3장: Advanced Encryption Standard (AES)

정보보호이론 Spring 2015



3.1 AES소개

■ 배경

- * DES의 2⁵⁶개의 키에 대한 전사적 공격이 가능
 - ▶1999년 distributed.net 과 Electronic Frontier Foundation 이 협력한 공격에서 DES의 비밀키를 22시간 15분만에 찾 아냄
- * TDES가 있지만 다음 이유로 NIST에서는 AES 공모
 - 1. TDES는 DES를 세 번 사용하기 때문에 속도가 느림
 - 2. DES의 블록 크기인 64 비트는 여러 가지 응용분야에 적합하지 않다. 예로 블록 암호를 이용하여 설계한 해쉬 함수(8장에서 소개)의 경우 64비트의 블록 크기는 해쉬 함수의 안전성에 문제
 - 3. 가까운 미래에 양자컴퓨터가 현실화 될 수 있으며, 양자컴퓨터 를 이용하여 공격할 경우 적어도 256 비트 크기의 키가 바람직

3.1 AES소개

History

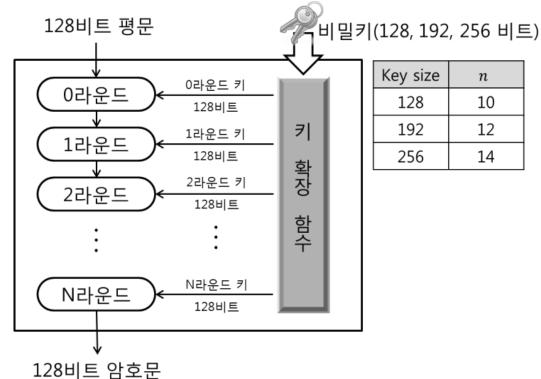
- US NIST issued call for ciphers in 1997
 - ▶ 15 candidates accepted in Jun 98
 - ▶ 5 were shortlisted in Aug-99
 - ▶ Rijndael was selected as the AES in Oct-2000
 - ▶ issued as FIPS PUB 197 standard in Nov-2001
- * AES의 공모 시 요구사항
 - ▶블록의 크기는 128 비트
 - ▶ 대칭키 암호이며 세 종류의 키(128 비트, 192 비트, 256 비트) 를 사용할 수 있어야 함
 - ▶소프트웨어와 하드웨어로 구현될 경우 모두 효율적
 - ▶모든 키를 다 찾는 전수 키 조사 이외에 현재 알려진 다른 암 호 분석 공격에 강해야 함

3.1 AES소개



- 당시 벨기에 루벤대학의 대학원생인 Rijmen과 Daemen이 설계
- AES 공모의 모든 요구사항을 만족시킴
 - × 128/192/256 bit keys, 128 bit data
 - an iterative rather than feistel cipher
 - 🗴 설계:
 - ▶ 하드웨어나 소프트웨어로 구현할 때 속도나 코드 간결성 (Compactness) 면에서 효율적
 - ▶ 알려진 블록 암호 알고리즘에 대한 공격들에 안전
 - ▶ 현재 AES에 대한 가장 실질적인 공격은 전수 키 조사
 - ▶ 최악의 경우(in the worst case) 2¹²⁸ 번의 계산이 필요 (이러한 계산량은 현재 가장 빠른 슈퍼컴퓨터가 계산을 수행해도 태양계의 수명보다 긴 시간이 필요)

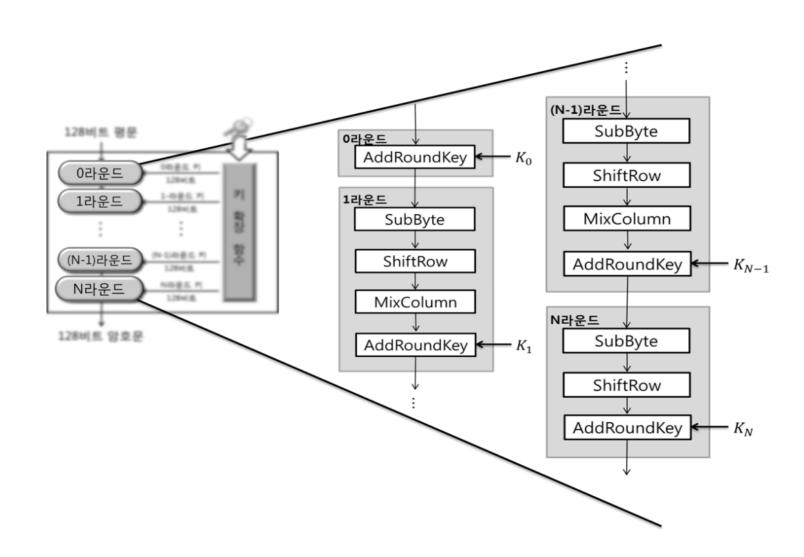
- AES 구조
 - 🗴 한 블록 : 128 비트
 - × 128, 192, 256 비트의 비밀키 에 대해 라운 드의 수는 각 각 10, 12, 14 라운드가 실행



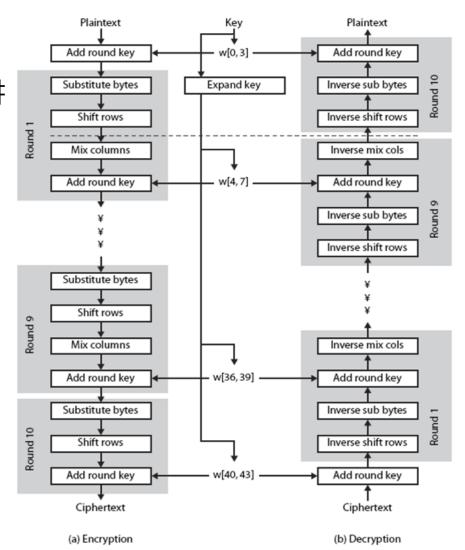
		,	_,
Key size n	Key size	n	

128	10
192	12
256	14

- 한 블록인 16 바이트(=128 비트)는 원소가 한 바이트 인 4x4 행렬로 변환됨
 - × 이 행렬을 **상태**(state)라 부름
- 한 라운드는 네 가지 계층(Layer)으로 구성
 - SubBytes : DES의 S-Box에 해당하며 한 바이트 단위로 치환을 수행.
 - ▶ 상태(state)의 한 바이트를 대응되는 S-Box의 한 바이트로 치환 한다. 이 계층은 혼돈의 원리를 구현한다.
 - ➤ ShiftRows : 상태의 한 행안에서 바이트 단위로 자리바꿈이 수행
 - MixColumns : 상태가 한 열안에서 혼합이 수행. ShiftRows와 함께 분산의 원리를 구현
 - * AddRoundKey : 비밀키(128/192/256 비트)에서 생성된 128 비트의 라운드 키와 상태가 XOR됨



- Encryption and Decryption
 - ▶ Iterative이기 때문에 모든 component가 invertible해야 함
 - ▶ Round key는 DES와 동일하 게 역순임



- 정의 3.1 군 : 집합 G와 이항 연산 ■이 조건 1~4를 만족할 때, (G, ■)을 군(group)이라 함.
 - **1. 닫혀있음(Closure) :** 집합 G의 임의의 두 원소 a와 b에 대해, c=a ■b도 G의 원소
 - **2. 결합법칙(Associativity) :** G의 임의의 원소 a, b, c에 대해 (a b) c = a (b c)
 - **3. 항등원 존재(Existence of Identity) :** G의 임의의 원소 a에 대해 e ■a = a ■e = a를 만족하는 항등원 e가 존재
 - **4. 역원 존재(Existence of Inverse) :** G의 임의의 원소 a에 대해 a a' = a' ■a = e 를 만족하는 역원이 존재.
 - 5. 교환법칙(Commutativity): G의 임의의 원소 a와 에 대해 a ■b=b a 를 만족한다. 이 조건을 만족하는 군을 가환군 (Commutative group) 또는 아벨군(Abelian Group)이라 함

- **예제 3.1** : (ℤ₃, +)이 군임을 보이시오
 - * 풀이): Z₃ ={0,1,2} → "+"는 모듈로 3에서의 덧셈 연산
 - ▶ 닫혀있음 : \mathbb{Z}_3 의 임의의 두 원소와 +연산을 수행하여 얻은 결과 값은 다시 \mathbb{Z}_3 의 원소가 되므로 \mathbb{Z}_3 은 +연산에 대하여 닫혀있다.
 - $-0+0 \equiv 0 \pmod{3}, \ 0+1 \equiv 1 \pmod{3}, \ 0+2 \equiv 2 \pmod{3}$
 - $-1+0 \equiv 1 \pmod{3}, 1+1 \equiv 2 \pmod{3}, 1+2 \equiv 0 \pmod{3}$
 - $-2+0 \equiv 2 \pmod{3}, \ 2+1 \equiv 0 \pmod{3}, \ 2+2 \equiv 1 \pmod{3}$
 - ▶ 결합법칙 : \mathbb{Z}_3 의 임의의 세 원소 $a,b,c \in \mathbb{Z}_3$ 에 대하여
 - $(a+b) + c \equiv a+b+c \equiv a+(b+c) \pmod{3}$
 - ▶항등원
 - \mathbb{Z}_3 의 임의의 원소 a에 대하여 $a+0 \equiv a \equiv 0+a \ (mod\ 3)$ 을 만족하므로, 항등원 0이 존재
 - ▶ 역원
 - \mathbb{Z}_3 의 임의의 원소 a에 대하여, $a + (-a) \equiv 0 \ (mod \ 3)$ 이므로 a 의 역원 -a이 존재

■ 위수(Order):

- 🗴 군의 위수 : 군의 원소의 개수
- ▶ 원소의 위수 : 원소 a에 대하여 a^m = e가 되는 최소 정수 m
 - \triangleright G = $\langle Z_{6'} + \rangle$: the orders of the elements are
 - ord(0) = 1, ord(1) = 6, ord(2) = 3, ord(3) = 2, ord(4) = 3, ord(5) = 6.
 - ▶ G = $\langle Z_{10}^*, \times \rangle$: the orders of the elements are ord(1) = 1, ord(3) = 4, ord(7) = 4, ord(9) = 2.

■ 순환 군

- * 군의 모든 원소가 군의 한 원소의 지수승으로 표현됨
 - ► a = g^k for some g and every a in group (g^k means applying a group operation k times. g⁰ is e.)
 - ▶ i.e., {e, g, g^1 , . . . , g^{n-1} }, and $g^{n-1} = e$
 - ▶ "a"는 군을 생성하므로 군의 "생성자(generator)" 혹은 "원시 원소(primitive element)"라 불림
- $Z^*_7 = \{1, 2, ..., 6\}, x\}$ is a cyclic group.
 - ▶ 3 mod 7 = 3, 9 mod 7 = 2, 27 mod 7 = 6, 81 mod 7 = 4, 243 mod 7 = 5, 729 mod 7 = 1.

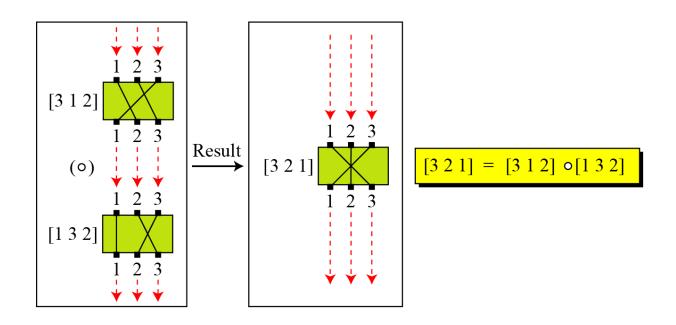
So 3 is a generator

▶ 2 mod 7 = 2, 4 mod 7 = 4, 8 mod 7 = 1.

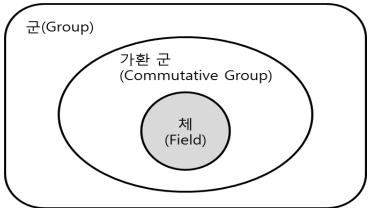
So 2 is not a generator

the permutation group

using two permutations one after another cannot strengthen the security of a cipher



- 정의 3.2 체 : 집합 F 위에 덧셈 연산 +와 곱셈 연산 × 이 정의되어 있고 다음 조건을 만족할 때, (F,+,×)를 체(Field)라 함
 - 1. (F,+)는 가환군
 - 2. (F,x)는 가환군 (단, 덧셈 연산의 항등원의 경우 곱셈 연산 에 대한 역원이 존재하지 않는다.)
 - 3. 덧셈 연산에 대한 곱셈 연산의 분배 법칙이 성립 -F의 임의의 원소 a,b,c에 대해 $a \times (b+c) = a \times b + a \times c$ 가 성립 _____



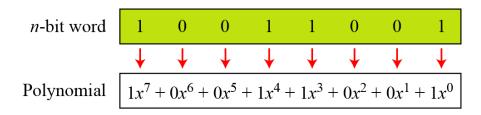
- **유한체**: 원소의 개수가 유한
 - * 암호학에서는 유한체만을 다름
 - **※ 갈루아(Galois)** : 위수 m을 갖는 체의 경우 m은 반드시 소수 의 지수승으로 표현됨
 - ▶ 양수 n과 소수 p에 대하여 $m = p^n$
 - ▶ p^n 의 원소를 갖는 체를 $GF(p^n)$
 - \times 예제 : $(\mathbb{Z}_7, +, \times)$: $(\mathbb{Z}_7, +)$ 는 덧셈군, (\mathbb{Z}_7, \times) 는 곱셈군
 - ▶ 역원

а	0	1	2	3	4	5	6
-a	0	6	5	4	3	2	1
a + (-a)	0	0	0	0	0	0	0
		1					
а	0	1	2	3	4	5	6
a^{-1}		1	4	5	2	3	6
и		1	T	3		3	
$a \times a^{-1}$		1	1	1	1	1	1

- 소수 체(Prime Field)
 - * 유한 체 $GF(p^n)$ 중에 n=1인 유한 체를 소수 체라 하며 그 원소는 $\{0,1,\ldots,p-1\}$
 - * AES에서 중요한 소수체는 $GF(2) = \{0,1\}$
 - ▶ *GF*(2)에서 덧셈은 XOR연산과 동일하며 곱셈은 논리적 AND 연산과 동일

- 확장 체(Extension Field) $GF(2^n)$
 - * 암호에서는 (+, -, x, /) 필요 → 즉 체 필요
 - × 컴퓨터에서 양수는 n bit가 배정, 즉 $0\sim 2^n-1$
 - * 2^n 은 소수가 아님 \rightarrow 4칙 연산 불가 \rightarrow 새로운 연산 정의필 요
 - × $GF(2^n)$, n>1, 은 확장 체라 불림
 - ▶ 원소에 대한 새로운 개념 → 다항식
 - ▶ 각 원소에 대한 연산을 새롭게 정의 > 다항 연산

- $\blacksquare GF(2^n)$ 의 원소
 - * 최고차항이 n-1이며, 최고 n개의 항을 갖는 다항식
 - * 계수(coefficient)는 *GF*(2) 의 원소(즉, 0이나 1)
 - $f(x) = a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \dots + a_1x^1 + a_0x^0, \ a_i \in GF(2) = \{0,1\}$
 - × AES에서는 *GF*(2⁸)
 - $a_7x^7 + a_6x^6 + \cdots + a_1x^1 + a_0x^0$
 - ▶ 8 비트인 $(a_7, a_6, a_5, a_4, a_3, a_2, a_1, a_0)$ 만 저장



First simplification
$$1x^7 + 1x^4 + 1x^3 + 1x^0$$

Second simplification
$$x^7 + x^4 + x^3 + 1$$

 $\blacksquare GF(2^n)$ 의 덧셈 연산

$$f(x) = a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \dots + a_1x^1 + a_0x^0$$

 $f(x) + g(x) = (a_{n-1} + b_{n-1} \mod 2)x^{n-1} + (a_{n-2} + b_{n-2} \mod 2)x^{n-2} + \dots + (a_1 + b_1 \mod 2)x^1 + (a_0 + b_0 \mod 2)x^0$

- $\blacksquare GF(2^n)$ 의 곱셈 연산
 - ✗ 계수 계산은 GF(2)에서
 - $x^i x^j = x^{i+j}$
 - ▶i+j > n -1일 경우, 집합 $GF(2^n)$ 이 곱셈에 대하여 닫혀 있기 위해서는 n차 <u>기약 다항식</u>을 이용한 모듈로 연산으로 곱셈의 결과가 (n-1)차 이하인 다항식이 되도록 해야 힘
 - ▶ <u>기약 다항식</u>: 1과 그 자신만을 인수로 갖는 다항식 - (X² + 1) = (X+1)(X+1) → 기약 다항식이 아님

Degree	Irreducible Polynomials
1	(x+1),(x)
2	$(x^2 + x + 1)$
3	$(x^3 + x^2 + 1), (x^3 + x + 1)$
4	$(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1), (x^4 + x^3 + 1), (x^4 + x + 1)$
5	$(x^5 + x^2 + 1), (x^5 + x^3 + x^2 + x + 1), (x^5 + x^4 + x^3 + x + 1),$ $(x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + 1), (x^5 + x^4 + x^2 + x + 1)$

- **GF**(2ⁿ)의 곱셈 연산
 - $(x^5 + x^2 + x) \times (x^7 + x^4 + x^3 + x^2 + x)$ in GF(28) with irreducible polynomial $(x^8 + x^4 + x^3 + x + 1)$

$$P_{1} \otimes P_{2} = x^{5}(x^{7} + x^{4} + x^{3} + x^{2} + x) + x^{2}(x^{7} + x^{4} + x^{3} + x^{2} + x) + x(x^{7} + x^{4} + x^{3} + x^{2} + x)$$

$$P_{1} \otimes P_{2} = x^{12} + x^{9} + x^{8} + x^{7} + x^{6} + x^{9} + x^{6} + x^{5} + x^{4} + x^{3} + x^{8} + x^{5} + x^{4} + x^{3} + x^{2}$$

$$P_{1} \otimes P_{2} = (x^{12} + x^{7} + x^{2}) \mod (x^{8} + x^{4} + x^{3} + x + 1) = x^{5} + x^{3} + x^{2} + x + 1$$

$$x^{4} + 1$$

$$x^{8} + x^{4} + x^{3} + x + 1$$

$$x^{12} + x^{7} + x^{2}$$

$$x^{12} + x^{8} + x^{7} + x^{5} + x^{4}$$

$$x^{8} + x^{5} + x^{4} + x^{2}$$

$$x^{8} + x^{4} + x^{3} + x + 1$$

Remainder
$$x^5 + x^3 + x^2 + x + 1$$

- $\blacksquare GF(2^n)$ 의 역 연산
 - ㆍ 덧셈 f(x) XOR f(x) = 0 → 역원은 f(x)
 - * 곱셈 역원은 $f(x) \times f(x)^{-1} \mod (irreducible poly) = 1$
 - ▶ 정수와 동일하게 확장 유클리드 알고리즘을 이용
 - * 예제 : $GF(2^4)$ 에서 modulo $(x^4 + x + 1)$ 에서 $(x^2 + 1)$ 의 역은?

q	r_I	r_2	r	t_I	t_2	t
$(x^2 + 1)$	$(x^4 + x + 1)$	$(x^2 + 1)$	(x)	(0)	(1)	$(x^2 + 1)$
(x)	$(x^2 + 1)$	(x)	(1)	(1)	$(x^2 + 1)$	$(x^3 + x + 1)$
(x)	(x)	(1)	(0)	$(x^2 + 1)$	$(x^3 + x + 1)$	(0)
	(1)	(0)		$(x^3 + x + 1)$	(0)	

■ 컴퓨터 구현

* multiplying $P_1 = (x^5 + x^2 + x)$ by $P_2 = (x^7 + x^4 + x^3 + x^2 + x)$ in GF(28) with irreducible polynomial $(x^8 + x^4 + x^3 + x + 1)$

Powers	Operation	New Result	Reduction			
$x^0 \otimes P_2$		$x^7 + x^4 + x^3 + x^2 + x$	No			
$x^1 \otimes P_2$	$x \otimes (x^7 + x^4 + x^3 + x^2 + x)$	$x^5 + x^2 + x + 1$	Yes			
$x^2 \otimes P_2$	$\boldsymbol{x} \otimes (x^5 + x^2 + x + 1)$	$x^6 + x^3 + x^2 + x$	No			
$x^3 \otimes P_2$	$\boldsymbol{x} \otimes (x^6 + x^3 + x^2 + x)$	$x^7 + x^4 + x^3 + x^2$	No			
$x^4 \otimes P_2$	$\boldsymbol{x} \otimes (x^7 + x^4 + x^3 + x^2)$	$x^5 + x + 1$	Yes			
$x^5 \otimes P_2$	$x \otimes (x^5 + x + 1)$	$x^6 + x^2 + x$	No			
$\mathbf{P_1} \times \mathbf{P_2} = (x^6 + x^2 + x) + (x^6 + x^3 + x^2 + x) + (x^5 + x^2 + x + 1) = x^5 + x^3 + x^2 + x + 1$						

P1 = 000100110, P2 = 10011110, modulus = 100011010 (nine bits).

Powers	Shift-Left Operation	Exclusive-Or				
$x^0 \otimes P_2$		10011110				
$x^1 \otimes P_2$	00111100	$(00111100) \oplus (00011011) = \underline{00100111}$				
$x^2 \otimes P_2$	01001110	<u>01001110</u>				
$x^3 \otimes P_2$	10011100	10011100				
$x^4 \otimes P_2$	00111000	$(00111000) \oplus (00011011) = 00100011$				
$x^5 \otimes P_2$	01000110	<u>01000110</u>				
$P_1 \otimes P_2 = (00100111) \oplus (01001110) \oplus (01000110) = 00101111$						

■ Multiplication of poly.'s in $GF(2^n)$ is done using Shift-left and \oplus .

- 블록이 상태(State)의 형태로 표현
 - * 상태는 원소가 한 바이트인 4×4행렬
 - * AES의 한 블록이 "EASYCRYPTOGRAPHY"인 경우

16 바이트

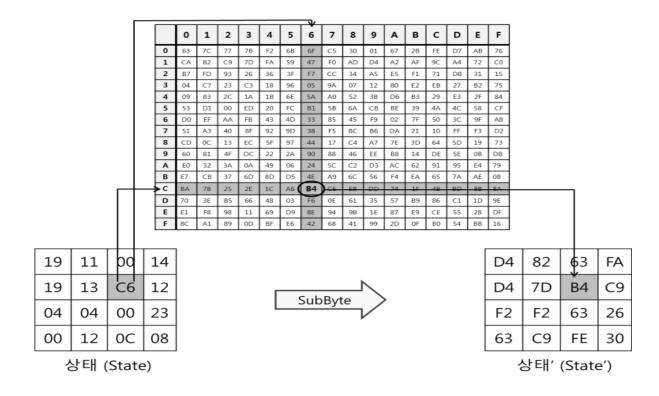
Е	А	S	Υ	С	R	Υ	Р	Т	0	G	R	А	Р	Н	Υ
04	00	12	18	02	11	18	OF	13	0E	06	11	00	OF	07	18

(텍스트를 16진수로 표현)

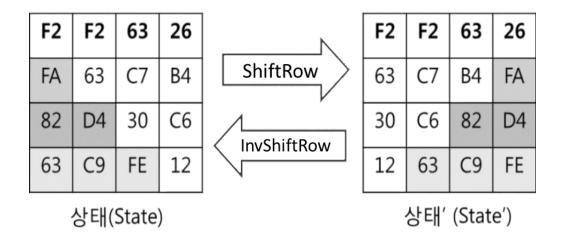


상태	4×4		
04	02	13	00
00	11	0E	OF
12	18	06	07
18	OF	11	18

- Substitute Bytes(SubBytes) 계층
 - * 한 원소가 16진수로 (xy)인 경우 상위 4 비트 값인 x가 S-Box 의 행을 결정하고 하위 4 비트 값인 y가 열을 결정



■ ShiftRows 계층



■ MixColumns 계층

- ➤ SubBytes 계층과 ShiftRows 계층은 바이트 단위로 처리
- * 충분한 분산 효과를 발생시키기 위하여, MixColumns 계층에 서는 상태의 각 열을 비트 단위로 섞어 줌

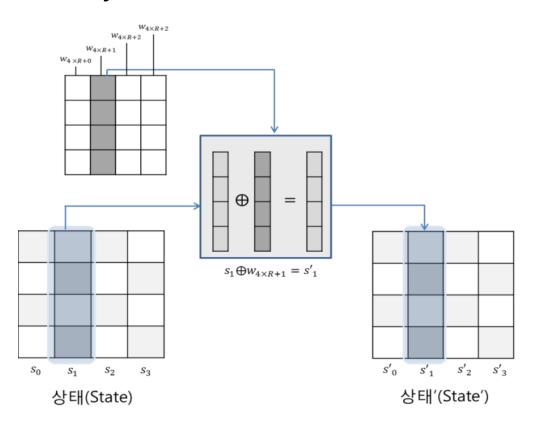
$$\begin{bmatrix} s'_{0,0} & s'_{0,1} & s'_{0,2} & s'_{0,3} \\ s'_{1,0} & s'_{1,1} & s'_{1,2} & s'_{1,3} \\ s'_{2,0} & s'_{2,1} & s'_{2,2} & s'_{2,3} \\ s'_{3,0} & s'_{3,1} & s'_{3,2} & s'_{3,3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 02 & 03 & 01 & 01 \\ 01 & 02 & 03 & 01 \\ 01 & 01 & 02 & 03 \\ 03 & 01 & 01 & 02 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_{0,0} & s_{0,1} & s_{0,2} & s_{0,3} \\ s_{1,0} & s_{1,1} & s_{1,2} & s_{1,3} \\ s_{2,0} & s_{2,1} & s_{2,2} & s_{2,3} \\ s_{3,0} & s_{3,1} & s_{3,2} & s_{3,3} \end{bmatrix}$$

$$\begin{split} s_{0,0}' &= \big(02 \cdot s_{0,0}\big) \oplus \big(03 \cdot s_{1,0}\big) \oplus \big(01 \cdot s_{2,0}\big) \oplus \big(03 \cdot s_{3,0}\big) \\ s_{1,0}' &= \big(01 \cdot s_{0,0}\big) \oplus \big(02 \cdot s_{1,0}\big) \oplus \big(03 \cdot s_{2,0}\big) \oplus \big(01 \cdot s_{3,0}\big) \\ \cdot \\ \cdot \\ s_{3,3}' &= \big(03 \cdot s_{0,3}\big) \oplus \big(01 \cdot s_{1,3}\big) \oplus \big(01 \cdot s_{2,3}\big) \oplus \big(02 \cdot s_{3,3}\big) \end{split}$$

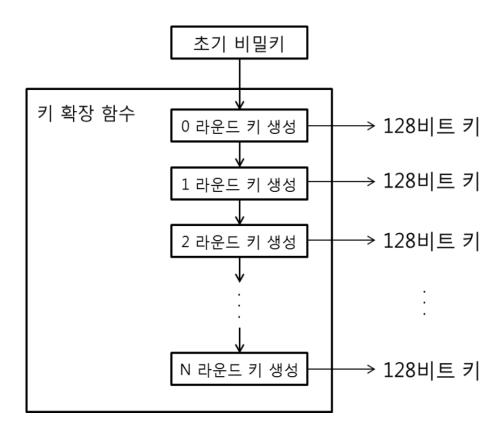
■ Inverse MixColumns 계층

$$\begin{bmatrix} 02 & 03 & 01 & 01 \\ 01 & 02 & 03 & 01 \\ 01 & 01 & 02 & 03 \\ 03 & 01 & 01 & 02 \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 0E & 0B & 0D & 09 \\ 09 & 0E & 0B & 0D \\ 0D & 09 & 0E & 0B \\ 0B & 0D & 09 & 0E \end{bmatrix}$$

AddRoundKey



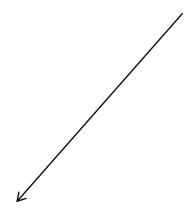
■ 키 확장(Key Expansion)



■ 키 확장 (Key Expansion)

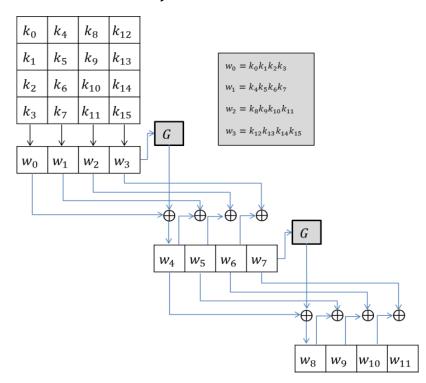
라운드	워 드						
0라운드	w_0 ,	w ₁ ,	w ₂ ,	W_3			
1라운드	W4,	w ₅ ,	w ₆ ,	W ₇			
2라운드	W ₈ ,	W ₉ ,	w ₁₀ ,	W ₁₁			
N라운드	W_{4N} , W	4N+1,	W_{4N+2} ,	W_{4N+3}			

- Key Expansion
 - $\times G(w_{4i-1}) = \text{SubWord}(\text{RotWord}(w_{4i-1})) \oplus RCons,$



Nonlinearity

→ DES의 보수 특성과 취약키 존재하지 않음



Animation of AES

3.5 AES의 분석

■ 안전성

- * 취약키(Weak Keys)와 차분 분석 방법(Differential Cryptanalysis), 선형 분석 방법 (Linear Cryptanalysis) 등을 이용한 공격에 대해 안전
- × 2011년 "Biclique 암호분석"? →
 - ▶ 소요시간 : 2¹²⁶
 - ▶ AES에 대한 가장 최선의 공격이라고 믿었던 전사적 공격(2¹²⁸의 연산이 필요)보다 4배정도 효율적인 공격 - 2⁸⁸ bits data 사용 >지구에 존재하는 모든 컴퓨터의 저장 data
 - ▶ 이는 키 길이가 56비트인 DES 암호 알고리즘에 대한 전수 조사 공격을 2⁷⁰번을 실시하는 것과 동일
 - ▶ Bruce Shneier : "공격 수법은 언제나 진화한다"
 - ▶ 현재 AES을 대체할 다른 암호가 필요한 것은 아니며 향후 새로운 공격에 대비하여 AES의 라운드 수를 증가시켜야 한다고 주장

3.6 AES 구현

- DES와는 다르게 AES는 소프트웨어로도 효율적으로 구현되도록 설계
 - 바이트 단위의 연산을 주로 수행
 - 스마트카드와 같은 8 비트 프로세서에 효율적으로 설계
 - BUT 현재 PC에 주로 사용되는 32 비트나 64 비트 프로세서에서는 비효율적
 - ▶ Rijndael의 설계자들은 효율적인 소프트웨어 구현방법을 제시
 - 한 라운드의 입력 값에 대응되는 출력 값을 표를 통해서 찾으면 되며, 모두 4개의 표가 존재
 - 표의 입력 값은 32 비트이며 이러한 표를 특별히 T-Box라 부름
 - 1.2-GHz 인텔 프로세서를 사용하며 초당 50MB 정도를 처리.
 - * AES는 DES보다 더 많은 하드웨어 자원을 요구
 - ▶ 집적 회로의 집적도(Integration Density)가 매우 높아지고 있으며 현재 상용 AES ASIC의 경우 초당 10-Ghz이상의 처리능력