$ ;
- 求解 -- 递归地对两个子区间 $a[low...mid]$  和  $a[mid+1...high]$ 进行归并排序。递归的终结条件是子区间长度为1。
- 合并 -- 将已排序的两个子区间 $a[low...mid]$ 和  $a[mid+1...high]$ 归并为一个有序的区间 $a[low...high]$ 。



# 归并排序实现

## 从上往下的归并排序

从上往下的归并排序采用了递归的方式实现。它的原理非常简单，如下图：

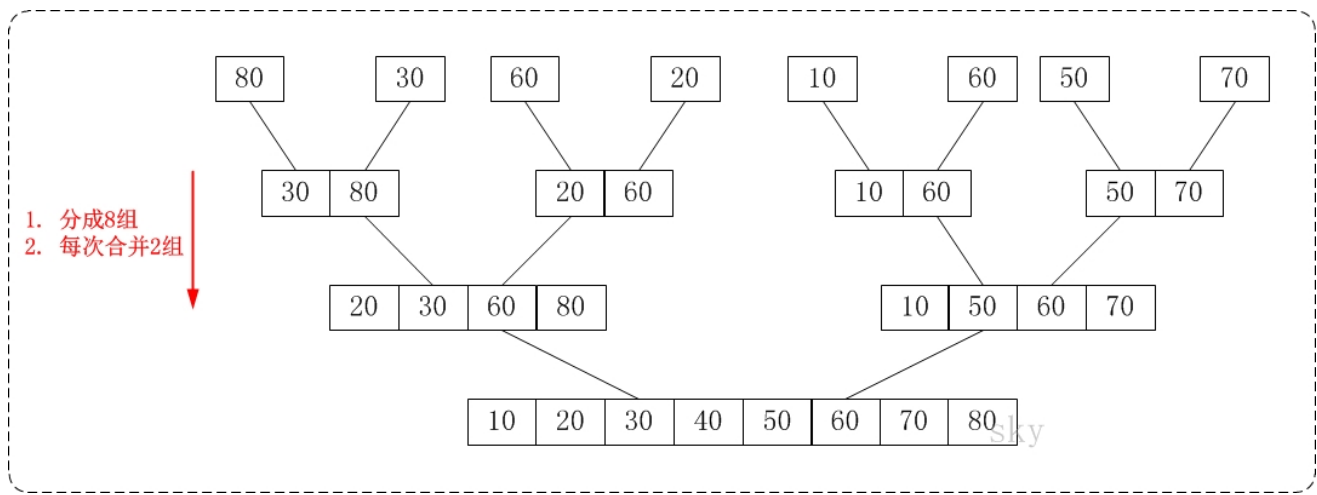


通过"从上往下的归并排序"来对数组{80,30,60,40,20,10,50,70}进行排序时：

- 将数组{80,30,60,40,20,10,50,70}看作由两个有序的子数组{80,30,60,40}和{20,10,50,70}组成。对两个有序子数组进行排序即可。
- 将子数组{80,30,60,40}看作由两个有序的子数组{80,30}和{60,40}组成。
  - 将子数组{20,10,50,70}看作由两个有序的子数组{20,10}和{50,70}组成。
- 将子数组{80,30}看作由两个有序的子数组{80}和{30}组成。
  - 将子数组{60,40}看作由两个有序的子数组{60}和{40}组成。
  - 将子数组{20,10}看作由两个有序的子数组{20}和{10}组成。
  - 将子数组{50,70}看作由两个有序的子数组{50}和{70}组成。

## 从下往上的归并排序

从下往上的归并排序的思想正好与"从上往下的归并排序"相反。如下图：



通过"从下往上的归并排序"来对数组{80,30,60,40,20,10,50,70}进行排序时:

- 将数组{80,30,60,40,20,10,50,70}看作由8个有序的子数组{80},{30},{60},{40},{20},{10},{50}和{70}组成。
- 将这8个有序的子数列两两合并。得到4个有序的子数列{30,80},{40,60},{10,20}和{50,70}。
- 将这4个有序的子数列两两合并。得到2个有序的子数列{30,40,60,80}和{10,20,50,70}。
- 将这2个有序的子数列两两合并。得到1个有序的子数列{10,20,30,40,50,60,70,80}。

## 归并排序的时间复杂度和稳定性

### 归并排序时间复杂度

归并排序的时间复杂度是 $O(N \cdot \lg N)$ 。

假设被排序的数列中有 $N$ 个数。遍历一趟的时间复杂度是 $O(N)$ ，需要遍历多少次呢？归并排序的形式就是一棵二叉树，它需要遍历的次数就是二叉树的深度，而根据完全二叉树的可以得出它的时间复杂度是 $O(N \cdot \lg N)$ 。

### 归并排序稳定性

归并排序是稳定的算法，它满足稳定算法的定义。

算法稳定性 -- 假设在数列中存在 $a[i]=a[j]$ ，若在排序之前， $a[i]$ 在 $a[j]$ 前面；并且排序之后， $a[i]$ 仍然在 $a[j]$ 前面。则这个排序算法是稳定的！

# 代码实现

```
public class MergeSort {

    /*
     * 将一个数组中的两个相邻有序区间合并成一个
     *
     * 参数说明：
     *     a -- 包含两个有序区间的数组
     *     start -- 第1个有序区间的起始地址。
     *     mid    -- 第1个有序区间的结束地址。也是第2个有序区间的起始地址。
     *     end    -- 第2个有序区间的结束地址。
     */
    public static void merge(int[] a, int start, int mid, int end) {
        int[] tmp = new int[end-start+1];    // tmp是汇总2个有序区的临时区域
        int i = start;                       // 第1个有序区的索引
        int j = mid + 1;                     // 第2个有序区的索引
        int k = 0;                           // 临时区域的索引

        while(i <= mid && j <= end) {
            if (a[i] <= a[j])
                tmp[k++] = a[i++];
            else
                tmp[k++] = a[j++];
        }

        while(i <= mid)
            tmp[k++] = a[i++];

        while(j <= end)
            tmp[k++] = a[j++];

        // 将排序后的元素，全部都整合到数组a中。
        for (i = 0; i < k; i++)
            a[start + i] = tmp[i];

        tmp=null;
    }

    /*
     * 归并排序(从上往下)
     *
     * 参数说明：
     *     a -- 待排序的数组
     *     start -- 数组的起始地址
     *     endi -- 数组的结束地址
     */
    public static void mergeSortUp2Down(int[] a, int start, int end) {
        if(a==null || start >= end)
```

```

        return ;

    int mid = (end + start)/2;
    mergeSortUp2Down(a, start, mid); // 递归排序a[start...mid]
    mergeSortUp2Down(a, mid+1, end); // 递归排序a[mid+1...end]

    // a[start...mid] 和 a[mid...end]是两个有序空间，
    // 将它们排序成一个有序空间a[start...end]
    merge(a, start, mid, end);
}

/*
 * 对数组a做若干次合并：数组a的总长度为len，将它分为若干个长度为gap的子数组；
 * 将"每2个相邻的子数组" 进行合并排序。
 *
 * 参数说明：
 *     a -- 待排序的数组
 *     len -- 数组的长度
 *     gap -- 子数组的长度
 */
public static void mergeGroups(int[] a, int len, int gap) {
    int i;
    int twolen = 2 * gap;    // 两个相邻的子数组的长度

    // 将"每2个相邻的子数组" 进行合并排序。
    for(i = 0; i+2*gap-1 < len; i+=(2*gap))
        merge(a, i, i+gap-1, i+2*gap-1);

    // 若 i+gap-1 < len-1，则剩余一个子数组没有配对。
    // 将该子数组合并到已排序的数组中。
    if ( i+gap-1 < len-1)
        merge(a, i, i + gap - 1, len - 1);
}

/*
 * 归并排序(从下往上)
 *
 * 参数说明：
 *     a -- 待排序的数组
 */
public static void mergeSortDown2Up(int[] a) {
    if (a==null)
        return ;

    for(int n = 1; n < a.length; n*=2)
        mergeGroups(a, a.length, n);
}

```

```
public static void main(String[] args) {  
    int i;  
    int a[] = {80,30,60,40,20,10,50,70};  
  
    System.out.printf("before sort:");  
    for (i=0; i<a.length; i++)  
        System.out.printf("%d ", a[i]);  
    System.out.printf("\n");  
  
    mergeSortUp2Down(a, 0, a.length-1);           // 归并排序(从上往下)  
    //mergeSortDown2Up(a);                         // 归并排序(从下往上)  
  
    System.out.printf("after sort:");  
    for (i=0; i<a.length; i++)  
        System.out.printf("%d ", a[i]);  
    System.out.printf("\n");  
}  
}
```