第二讲:TOPSIS法

TOPSIS法（Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution）

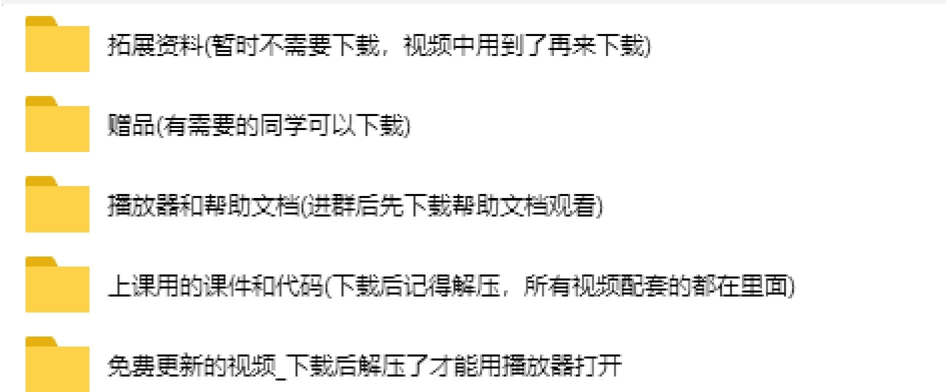
可翻译为逼近理想解排序法，国内常简称为优劣解距离法

TOPSIS 法是一种常用的综合评价方法，其能充分利用原始数据的信息，其结果能精确地反映各评价方案之间的差距。

温馨提示

（1）视频中提到的附件可在**售后群的群文件**中下载。

包括**讲义、代码、我视频中推荐的资料**等。



（2）关注我的**微信公众号《数学建模学习交流》**，后台发送**“软件”**两个字，可获得常见的建模软件下载方法；发送**“数据”**两个字，可获得建模数据的获取方法；发送**“画图”**两个字，可获得数学建模中常见的画图方法。另外，也可以看看公众号的历史文章，里面发布的都是对大家有帮助的技巧。

（3）**购买更多优质精选的数学建模资料**，可关注我的微信公众号《数学建模学习交流》，在后台发送**“买”**这个字即可进入店铺进行购买。

（4）视频价格不贵，但价值很高。单人购买观看只需要**58元**，和另外两名队友一起购买人均仅需**46元**，视频本身也是下载到本地观看的，所以请大家**不要侵犯知识产权**，对视频或者资料进行二次销售。

1

模 型 介 绍

层次分析法的一些局限性

（1）评价的决策层不能太多，太多的话n会很大，判断矩阵和一致矩阵差异可能会很大。

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
RI	0	0	0.52	0.89	1.12	1.26	1.36	1.41	1.46	1.49	1.52	1.54	1.56	1.58	1.59

平均随机一致性指标RI的表格中n最多是15。

（2）如果决策层中指标的数据是已知的，那么我们如何利用这些数据来使得评价的更加准确呢?

学生	加权成绩	工时数	课外竞赛得分
蒋虹	89.7	32	5
时迎春	86.5	20	4
……	……	……	……
陶访枫	87.9	12	9
梁冷安	90.1	10	6
姜秀芳	82.6	12	3

一个小例子

小明同宿舍共有四名同学，他们第一学期的高数成绩如下表所示：

姓名	成绩
小明	89
小王	60
小张	74
清风	99

请你为这四名同学进行评分，该评分能合理的描述其高数成绩的高低。

一个很简单的想法：

请你为这四名同学进行评分，该评分能合理的描述其高数成绩的高低。
（注：这里要求的评分可以类比于上一讲层次分析法中要求的那个权重）

姓名	成绩	排名	修正后的排名	评分
小明	89	2	3	3/10 = 0.3
小王	60	4	1	1/10 = 0.1
小张	74	3	2	2/10 = 0.2
清风	99	1	4	4/10 = 0.4

该想法的不合理之处

请你为这四名同学进行评分，该评分能合理的描述其高数成绩的高低。

姓名	成绩	排名	修正后的排名	评分
小明	89	2	3	3/10 = 0.3
小王	~~60~~ 10	4	1	1/10 = 0.1
小张	74	3	2	2/10 = 0.2
清风	~~99~~ 90	1	4	4/10 = 0.4

可以随便修改成绩，只要保证排名不变，那么评分就不会改变！

一个比较好的想法：

姓名	成绩
小明	89
小王	60
小张	74
清风	99

最高成绩max： 99

最低成绩min： 60

构造计算评分的公式：$\frac{x-min}{max-min}$

姓名	成绩	未归一化的评分	归一化评分
小明	89	$(89-60)/(99-60)=0.74$	$0.74/2.1$ =0.35
小王	60	$(60-60)/(99-60)=0$	$0/2.1=0$
小张	74	$(74-60)/(99-60)=0.36$	$0.36/2.1$ =0.17
清风	99	$(99-60)/(99-60)=1$	$1/2.1$ =0.48

一个要说明的问题

姓名	成绩
小明	89
小王	60
小张	74
清风	99

卷面最高成绩max： 100

卷面最低成绩min： 0

构造计算评分的公式：$\frac{x-0}{100-0}$

姓名	成绩	未归一化的评分	归一化评分
小明	89	0.89	0.28
小王	60	0.60	0.19
小张	74	0.74	0.23
清风	99	0.99	0.30

三点解释

（1）比较的对象一般要远大于两个。（例如比较一个班级的成绩）

（2）比较的指标也往往不只是一个方面的，例如成绩、工时数、课外竞赛得分等。

（3）有很多指标不存在理论上的最大值和最小值，例如衡量经济增长水平的指标：GDP增速。

构造计算评分的公式：$\frac{x-min}{max-min}$

拓展问题：增加指标个数

新增加了一个指标，现在要综合评价四位同学，并为他们进行评分。

姓名	成绩	与他人争吵的次数
小明	89	2
小王	60	0
小张	74	1
清风	99	3

成绩是**越高（大）越好**，这样的指标称为**极大型指标（效益型指标）**。

与他人争吵的次数**越少（越小）越好**，这样的指标称为**极小型指标（成本型指标）**。

统一指标类型

将所有的指标转化为极大型称为**指标正向化**（最常用）

姓名	成绩	与他人争吵的次数	正向化后的争吵次数
小明	89	2	1
小王	60	0	3
小张	74	1	2
清风	99	3	0
指标类型	极大型	极小型	极大型

极小型指标转换为极大型指标的公式：

$$\max - x$$

标准化处理

姓名	成绩	正向化后的争吵次数
小明	89	1
小王	60	3
小张	74	2
清风	99	0
指标类型	极大型	极大型

为了**消去不同指标量纲的影响**，
需要对已经正向化的矩阵进行**标准化处理**。

标准化处理的计算公式

假设有n个要评价的对象，m个评价指标（已经正向化了）构成的正向化矩阵如下：

$$X=\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nm} \end{bmatrix}$$

那么，对其标准化的矩阵记为Z，Z中的每一个元素：$z_{ij}=x_{ij}\Big/\sqrt{\sum_{i=1}^{n} x_{ij}^2}$

$$\begin{bmatrix} 89 & 1 \\ 60 & 3 \\ 74 & 2 \\ 99 & 0 \end{bmatrix} \text{经过标准化就变成了} \begin{bmatrix} 0.5437 & 0.2673 \\ 0.3665 & 0.8018 \\ 0.4520 & 0.5345 \\ 0.6048 & 0 \end{bmatrix}$$

代码：

```
X =  [89,1; 60,3; 74,2; 99,0]
[n , m] = size(X)
X ./ repmat(sum(X.*X) .^ 0.5, n, 1)
```

如何计算得分？

姓名	成绩	正向化后的争吵次数
小明	0.5437	0.2673
小王	0.3665	0.8018
小张	0.4520	0.5345
清风	0.6048	0
指标类型	极大型	极大型

只有一个指标的时候:

构造计算评分的公式：$\frac{x-min}{max-min}$

变形 $=\frac{x-min}{max-min}=\frac{x-min}{(max-x)+(x-min)}$

可看作：$\dfrac{x\text{与最小值的距离}}{x\text{与最大值的距离}+x\text{与最小值的距离}}$

数学建模学习交流

类比只有一个指标计算得分

假设有n个要评价的对象，m个评价指标的标准化矩阵：

$$Z=\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \cdots & z_{1m} \\ z_{21} & z_{22} & \cdots & z_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{n1} & z_{n2} & \cdots & z_{nm} \end{bmatrix}$$

$$\frac{z\text{与最小值的距离}}{z\text{与最大值的距离}+z\text{与最小值的距离}}$$

定义最大值$Z^+=(Z_1^+,Z_2^+,\cdots,Z_m^+)$

$$=(\max\{z_{11},z_{21},\cdots,z_{n1}\},\max\{z_{12},z_{22},\cdots,z_{n2}\},\cdots,\max\{z_{1m},z_{2m},\cdots,z_{nm}\})$$

定义最小值$Z^-=(Z_1^-,Z_2^-,\cdots,Z_m^-)$

$$=(\min\{z_{11},z_{21},\cdots,z_{n1}\},\min\{z_{12},z_{22},\cdots,z_{n2}\},\cdots,\min\{z_{1m},z_{2m},\cdots,z_{nm}\})$$

定义第$i\,(i=1,2,\cdots,n)$个评价对象与最大值的距离$D_i^+=\sqrt{\sum_{j=1}^{m}(Z_j^+-z_{ij})^2}$

定义第$i\,(i=1,2,\cdots,n)$个评价对象与最小值的距离$D_i^-=\sqrt{\sum_{j=1}^{m}(Z_j^--z_{ij})^2}$

那么，我们可以计算得出第$i\,(i=1,2,\cdots,n)$个评价对象未归一化的得分：$S_i=\dfrac{D_i^-}{D_i^++D_i^-}$

很明显$0\le S_i\le 1$，且S_i越大D_i^+越小，即越接近最大值。

如何计算得分?

姓名	成绩	正向化后的争吵次数
小明	0.5437	0.2673
小王	0.3665	0.8018
小张	0.4520	0.5345
清风	0.6048	0

$$Z=\begin{bmatrix}0.5437 & 0.2673\\ 0.3665 & 0.8018\\ 0.4520 & 0.5345\\ 0.6048 & 0\end{bmatrix}$$

最大值：[0.6048, 0.8018]，最小值：[0.3665, 0]

$$D^+_{小明}=\sqrt{(0.6048-0.5437)^2+(0.8018-0.2673)^2}=0.5380$$

$$D^-_{小明}=\sqrt{(0.3665-0.5437)^2+(0-0.2673)^2}=0.3206$$

$$D^+_{小王}=\sqrt{(0.6048-0.3665)^2+(0.8018-0.8018)^2}=0.2382$$

$$D^-_{小王}=\sqrt{(0.3665-0.3665)^2+(0-0.8018)^2}=0.8018$$

```
X =  [89,1;60,3;74,2;99,0]
[n , m] = size(X);
Z = X ./ repmat(sum(X.*X) .^ 0.5,n,1);
D_P = sum([(Z - repmat(max(Z),n,1)).^2 ],2) .^ 0.5  %D+向量
D_N = sum([(Z - repmat(min(Z),n,1)).^2 ],2) .^ 0.5  %D-向量
```

如何计算得分?

姓名	成绩	正向化后的争吵次数
小明	0.5437	0.2673
小王	0.3665	0.8018
小张	0.4520	0.5345
清风	0.6048	0

$$Z=\begin{bmatrix}0.5437 & 0.2673\\ 0.3665 & 0.8018\\ 0.4520 & 0.5345\\ 0.6048 & 0\end{bmatrix}$$

最大值：[0.6048, 0.8018]，最小值：[0.3665, 0]

未归一化的得分：$S_i=\dfrac{D_i^-}{D_i^+ + D_i^-}$

姓名	D^+	D^-	未归一化的得分	归一化后的得分	排名
小明	0.5380	0.3206	0.3734	0.1857	3
小王	0.2382	0.8018	0.7709	0.3834	1
小张	0.3078	0.5413	0.6375	0.3170	2
清风	0.8018	0.2382	0.2291	0.1139	4

TOPSIS的介绍

C.L.Hwang 和 K.Yoon 于1981年首次提出 **TOPSIS** (Technique for Order Preference by Similarity to an Ideal Solution)，可翻译为逼近理想解排序法，国内常简称为**优劣解距离法**。

TOPSIS 法是一种常用的综合评价方法，能充分利用原始数据的信息，其结果能精确地反映各评价方案之间的差距。

基本过程为先将原始数据矩阵统一指标类型（一般正向化处理）得到正向化的矩阵，再对正向化的矩阵进行标准化处理以消除各指标量纲的影响，并找到有限方案中的最优方案和最劣方案，然后分别计算各评价对象与最优方案和最劣方案间的距离，获得各评价对象与最优方案的相对接近程度，以此作为评价优劣的依据。该方法对数据分布及样本含量没有严格限制，数据计算简单易行。

第一步：将原始矩阵正向化

最常见的四种指标：

指标名称	指标特点	例子
极大型（效益型）指标	越大（多）越好	成绩、GDP增速、企业利润
极小型（成本型）指标	越小（少）越好	费用、坏品率、污染程度
中间型指标	越接近某个值越好	水质量评估时的PH值
区间型指标	落在某个区间最好	体温、水中植物性营养物量

所谓的将原始矩阵正向化，就是要将所有的指标类型统一转化为极大型指标。（转换的函数形式可以不唯一）

极小型指标 → 极大型指标

姓名	成绩	与他人争吵的次数	正向化后的争吵次数
小明	89	2	1
小王	60	0	3
小张	74	1	2
清风	99	3	0
指标类型	极大型	极小型	极大型

极小型指标转换为极大型指标的公式：

$$\max - x$$

如果所有的元素均为正数，那么也可以使用$\frac{1}{x}$

注意：正向化的公式不唯一，大家也可以结合自己的数据进行适当的修改。

中间型指标 → 极大型指标

中间型指标：指标值既不要太大也不要太小，取某特定值最好（如水质量评估 PH 值）

$\{x_i\}$是一组中间型指标序列，且最佳的数值为x_{best}，那么正向化的公式如下：

$$M=\max\{|x_i-x_{best}|\},\quad \tilde{x}_i=1-\frac{|x_i-x_{best}|}{M}$$

PH值（转换前）	PH值（转换后）
6	$1-\frac{\|6-7\|}{2}=\frac{1}{2}$
7	$1-\frac{\|7-7\|}{2}=1$
8	$1-\frac{\|8-7\|}{2}=\frac{1}{2}$
9	$1-\frac{\|9-7\|}{2}=0$

$$x_{best}=7$$

$$M=\max\{|6-7|,|7-7|,|8-7|,|9-7|\}=2$$

注意：正向化的公式不唯一，大家也可以结合自己的数据进行适当的修改。

数学建模学习交流

区间型指标 → 极大型指标

区间型指标： 指标值落在某个区间内最好，例如人的体温在36° ~ 37°这个区间比较好。

$\{x_i\}$是一组区间型指标序列，且最佳的区间为$[a,b]$，那么正向化的公式如下：

$$M=\max\{a-\min\{x_i\},\max\{x_i\}-b\},\quad \tilde{x}_i=\begin{cases}1-\dfrac{a-x_i}{M}, & x_i<a\\ 1, & a\le x_i\le b\\ 1-\dfrac{x_i-b}{M}, & x_i>b\end{cases}$$

体温（转换前）	体温（转换后）
35.2	0.4286
35.8	0.8571
36.6	1
37.1	0.9286
37.8	0.4286
38.4	0

$$a=36,\ b=37,$$

$$M=\max\{36-35.2,\ 38.4-37\}=1.4$$

注意：正向化的公式不唯一，大家也可以结合自己的数据进行适当的修改。

第二步：正向化矩阵标准化

标准化的目的是消除不同指标量纲的影响。

假设有n个要评价的对象，m个评价指标（已经正向化了）构成的正向化矩阵如下：

$$X=\begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1m} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{n1} & x_{n2} & \cdots & x_{nm} \end{bmatrix}$$

那么，对其标准化的矩阵记为Z，Z中的每一个元素：

$$z_{ij}=x_{ij}\Big/\sqrt{\sum_{i=1}^{n}x_{ij}^{2}}$$

（每一个元素 / $\sqrt{\text{其所在列的元素的平方和}}$）

注意：标准化的方法有很多种，其主要目的就是去除量纲的影响，未来我们还可能见到更多种的标准化方法，例如：(x-x的均值)/x的标准差；具体选用哪一种标准化的方法在多数情况下并没有很大的限制，这里我们采用的是前人的论文中用的比较多的一种标准化方法。

第三步：计算得分并归一化

假设有n个要评价的对象，m个评价指标的标准化矩阵：

$$Z=\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \cdots & z_{1m} \\ z_{21} & z_{22} & \cdots & z_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{n1} & z_{n2} & \cdots & z_{nm} \end{bmatrix}$$

$$\frac{z\text{与最小值的距离}}{z\text{与最大值的距离}+z\text{与最小值的距离}}$$

注意：要区别开归一化和标准化。归一化的计算步骤也可以消去量纲的影响，但更多时候，我们进行归一化的目的是为了让我们的结果更容易解释，或者说让我们对结果有一个更加清晰直观的印象。例如将得分归一化后可限制在0-1这个区间，对于区间内的每一个得分，我们很容易的得到其所处的比例位置。

定义最大值$Z^+=(Z_1^+,Z_2^+,\cdots,Z_m^+)$

$$=(\max\{z_{11},z_{21},\cdots,z_{n1}\},\max\{z_{12},z_{22},\cdots,z_{n2}\},\cdots,\max\{z_{1m},z_{2m},\cdots,z_{nm}\})$$

定义最小值$Z^-=(Z_1^-,Z_2^-,\cdots,Z_m^-)$

$$=(\min\{z_{11},z_{21},\cdots,z_{n1}\},\min\{z_{12},z_{22},\cdots,z_{n2}\},\cdots,\min\{z_{1m},z_{2m},\cdots,z_{nm}\})$$

定义第$i\,(i=1,2,\cdots,n)$个评价对象与最大值的距离$D_i^+=\sqrt{\sum_{j=1}^{m}(Z_j^+-z_{ij})^2}$

定义第$i\,(i=1,2,\cdots,n)$个评价对象与最小值的距离$D_i^-=\sqrt{\sum_{j=1}^{m}(Z_j^--z_{ij})^2}$

注意：这里还没有考虑指标的权重，后面的内容会考虑指标的权重来进行计算。

那么，我们可以计算得出第$i\,(i=1,2,\cdots,n)$个评价对象未归一化的得分：$S_i=\dfrac{D_i^-}{D_i^++D_i^-}$

很明显$0\le S_i\le 1$，且S_i越大D_i^+越小，即越接近最大值。

我们可以将得分归一化：$\tilde{S}_i=S_i/\sum_{i=1}^{n}S_i$，这样的话$\sum_{i=1}^{n}\tilde{S}_i=1$.（注意：得分归一化不影响排序）

一起来做练习题吧

题目：评价下表中20条河流的水质情况。

注：含氧量越高越好；PH值越接近7越好；细菌总数越少越好；植物性营养物量介于10-20之间最佳，超过20或低于10均不好。

河流	含氧量（ppm)	PH值	细菌总数(个/mL)	植物性营养物量（ppm)
A	4.69	6.59	51	11.94
B	2.03	7.86	19	6.46
C	9.11	6.31	46	8.91
D	8.61	7.05	46	26.43
E	7.13	6.5	50	23.57
F	2.39	6.77	38	24.62
G	7.69	6.79	38	6.01
H	9.3	6.81	27	31.57
I	5.45	7.62	5	18.46
J	6.19	7.27	17	7.51
K	7.93	7.53	9	6.52
L	4.4	7.28	17	25.3
M	7.46	8.24	23	14.42
N	2.01	5.55	47	26.31
O	2.04	6.4	23	17.91
P	7.73	6.14	52	15.72
Q	6.35	7.58	25	29.46
R	8.29	8.41	39	12.02
S	3.54	7.27	54	3.16
T	7.44	6.26	8	28.41

注：数据是我随手编的，仅用于讲解相应的算法，可能有不合理之处，请见谅。

2

代码详解

本节代码部分知识点索引

代码详解请见视频

1. 将EXCEL中的数据导入到Matlab,并另存为mat文件， 下次可直接load

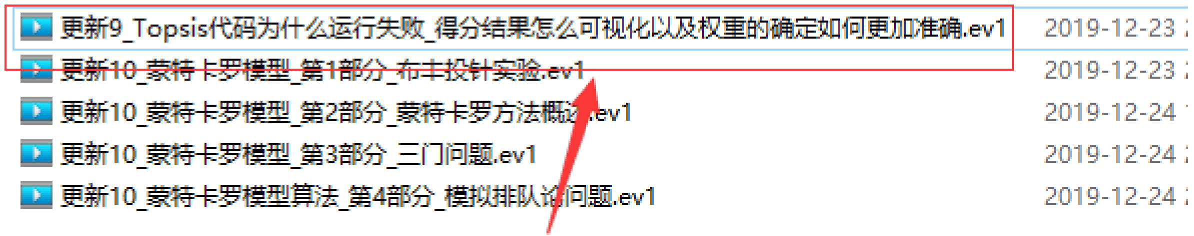
   Matlab中函数的编写和调用

2. magic(n)幻方矩阵

3. sort函数

4. zeros和ones函数

另外，看完代码讲解的视频后，一定要看我更新的一个视频：



3

模 型 拓 展

如何计算得分?

姓名	成绩	正向化后的争吵次数
小明	0.5437	0.2673
小王	0.3665	0.8018
小张	0.4520	0.5345
清风	0.6048	0

$$Z = \begin{bmatrix} 0.5437 & 0.2673 \\ 0.3665 & 0.8018 \\ 0.4520 & 0.5345 \\ 0.6048 & 0 \end{bmatrix}$$

最大值：[0.6048，0.8018]，最小值：[0.3665， 0]

$$D_{小明}^{+} = \sqrt{(0.6048-0.5437)^2+(0.8018-0.2673)^2} = 0.5380$$

$$D_{小明}^{-} = \sqrt{(0.3665-0.5437)^2+(0-0.2673)^2} = 0.3206$$

$$D_{小王}^{+} = \sqrt{(0.6048-0.3665)^2+(0.8018-0.8018)^2} = 0.2382$$

$$D_{小王}^{-} = \sqrt{(0.3665-0.3665)^2+(0-0.8108)^2} = 0.8018$$

指标的权重默认了相同

```
X =  [89,1;60,3;74,2;99,0]
[n , m] = size(X);
Z = X ./ repmat(sum(X.*X) .^ 0.5,n,1);
D_P = sum([(Z - repmat(max(Z),n,1)).^2 ],2) .^ 0.5  %D+向量
D_N = sum([(Z - repmat(min(Z),n,1)).^2 ],2) .^ 0.5  %D-向量
```

类比只有一个指标计算得分

假设有n个要评价的对象，m个评价指标的标准化矩阵：

$$Z=\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \cdots & z_{1m} \\ z_{21} & z_{22} & \cdots & z_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{n1} & z_{n2} & \cdots & z_{nm} \end{bmatrix}$$

$$\frac{z\text{与最小值的距离}}{z\text{与最大值的距离}+z\text{与最小值的距离}}$$

注意：我们也可以先对标准化矩阵中的每个元素计算权重，然后直接用带权重的标准化矩阵来计算得分，这样得到的结果和下面在计算距离时引入权重得到的结果是几乎相同的。

定义最大值$Z^+=(Z_1^+,Z_2^+,\cdots,Z_m^+)$

$=(\max\{z_{11},z_{21},\cdots,z_{n1}\},\max\{z_{12},z_{22},\cdots,z_{n2}\},\cdots,\max\{z_{1m},z_{2m},\cdots,z_{nm}\})$

定义最小值$Z^-=(Z_1^-,Z_2^-,\cdots,Z_m^-)$

$=(\min\{z_{11},z_{21},\cdots,z_{n1}\},\min\{z_{12},z_{22},\cdots,z_{n2}\},\cdots,\min\{z_{1m},z_{2m},\cdots,z_{nm}\})$

定义第$i\,(i=1,2,\cdots,n)$个评价对象与最大值的距离$D_i^+=\sqrt{\sum_{j=1}^{m}\omega_j(Z_j^+-z_{ij})^2}$

定义第$i\,(i=1,2,\cdots,n)$个评价对象与最小值的距离$D_i^-=\sqrt{\sum_{j=1}^{m}\omega_j(Z_j^--z_{ij})^2}$

别漏了这个权重!

那么，我们可以计算得出第$i\,(i=1,2,\cdots,n)$个评价对象未归一化的得分：$S_i=\dfrac{D_i^-}{D_i^++D_i^-}$

很明显$0\le S_i\le 1$，且S_i越大D_i^+越小，即越接近最大值。

我们可以将得分归一化：$\widetilde{S}_i=S_i/\sum_{i=1}^{n}S_i$，这样的话$\sum_{i=1}^{n}\widetilde{S}_i=1$.

带权重的TOPSIS

有n个要评价的对象，m个评价指标的标准化矩阵：

$$Z=\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} & \cdots & z_{1m} \\ z_{21} & z_{22} & \cdots & z_{2m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_{n1} & z_{n2} & \cdots & z_{nm} \end{bmatrix}$$

可以使用层次分析法给这m个评价指标确定权重：

$$\sum_{j=1}^{m}\omega_j=1$$

当然：层次分析法的主观性太强了，更推荐大家使用熵权法来进行客观赋值。

相关内容可查看视频：**番外篇：基于熵权法对Topsis模型的修正（正课最后一个视频）**

（注意，番外篇里面涉及到的代码有后面的内容，建议基础不好的同学把后续视频看完后再去看番外篇）

4

课后练习

课后训练

代码优化：

请你改编代码，使用户能选择是否加入指标的权重计算。

提示：用if函数判断用户的输入

答案在这一讲的课件压缩包内能找到。

论文写作训练：

将刚刚讲解的那个题目写成一篇小论文，要求结合层次分析法确定权重，论文格式和上次作业一样，可以套用论文模板来写。

（模板在上一讲层次分析法的课件压缩包中能找到）

也可以看看优秀作业的视频：

https://www.bilibili.com/video/BV1i7411k7fB