

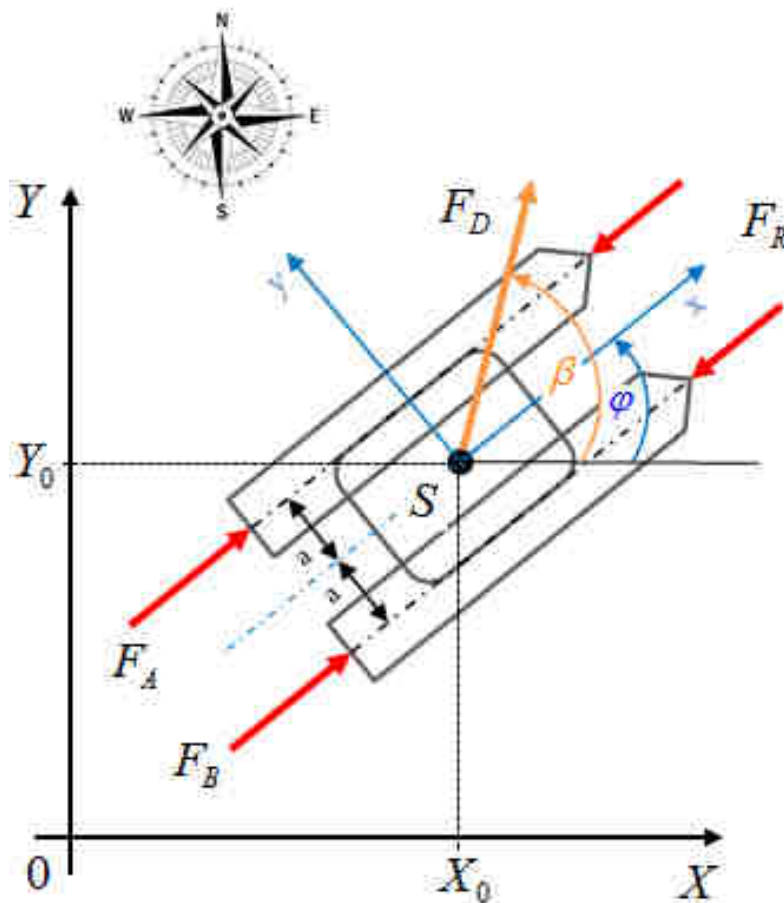
Unmanned Surface Vehicle (USV)

Schiffsdynamik

Aufgabenstellung

Das dynamische Modell des Katamarans beschreibt die Schiffsdynamik unter der Voraussetzung zweier symmetrischer Antriebe. Das Modell wird stufenweise aufgebaut.

Modell 1: ohne Reibkräfte
ohne Driftkräfte durch Wellen, Wind und Strömungen
ohne Corioliskräfte



Modell 1

Schubkraft Motor A	F_A	
Schubkraft Motor B	F_B	
Abstand der Motoren zur Mittelachse	a	
Schiffsmasse	m_S	
Massenträgheitsmoment des Gesamtschiffes	J_S	
Startwinkel	φ_0	
Kurswinkel	$\varphi(t)$	
Startkoordinaten	X_0	Y_0
Schiffsbewegung im Inertialsystem	$X(t)$	$Y(t)$

Bewegungsgleichungen (reibungsfrei)

Drehimpulssatz um z $J_S \cdot \frac{d^2}{dt^2} \varphi = -F_A \cdot a + F_B \cdot a$

Drehwinkel $\varphi(t) = \int_0^t \int_0^t (F_B - F_A) \cdot \frac{a}{J_S} dt dt$

$$\varphi(t) = \frac{a \cdot t^2 \cdot (F_A - F_B)}{2 \cdot J_S} + \varphi_0$$

Impulssatz in x-Richtung $m_S \cdot \frac{d^2}{dt^2} x = F_A + F_B$

Impulssatz in y-Richtung $m_S \cdot \frac{d^2}{dt^2} y = 0$

Beschleunigung in x-Richtung $x'' = \frac{F_A + F_B}{m_S}$

Geschwindigkeit in x-Richtung $x' = \frac{F_A + F_B}{m} \cdot t + C_1$ $C_1 = v_{x0} = 0$

Weg in x-Richtung $x = \frac{F_A + F_B}{m} \cdot \frac{t^2}{2} + C_1 \cdot t + C_2$ $C_2 = x_0 = 0$

Beschleunigung in y-Richtung $y'' = 0$

Beispielrechnung

gegebene Größen

Schubkraft Motor A	$F_A := 1 \text{ N}$
Schubkraft Motor B	$F_B := 2 \text{ N}$
Abstand der Motoren zur Mittelachse	$a := 0.1 \text{ m}$
Schiffsmasse	$m_S := 100 \text{ kg}$
Massenträgheitsmoment Gesamtschiff	$J_S := 10 \cdot \text{kg} \cdot \text{m}^2$
Startwinkel	$\varphi_0 := 0 \text{ deg}$
Startkoordinate in X-Richtung (Inertialsystem)	$X_0 := 0 \cdot \text{m}$
Startkoordinate in Y-Richtung (Inertialsystem)	$Y_0 := 0 \cdot \text{m}$

Grenzen $t_{max} := 10 \cdot \text{s}$ $Step := 0.1 \cdot \text{s}$

Simulationszeit $t := 0 \cdot \text{s}, Step .. t_{max}$

Kurswinkel
$$\varphi(t) := \int_0^t \int_0^t (F_B - F_A) \cdot \frac{a}{J_S} dt dt + \varphi_0$$

Geschwindigkeit in x
$$v_x(t) := \frac{F_A + F_B}{m_S} \cdot t$$



Weg in x-Richtung
(körperfestes Koordinatensystem)

$$x(t) := \frac{F_A + F_B}{m_S} \cdot \frac{t^2}{2}$$

Impuls in y-Richtung ist null

$$y(t) := 0 \cdot m$$

Bahngeschwindigkeit in X

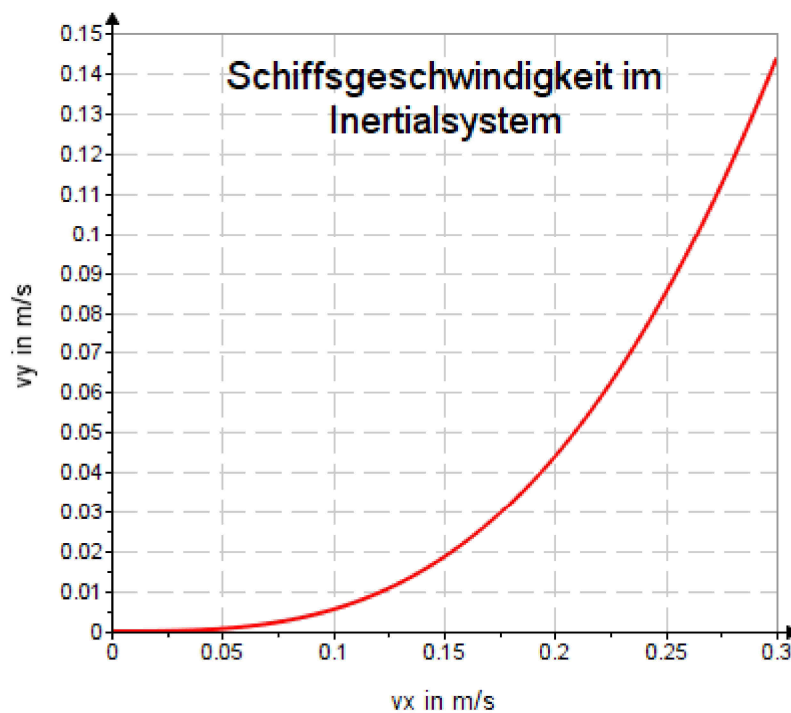
$$v_X(t) = x'(t) \cdot \cos(\varphi(t)) - y'(t) \cdot \sin(\varphi(t))$$

Bahngeschwindigkeit in Y

$$v_Y(t) = y'(t) \cdot \cos(\varphi(t)) + x'(t) \cdot \sin(\varphi(t))$$

$$v_X(t) := v_x(t) \cdot \cos(\varphi(t))$$

$$v_Y(t) := v_x(t) \cdot \sin(\varphi(t))$$



Modell 2

Reibkräfte in Fahrtrichtung (x-Richtung)
 Reibkräfte quer zur Fahrtrichtung (y-Richtung)
 Reibkräfte in Rotationsrichtung
 Driftkräfte durch Wind
 Geschwindigkeiten durch Strömungen

Schubkraft Motor A	F_A	
Schubkraft Motor B	F_B	
Abstand der Motoren zur Mittelachse	a	
Schiffsmasse	m_S	
Massenträgheitsmoment des Gesamtschiffes	J_S	
Driftkräfte (Wind)	F_D	
Driftwinkel (Wind)	β	
Strömungsgeschwindigkeit	v_{St}	
Strömungswinkel	γ	
STOKES'sche Reibung in Fahrtrichtung	k_x	
Torsionsreibung um die z-Achse	k_t	
Startwinkel	φ_0	
Kurswinkel	$\varphi(t)$	
Startkoordinaten	X_0	Y_0
Schiffsbewegung im Inertialsystem	$X(t)$	$Y(t)$

Bewegungsgleichungen Stufe 2

Drehung

Drehimpulssatz um z

$$J_S \cdot \frac{d^2}{dt^2} \varphi = -F_A \cdot a + F_B \cdot a - k_t \cdot \frac{d}{dt} \varphi$$

Winkelbeschleunigung

$$\varphi'' = \frac{a}{J_S} \cdot (F_B - F_A) - \frac{k_t}{J_S} \cdot \varphi'$$

x-Achse

Strömungsgeschwindigkeit in x-Richtung

$$v_{Stx} = v_{St} \cdot \cos(\gamma - \varphi)$$

Reibkraft für Translation in x

$$F_{Rx} = k_x \cdot (v_x - v_{Stx})$$

Driftkraft in x-Richtung (Winddrift)

$$F_{Dx} = F_D \cdot \cos(\beta - \varphi)$$

Impulssatz in x-Richtung

$$m_S \cdot \frac{d^2}{dt^2} x = F_A + F_B - F_{Rx} + F_{Dx}$$

Beschleunigung in x-Richtung

$$x'' = \frac{1}{m_S} \cdot (F_A + F_B - F_{Rx} + F_{Dx})$$

y-Achse

Strömungsgeschwindigkeit in y-Richtung

$$v_{Sty} = v_{St} \cdot \sin(\gamma - \varphi)$$

Reibkraft für Translation in y

$$F_{Ry} = k_y \cdot (v_y - v_{Sty})$$

Driftkraft in y-Richtung (Winddrift)

$$F_{Dy} = F_D \cdot \sin(\beta - \varphi)$$

Impulssatz in y-Richtung

$$m_S \cdot \frac{d^2}{dt^2} y = F_{Dy} - F_{Ry}$$

Beschleunigung in y-Richtung

$$y'' = \frac{1}{m_S} \cdot (F_{Dy} - F_{Ry})$$

Koordinatentransformation in Bahnkoordinaten

Bahngeschwindigkeit in X

$$v_X(t) = x'(t) \cdot \cos(\varphi(t)) - y'(t) \cdot \sin(\varphi(t))$$

Bahngeschwindigkeit in Y

$$v_Y(t) = y'(t) \cdot \cos(\varphi(t)) + x'(t) \cdot \sin(\varphi(t))$$