深層学習 day1

1　入力層～中間層

$\mathbf{W}$ を $m \times d$ 行列、$\mathbf{b} \in \mathbb{R}^d$ とし、$f : \mathbb{R}^d \to \mathbb{R}^d$ を関数とする。このとき、関数 $FN(\mathbf{W}, \mathbf{b}, f) : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^d$ を

$$FN(\mathbf{W}, \mathbf{b}, f)(\mathbf{x}) = f(\mathbf{W}\mathbf{x}^T + \mathbf{b})$$

で定義する。$FN(\mathbf{W}, \mathbf{b}, f)$ を**順伝搬型ニューラルネットワーク (feedforward neural network)** といい、$\mathbf{W}$ を $FN(\mathbf{W}, \mathbf{b}, f)$ の**重み**、$\mathbf{b}$ を $FN(\mathbf{W}, \mathbf{b}, f)$ の**バイアス**、f を $FN(\mathbf{W}, \mathbf{b}, f)$ の**活性化関数**という。$FN(\mathbf{W}^{(1)}, \mathbf{b}^{(1)}, f_1), \ldots, FN(\mathbf{W}^{(n)}, \mathbf{b}^{(n)}, f_n)$ を順伝搬型ニューラルネットワークとし、$FN(\mathbf{W}^{(l)}, \mathbf{b}^{(l)}, f_l)$ の値域の次元が $FN(\mathbf{W}^{(l+1)}, \mathbf{b}^{(l+1)}, f_{l+1})$ の定義域の次元に等しいとする。このとき、m を $FN(\mathbf{W}^{(1)}, \mathbf{b}^{(1)}, f_1)$ の定義域の次元、d を $FN(\mathbf{W}^{(n)}, \mathbf{b}^{(n)}, f_n)$ の値域の次元とし、関数 $FN(\mathbf{W}^{(1)}, \ldots, \mathbf{W}^{(n)}, \mathbf{b}^{(1)}, \ldots, \mathbf{b}^{(n)}, f_1, \ldots, f_n) : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^d$ を

$$FN(\mathbf{W}^{(1)}, \ldots, \mathbf{W}^{(n)}, \mathbf{b}^{(1)}, \ldots, \mathbf{b}^{(n)}, f_1, \ldots, f_n)(\mathbf{x}) := FN(\mathbf{W}^{(n)}, \mathbf{b}^{(n)}, f_n)(\cdots(FN(\mathbf{W}^{(1)}, \mathbf{b}^{(1)}, f_1)(\mathbf{x}))\cdots)$$

で定義する。$FN(\mathbf{W}^{(1)}, \ldots, \mathbf{W}^{(n)}, \mathbf{b}^{(1)}, \ldots, \mathbf{b}^{(n)}, f_1, \ldots, f_n)$ を**多層順伝搬型ニューラルネットワーク**という。

例 1.1. (コードは FN.ipynb)

```
import numpy as np

# W,b を設定
W = np.array([[1,2,3],[4,5,6]])
b = np.array([7,8])

# f を設定
def f(x):
  return 2*x

# FN を設定
def FN(W,b,f,x):
  x = x.T
  Z = np.dot(W,x)+b
  return f(Z)
```

```
#出力
x = np.array([1,2,3])
FN(W,b,f,x)
>array([42, 80])
```

2　活性化関数

順伝搬型ニューラルネットワーク $FN(\mathbf{W}, \mathbf{b}, f)$ を考える。$FN(\mathbf{W}, \mathbf{b}, f)$ の活性化関数 f には単調増加する非線形関数が用いられることが多い。ここでは、いくつかの活性化関数を紹介する。

(1) **シグモイド関数** σ は $\sigma(x) = 1/(1 + e^{-x})$ で定義される。
(2) **双曲線正接関数** $\tanh$
(3) **ReLU（Rectified Linear Unit）関数**は $\mathrm{ReLU}(x) = \max(x, 0)$ で定義される。

例 **2.1.** (コードは活性化関数.ipynb)

```
import numpy as np

# W,b を設定
W = np.random.randn(2,3)
b = np.random.randn(1,2)
W,b
>(array([[-0.3275861 ,  0.35679815, -0.93635564],
        [-0.3966737 ,  2.45340843,  0.80369067]]),
 array([[ 0.73728049, -0.99336306]]))

# f を設定
def f(x):
  return 1/1+np.exp(-x)

# FN を設定
def FN(W,b,f,x):
  x = x.T
  Z = np.dot(W,x)+b
  return f(Z)

#出力
x = np.array([0.1,0.2,0.3])
FN(W,b,f,x)
```

```
>array([[1.60958626, 2.35153575]])
```

3　出力層

n を自然数とし、$\mathbf{x}=(x_1,\ldots,x_n)\in\mathbb{R}^n$ とする。ある $1\leq i\leq n$ が存在して、$x_i=1$ であり、他の全ての $1\leq j\leq n$ に対して、$x_j=0$ であるとき、$\mathbf{x}$ を n **次元 one-hot ベクトル**という。$\{(\mathbf{x}_i,\mathbf{y}_i)\}_{i=1}^N$ をラベル付けされたデータとし、N をデータの数、$\mathbf{x}_i$ を m 次元特徴ベクトル、$\mathbf{y}_i$ を $\mathbf{x}_i$ のラベルとする。多層順伝搬型ニューラルネットワークを用いて、未知の m 次元特徴ベクトル $\mathbf{x}$ に対して、$\mathbf{x}$ のラベル $\mathbf{y}$ を予測することを試みる。$FN(\mathbf{W}^{(1)},\ldots,\mathbf{W}^{(n)},\mathbf{b}^{(1)},\ldots,\mathbf{b}^{(n)},f_1,\ldots,f_n):\mathbb{R}^m\to\mathbb{R}^d$ を多層順伝搬型ニューラルネットワークとする。このとき、$\mathbf{W}^{(n+1)}$ を $d\times k$ 行列、$\mathbf{b}^{(n+1)}\in\mathbb{R}^k$ とし、$f_{n+1}:\mathbb{R}^k\to\mathbb{R}^l$ を関数とする。順伝搬型ニューラルネットワーク $FN(\mathbf{W}^{(n+1)},\mathbf{b}^{(n+1)},f_{n+1}):\mathbb{R}^d\to\mathbb{R}^l$ を以下のように定義する。$\mathbf{y}_i$ の値が任意の実数値をとる場合と、$\mathbf{y}_i$ が r 次元 one-hot ベクトルの値しかとらない場合で定義が異なる。

(1) $\mathbf{y}_i$ の値が任意の実数値をとる場合：$k=l=1$ とし、$f_{n+1}:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ を恒等関数とする。

(2) $\mathbf{y}_i$ が r 次元 one-hot ベクトルの値しかとらない場合：$l=r$ とし、

$$f_{n+1}(z_1,\ldots,z_r)=(e^{z_1}/\sum_{i=1}^r e^{z_i},\ldots,e^{z_r}/\sum_{i=1}^r e^{z_i})$$

と定義する。f_{n+1} を**ソフトマックス関数**という。

$FN(\mathbf{W}^{(n+1)},\mathbf{b}^{(n+1)},f_{n+1})$ を $FN(\mathbf{W}^{(1)},\ldots,\mathbf{W}^{(n)},\mathbf{b}^{(1)},\ldots,\mathbf{b}^{(n)},f_1,\ldots,f_n)$ の**出力層**という。結果として、多層順伝搬型ニューラルネットワーク $FN(\mathbf{W}^{(1)},\ldots,\mathbf{W}^{(n+1)},\mathbf{b}^{(1)},\ldots,\mathbf{b}^{(n+1)},f_1,\ldots,f_{n+1}):\mathbb{R}^m\to\mathbb{R}^l$ を得る。$\mathbf{y}=FN(\mathbf{W}^{(1)},\ldots,\mathbf{W}^{(n+1)},\mathbf{b}^{(1)},\ldots,\mathbf{b}^{(n+1)},f_1,\ldots,f_{n+1})$ とおく。未知の m 次元特徴ベクトル $\mathbf{x}$ に対して、$\mathbf{x}$ のラベル $\mathbf{y}=\mathbf{y}(\mathbf{x})$ を予測することが目的であるから、最適な $\mathbf{W}^{(1)},\ldots,\mathbf{W}^{(n+1)},\mathbf{b}^{(1)},\ldots,\mathbf{b}^{(n+1)}$ は以下の方法で求めることができる。まず、**誤差関数**を以下のように定義する。$\mathbf{y}_i$ の値が任意の実数値をとる場合と、$\mathbf{y}_i$ が r 次元 one-hot ベクトルの値しかとらない場合で定義が異なる。

(1) $\mathbf{y}_i$ の値が任意の実数値をとる場合：$1\leq i\leq n$ に対して、

$$E_i(\mathbf{W}^{(1)},\ldots,\mathbf{W}^{(n+1)},\mathbf{b}^{(1)},\ldots,\mathbf{b}^{(n+1)})=\frac{1}{2}\|\mathbf{y}_i-\mathbf{y}(\mathbf{x}_i)\|^2$$

と定義し、

$$E(\mathbf{W}^{(1)},\ldots,\mathbf{W}^{(n+1)},\mathbf{b}^{(1)},\ldots,\mathbf{b}^{(n+1)})=\sum_{i=1}^N E_i(\mathbf{W}^{(1)},\ldots,\mathbf{W}^{(n+1)},\mathbf{b}^{(1)},\ldots,\mathbf{b}^{(n+1)})$$

と定義する。

(2) $\mathbf{y}_i$ が r 次元 one-hot ベクトルの値しかとらない場合：$\mathbf{y}_i=(y_{i1},\ldots,y_{ir}),\mathbf{y}(\mathbf{x}_i)=(\mathbf{y}(\mathbf{x}_i)_1,\ldots,\mathbf{y}(\mathbf{x}_i)_r)$ とおき、$1\leq i\leq n$ に対して、

$$E_i(\mathbf{W}^{(1)},\ldots,\mathbf{W}^{(n+1)},\mathbf{b}^{(1)},\ldots,\mathbf{b}^{(n+1)})=-\sum_{j=1}^r y_{ij}\log\mathbf{y}(\mathbf{x}_i)_j$$

と定義し、

$$E(\mathbf{W}^{(1)},\dots,\mathbf{W}^{(n+1)},\mathbf{b}^{(1)},\dots,\mathbf{b}^{(n+1)}) = \sum_{i=1}^{N} E_i(\mathbf{W}^{(1)},\dots,\mathbf{W}^{(n+1)},\mathbf{b}^{(1)},\dots,\mathbf{b}^{(n+1)})$$

と定義する。

このとき、最適な $\mathbf{W}^{(1)},\dots,\mathbf{W}^{(n+1)},\mathbf{b}^{(1)},\dots,\mathbf{b}^{(n+1)}$ は

$$\min_{\mathbf{W}^{(1)},\dots,\mathbf{W}^{(n+1)},\mathbf{b}^{(1)},\dots,\mathbf{b}^{(n+1)}} E(\mathbf{W}^{(1)},\dots,\mathbf{W}^{(n+1)},\mathbf{b}^{(1)},\dots,\mathbf{b}^{(n+1)})$$

を解くことによって得られる。

例 **3.1.** (コードは出力層.ipynb)

```
import numpy as np

# W_1,b_1 を設定
W_1 = np.random.randn(2,3)
b_1 = np.random.randn(1,2)
W_1,b_1
>(array([[-0.85226586, -0.74838968, -0.47477658],
        [ 0.9893178 , -0.17452691,  0.08049864]]),
 array([[-0.1930833 , -1.26376165]]))

# f_1 を設定
def f_1(x):
  return 1/1+np.exp(-x)

# FN を設定
def FN(W,b,f,x):
  x = x.T
  Z = np.dot(W,x)+b
  return f(Z)

# W_2,b_2 を設定
W_2= np.random.randn(1,2)
b_2= np.random.randn()
W_2,b_2
>(array([[-0.79262461, -1.11520968]]), 1.4734070700523327)

#f_2 を設定
def f_2(x):
  return x
```

```
#出力
x = np.array([0.1,0.2,0.3])
x = FN(W_1,b_1,f_1,x)
FN(W_2,b_2,f_2,x)
>array([[-5.44991305]])
```

4　勾配降下法

$\{(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i)\}_{i=1}^N$ をラベル付けされたデータとし、N をデータの数、$\mathbf{x}_i$ を m 次元特徴ベクトル、$\mathbf{y}_i$ を $\mathbf{x}_i$ のラベルとする。多層順伝搬型ニューラルネットワークを用いて、未知の m 次元特徴ベクトル $\mathbf{x}$ に対して、$\mathbf{x}$ のラベル y を予測することを試みる。$FN(\mathbf{W}^{(1)}, \ldots, \mathbf{W}^{(n)}, \mathbf{b}^{(1)}, \ldots, \mathbf{b}^{(n)}, f_1, \ldots, f_n) : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^d$ を多層順伝搬型ニューラルネットワークとする。3 章で述べたように、多層順伝搬型ニューラルネットワーク $FN(\mathbf{W}^{(1)}, \ldots, \mathbf{W}^{(n+1)}, \mathbf{b}^{(1)}, \ldots, \mathbf{b}^{(n+1)}, f_1, \ldots, f_{n+1}) : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^l$ を構成し、誤差関数 $E(\mathbf{W}^{(1)}, \ldots, \mathbf{W}^{(n+1)}, \mathbf{b}^{(1)}, \ldots, \mathbf{b}^{(n+1)})$ を構成する。記法の簡略化のため、行列のリスト $\mathbf{W}^{(1)}, \ldots, \mathbf{W}^{(n+1)}, \mathbf{b}^{(1)}, \ldots, \mathbf{b}^{(n+1)}$ を $\mathbf{W}$ で略記する。3 章で述べたように、最適な $\mathbf{W}$ は

$$\min_{\mathbf{W}} E(\mathbf{W}) \tag{1}$$

解くことによって求まる。**勾配降下法**とは、(1) を解くためのアルゴリズムであり、以下のように定義される。

(1) ある正の正数 ϵ をとる。この ϵ を**学習率**という。
(2) $\mathbf{W}$ を適当に決める。
(3) $\nabla E(\mathbf{W})$ を計算する。
(4) $\mathbf{W}$ を $\mathbf{W} - \epsilon \nabla E(\mathbf{W})$ で置き換える。
(5) (3) に戻る。

誤差関数 $E(\mathbf{W})$ は一般に下に凸ではないので、勾配降下法の収束値は必ずしも大局的極小値ではなく、局所的極小値である可能性がある。そのため、勾配降下法にはいくつかの改良版が存在する。それらをここで紹介しておく。

(a) 確率的勾配降下法：このアルゴリズムは以下のように定義される。
　(1) 学習係数 ϵ をとる。
　(2) $\mathbf{W}$ を適当に決める。
　(3) 無作為に $\mathbf{x}_i$ をとる。
　(4) $\nabla E_i(\mathbf{W})$ を計算する。
　(5) $\mathbf{W}$ を $\mathbf{W} - \epsilon \nabla E_i(\mathbf{W})$ で置き換える。
　(6) (3) に戻る。
　確率的勾配降下法の利点は以下である。
　(i) データが冗長な場合の計算コストの削減
　(ii) 望まない局所的極小値に収束するリスクの削減
　(iii) オンライン学習ができる。

(b) ミニバッチ勾配降下法：このアルゴリズムは以下のように定義される。

(1) 学習係数 ϵ をとる。

(2) データ集合 $\{(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i)\}_{i=1}^N$ をいくつかの**ミニバッチ** $B_1, \ldots, B_k$ に分割する。

(3) $\mathbf{W}$ を適当に決める。

(4) 無作為に B_j をとる。

(5) $\nabla \frac{1}{|B_j|} \sum_{\mathbf{x}_i \in B_j} E_i(\mathbf{W})$ を計算する。

(6) $\mathbf{W}$ を $\mathbf{W} - \epsilon \nabla \frac{1}{|B_j|} \sum_{\mathbf{x}_i \in B_j} E_i(\mathbf{W})$ で置き換える。

(7) (4) に戻る。

ミニバッチ勾配降下法の利点は、確率的勾配降下法のメリットを損なわず、計算機の計算資源を有効利用できる点にある。

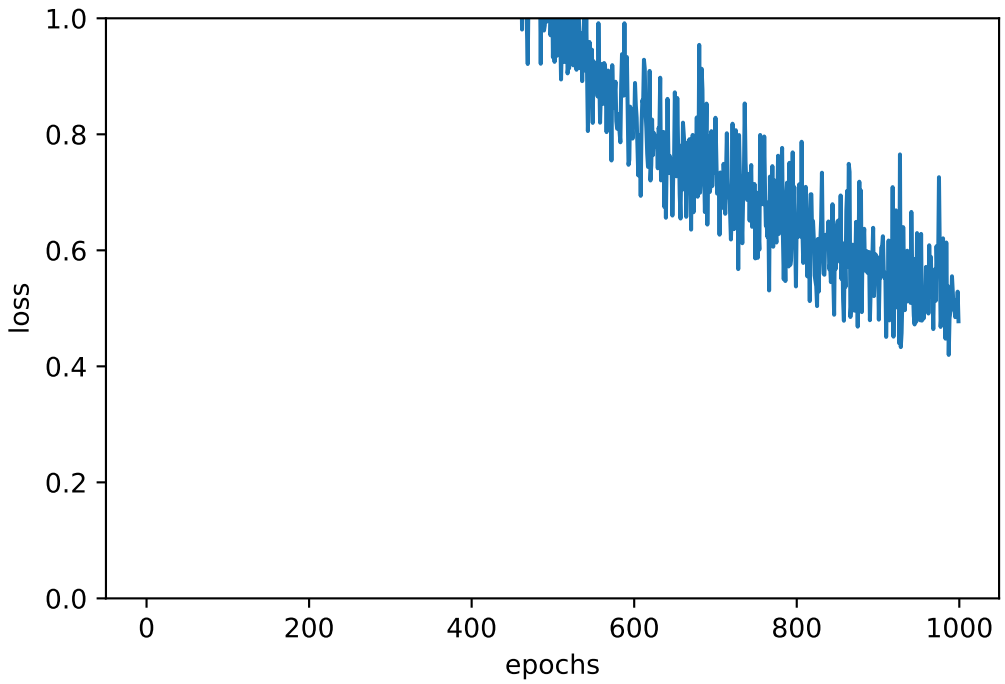
例 4.1. (コードは勾配降下法.ipynb) mnist データを用いて、ミニバッチ勾配降下法を実装する。

```
from common.functions import *
from common.gradient import numerical_gradient
import numpy as np

#２層のニューラルネットを設定
class TwoLayerNet:

    def __init__(self, input_size, hidden_size, output_size, weight_init_std=0.01):
        # 重みの初期化
        self.params = {}
        self.params['W1'] = weight_init_std * np.random.randn(input_size, hidden_size)
        self.params['b1'] = np.zeros(hidden_size)
        self.params['W2'] = weight_init_std * np.random.randn(hidden_size, output_size)
        self.params['b2'] = np.zeros(output_size)

    def predict(self, x):
        W1, W2 = self.params['W1'], self.params['W2']
        b1, b2 = self.params['b1'], self.params['b2']

        a1 = np.dot(x, W1) + b1
        z1 = sigmoid(a1)
        a2 = np.dot(z1, W2) + b2
        y = softmax(a2)

        return y

    # x:入力データ, t:教師データ
    def loss(self, x, t):
```

```
        y = self.predict(x)

        return cross_entropy_error(y, t)

    def accuracy(self, x, t):
        y = self.predict(x)
        y = np.argmax(y, axis=1)
        t = np.argmax(t, axis=1)

        accuracy = np.sum(y == t) / float(x.shape[0])
        return accuracy

    # x:入力データ, t:教師データ
    def numerical_gradient(self, x, t):
        loss_W = lambda W: self.loss(x, t)

        grads = {}
        grads['W1'] = numerical_gradient(loss_W, self.params['W1'])
        grads['b1'] = numerical_gradient(loss_W, self.params['b1'])
        grads['W2'] = numerical_gradient(loss_W, self.params['W2'])
        grads['b2'] = numerical_gradient(loss_W, self.params['b2'])

        return grads

    def gradient(self, x, t):
        W1, W2 = self.params['W1'], self.params['W2']
        b1, b2 = self.params['b1'], self.params['b2']
        grads = {}

        batch_num = x.shape[0]

        # forward
        a1 = np.dot(x, W1) + b1
        z1 = sigmoid(a1)
        a2 = np.dot(z1, W2) + b2
        y = softmax(a2)

        # backward
        dy = (y - t) / batch_num
        grads['W2'] = np.dot(z1.T, dy)
```

```
        grads['b2'] = np.sum(dy, axis=0)

        dz1 = np.dot(dy, W2.T)
        da1 = sigmoid_grad(a1) * dz1
        grads['W1'] = np.dot(x.T, da1)
        grads['b1'] = np.sum(da1, axis=0)

        return grads

#ミニバッチ勾配降下法を実装
from dataset.mnist import load_mnist
import matplotlib.pyplot as plt

# データの読み込み
(x_train, t_train), (x_test, t_test) = load_mnist(normalize=True, one_hot_label=True)

network = TwoLayerNet(input_size=784, hidden_size=50, output_size=10)

iters_num = 1000  # 繰り返しの回数を適宜設定する
train_size = x_train.shape[0]
batch_size = 100
learning_rate = 0.1

train_loss_list = []
train_acc_list = []
test_acc_list = []

iter_per_epoch = max(train_size / batch_size, 1)

for i in range(iters_num):
    batch_mask = np.random.choice(train_size, batch_size)
    x_batch = x_train[batch_mask]
    t_batch = t_train[batch_mask]

    # 勾配の計算
    #grad = network.numerical_gradient(x_batch, t_batch)
    grad = network.gradient(x_batch, t_batch)

    # パラメータの更新
    for key in ('W1', 'b1', 'W2', 'b2'):
```

```
        network.params[key] -= learning_rate * grad[key]

    loss = network.loss(x_batch, t_batch)
    train_loss_list.append(loss)

# グラフの描画
x = np.arange(len(train_loss_list))
plt.plot(x, train_loss_list)
plt.xlabel("epochs")
plt.ylabel("loss")
plt.ylim(0, 1.0)
plt.show()
```



5　誤差逆伝搬法

$\{(\mathbf{x}_i, \mathbf{y}_i)\}_{i=1}^N$ をラベル付けされたデータとし、N をデータの数、$\mathbf{x}_i$ を m 次元特徴ベクトル、$\mathbf{y}_i$ を $\mathbf{x}_i$ のラベルとする。多層順伝搬型ニューラルネットワークを用いて、未知の m 次元特徴ベクトル $\mathbf{x}$ に対して、$\mathbf{x}$ のラベル y を予測することを試みる。$FN(\mathbf{W}^{(1)}, \ldots, \mathbf{W}^{(n)}, \mathbf{b}^{(1)}, \ldots, \mathbf{b}^{(n)}, f_1, \ldots, f_n) : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^d$ を多層順伝搬型ニューラルネットワークとする。3 章で述べたように、多層順伝搬型ニューラルネットワーク $FN(\mathbf{W}^{(1)}, \ldots, \mathbf{W}^{(n+1)}, \mathbf{b}^{(1)}, \ldots, \mathbf{b}^{(n+1)}, f_1, \ldots, f_{n+1}) : \mathbb{R}^m \to \mathbb{R}^l$ を構成し、誤

差関数 $E(\mathbf{W}^{(1)},\dots,\mathbf{W}^{(n+1)},\mathbf{b}^{(1)},\dots,\mathbf{b}^{(n+1)})$ を構成する。記法の簡略化のため、行列のリスト $\mathbf{W}^{(1)},\dots,\mathbf{W}^{(n+1)},\mathbf{b}^{(1)},\dots,\mathbf{b}^{(n+1)}$ を $\mathbf{W}$ で略記する。表記を簡素化するために、$\mathbf{b}^{(1)}=\cdots=\mathbf{b}^{(n+1)}=0$ とする。このように仮定しても一般性を失わない（[6], p42 を参照）からである。3 章で述べたように、最適な $\mathbf{W}$ は

$$\min_{\mathbf{W}} E(\mathbf{W}) \tag{2}$$

解くことによって求まる。4 章では、(2) を勾配降下法（確率的勾配降下法、ミニバッチ勾配降下法）で求める方法について述べたが、これを行うためには、全ての $1\leq p\leq N$ に対して、$\nabla E_p(\mathbf{W})=\partial E_p(\mathbf{W})/\mathbf{W}$ を計算する必要がある。これを行うためのアルゴリズムが**誤差逆伝搬法**である。このアルゴリズムは以下のように定義される。

(1) $1\leq l\leq n+1$ に対して、$\mathbf{u}^{(l)}=\mathbf{W}^{(l)}\mathbf{x}_p+\mathbf{b}^{(l)},\mathbf{z}^{(l)}=f_l(\mathbf{u}^{(l)})$ とおく。$\mathbf{u}^{(l)},\mathbf{z}^{(l)}$ の第 j 成分をそれぞれ $u_j^{(l)},z_j^{(l)}$ で表すことにする。
(2) $1\leq l\leq n+1$ に対して、$\mathbf{W}^{(l)}$ の代 (j,i) 成分を $w_{ji}^{(l)}$ で表すことにする。
(3) 全ての $1\leq l\leq n+1$ に対して、$\mathbf{u}^{(l)},\mathbf{z}^{(l)}$ を計算する。
(4) $\delta_j^{(n+1)}=\partial E_p/\partial u_j^{(n+1)}$ を計算する。
(5) $1\leq l\leq n$ に対して、$\delta_j^{(l)}=\sum_k\delta_k^{(n+1)}(w_{kj}^{(l+1)}f_l'(u_j^{(l)})$ を順番に計算する。
(6) $\partial E_p/\partial w_{ji}^{(l)}=\delta_j^{(l)}z_i^{(l-1)}$ とおき、$\nabla E_p(\mathbf{W})=(\partial E_p/\partial w_{ji}^{(l)})$ とおく。

例 **5.1.** (コードは誤差逆伝搬法.ipynb)

```
import numpy as np

#関数を設定

class Relu:
    def __init__(self):
        self.mask = None

    def forward(self, x):
        self.mask = (x <= 0)
        out = x.copy()
        out[self.mask] = 0

        return out

    def backward(self, dout):
        dout[self.mask] = 0
        dx = dout

        return dx
```

```
class Affine:
    def __init__(self, W, b):
        self.W =W
        self.b = b

        self.x = None
        self.original_x_shape = None
        # 重み・バイアスパラメータの微分
        self.dW = None
        self.db = None

    def forward(self, x):
        # テンソル対応
        self.original_x_shape = x.shape
        x = x.reshape(x.shape[0], -1)
        self.x = x

        out = np.dot(self.x, self.W) + self.b

        return out

    def backward(self, dout):
        dx = np.dot(dout, self.W.T)
        self.dW = np.dot(self.x.T, dout)
        self.db = np.sum(dout, axis=0)

        dx = dx.reshape(*self.original_x_shape)  # 入力データの形状に戻す（テンソル対応）
        return dx

class SoftmaxWithLoss:
    def __init__(self):
        self.loss = None
        self.y = None # softmax の出力
        self.t = None # 教師データ

    def forward(self, x, t):
        self.t = t
        self.y = softmax(x)
        self.loss = cross_entropy_error(self.y, self.t)
```

```
        return self.loss

    def backward(self, dout=1):
        batch_size = self.t.shape[0]
        if self.t.size == self.y.size: # 教師データが one-hot-vector の場合
            dx = (self.y - self.t) / batch_size
        else:
            dx = self.y.copy()
            dx[np.arange(batch_size), self.t] -= 1
            dx = dx / batch_size

        return dx

#２層のニューラルネットを設定
import sys
sys.path.append("/content/drive/MyDrive/Colab Notebooks")
from common.gradient import numerical_gradient
from collections import OrderedDict

class TwoLayerNet:

    def __init__(self, input_size, hidden_size, output_size, weight_init_std = 0.01):
        # 重みの初期化
        self.params = {}
        self.params['W1'] = weight_init_std * np.random.randn(input_size, hidden_size)
        self.params['b1'] = np.zeros(hidden_size)
        self.params['W2'] = weight_init_std * np.random.randn(hidden_size, output_size)
        self.params['b2'] = np.zeros(output_size)

        # レイヤの生成
        self.layers = OrderedDict()
        self.layers['Affine1'] = Affine(self.params['W1'], self.params['b1'])
        self.layers['Relu1'] = Relu()
        self.layers['Affine2'] = Affine(self.params['W2'], self.params['b2'])

        self.lastLayer = SoftmaxWithLoss()

    def predict(self, x):
        for layer in self.layers.values():
            x = layer.forward(x)
```

```
        return x

    # x:入力データ, t:教師データ
    def loss(self, x, t):
        y = self.predict(x)
        return self.lastLayer.forward(y, t)

    def accuracy(self, x, t):
        y = self.predict(x)
        y = np.argmax(y, axis=1)
        if t.ndim != 1 : t = np.argmax(t, axis=1)

        accuracy = np.sum(y == t) / float(x.shape[0])
        return accuracy

    # x:入力データ, t:教師データ
    def numerical_gradient(self, x, t):
        loss_W = lambda W: self.loss(x, t)

        grads = {}
        grads['W1'] = numerical_gradient(loss_W, self.params['W1'])
        grads['b1'] = numerical_gradient(loss_W, self.params['b1'])
        grads['W2'] = numerical_gradient(loss_W, self.params['W2'])
        grads['b2'] = numerical_gradient(loss_W, self.params['b2'])

        return grads

    def gradient(self, x, t):
        # forward
        self.loss(x, t)

        # backward
        dout = 1
        dout = self.lastLayer.backward(dout)

        layers = list(self.layers.values())
        layers.reverse()
        for layer in layers:
            dout = layer.backward(dout)
```

```
        # 設定
        grads = {}
        grads['W1'], grads['b1'] = self.layers['Affine1'].dW, self.layers['Affine1'].db
        grads['W2'], grads['b2'] = self.layers['Affine2'].dW, self.layers['Affine2'].db

        return grads
```

参考文献

[1] Andriy Burkov. (2019). The hundred-page machine learning book.

[2] Francois Chollet. (2018). Deep learning with python. Manning Publications Co.

[3] Marc Peter Deisenroth., A. Aldo Faisal., Cheng Soon Ong. (2020). Mathematics for machine learning. Cambridge University Press.

[4] Aurëlien Gëron. (2019). Hands-on machine learning with Scikit-Learn, Keras & TensorFlow. 2nd Edition. Oreilly.

[5] 小縣信也., 斎藤翔汰., 溝口聡., 若杉一幸. (2021). ディープラーニング E 資格エンジニア問題集. インプレス.

[6] 岡谷貴之. (2015). 深層学習. 講談社.

[7] Sebastian Raschka., Vahid Mirjalili. (2019). Python machine learning. Third Edition. Packt.

[8] 斎藤康毅. (2016). ゼロから作る deep learning. オライリージャパン.

[9] 斎藤康毅. (2018). ゼロから作る deep learning 2. オライリージャパン.

[10] 瀧雅人. (2017). これならわかる深層学習. 講談社.