Интерполяции сплайнами

Интерполяция сплайнами опирается на следующую теорему:

Theorem 1 *Пусть $S(x)$ - кубический сплайн дефекта 1, интерполирующий на отрезке $[a, b]$ четырежды непрерывно дифференцируемую на нем функцию $f(x)$. Тогда при любом фиксированном n найдется такая $C = const$, что*

$$||S - f|| \leq CM_4h^4_{max} \tag{1}$$

Это обьясняет сходимость интерполяционного процесса (при чем как на чебышевской, так и на равномерной сетке) для указанного класса функций.

Функция sin(x)

Имеет производную любого порядка. Теорема выполняется. Проинтерполируем, например, на отрезке $[-\pi/2; \pi/2]$. Результаты в приложении внизу файла. Порядок точности метода - два.

Другие функции

1. x^2
2. $\frac{1}{1+25x^2}$
3. $arctan(1 + 10x^2)$

Все имеют непрерывные производные любых порядков. Теорема выполняется. Результаты приведены в приложении. Порядок точности во всех случаях равен двум.

Приложения

SIN(X). СПЛАЙНЫ.

Количество узлов	Величина погрешности	Отношение ошибок
10	0.00592937	19.7021
40	0.000300951	16805
160	1.79084e-05	16.1952
640	1.10579e-06	16.0484
2560	6.89029e-08	16.0121
10240	4.30318e-09	

ПОГРЕШНОСТЬ ИНТЕРПОЛЯЦИИ СПЛАЙНАМИ

Ф-я	Количество узлов	Величина погрешности	Отношение ошибок
x^2, [-1, 1], q = 2	10	0.00483792	4.54753
	20	0.00108792	4.26523
	40	0.000258087	4.13068
	80	6.28593e-05	4.06488
	160	6.22333e-06	
Рунге, q = 5	10	0.142874	962.47
	10q	0.000148445	238.38
	10q^2	6.22717e-07	25.2
	10q^3	2.47079e-08	25
	10q^4	9.86693e-10	25
	10q^5	3.94547e-11	
arctan(1 + 10x^2), [-3, 3], q = 4	10q	0.27514	162.46
	10q^2	0.0016932	516.04
	10q^3	3.2811e-06	113.86
	10q^4	2.88162e-08	16.04
	10q^5	1.79563e-09	16.01
	10q^6	1.12142e-10	16
	10q^7	7.00751e-12	