Andrea Abril Palencia Gutierrez, 18198 Universidad del Valle de Guatemala
Jose Gabriel Block Staackmann, 18935
12 de sept. de 22
Métodos Numéricos

Proyecto No.2

(Métodos Iterativos)

Introducción:

A continuación se trabajará en 3 métodos iterativos, Gauss Seidel, Jacobi y Eliminación Gaussiana. Por cada uno de estos métodos se pasaron 4 matrices, 3 investigadas y un intento de una función generadora de matrices. Los métodos de Jacobi y Gauss Seidel son los equivalentes en la solución de sistemas de ecuaciones lineales al método de aproximaciones sucesivas en la solución de ecuaciones algebraicas y trascendentes.
Consiste básicamente en obtener una ecuación de recurrencia y proponer un vector solución inicial, luego se debe realizar iteraciones hasta que la diferencia entre dos vectores solución de la iteración pasada y actual cumplan con una tolerancia predefinida.

Procedimientos:

Gauss Seidel:

Primero se asigna un valor por incógnita en el conjunto.

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}, \qquad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, \qquad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}.$$

Partiendo de la primera ecuación hay que determinar un nuevo valor para la incógnita. Pasar a segunda ecuación y determinar el valor de la incógnita con el mayor coeficiente. Continuar con las ecuaciones restantes, determinando siempre el valor calculado de la incógnita que tiene el coeficiente mayor en cada ecuación, y utilizando siempre los últimos valores calculados para las otras incógnitas de la ecuación. En la primera iteración, se tienen que utilizar los valores supuestos para las incógnitas hasta que se obtenga un valor calculado. Cuando la ecuación final ha sido resuelta, proporcionando un valor para la única incógnita, se dice que se ha completado una iteración. Por último se debe iterar hasta que se tenga una respuesta válida según el criterio establecido.

$$x^{(k+1)} = Mx^{(k)} + c.$$

donde

$$A = N - P$$

definimos

$$M = N^{-1}P$$

y

$$c = N^{-1}b\,,$$

donde los coeficientes de la matriz N se definen como $n_{ij} = a_{ij}$ si $i \leq j$, $n_{ij} = 0$ si $i > j$.

Considerando el sistema $Ax = b$, con la condición de que $a_{ii} \neq 0, i = 1, \ldots, n$. Entonces

$$x_i^{(k+1)} = \frac{-\sum_{1\leq j\leq i-1} a_{ij}x_j^{(k+1)} - \sum_{i+1\leq j\leq n} a_{ij}x_j^{(k)} + b_i}{a_{ii}}, i = 1, \ldots, n \text{ (*)}$$

Jacobi:

Primero se construye la matriz planteando lo siguiente:

$A = D + R$

Donde D es una matriz diagonal y R la suma de una matriz triangular inferior L y una matriz triangular superior U, luego $R = L + U$. Partiendo de $Ax = b$, podemos reescribir dicha ecuación como:

$Dx + Rx = b$, luego: $x = D^{-1}(b - Rx)$

Si $x^{(k+1)} = D^{-1}(b - Rx^{k})$

Donde k es el contador de iteración, por último se llega a que:

$$x_i^{(k+1)} = \frac{1}{a_{ii}}\left(b_i - \sum_{j\neq i} a_{ij}x_j^{(k)}\right), i = 1, 2, 3, \ldots$$

Resultados:

Para el primer ejemplo se utilizó la siguiente matriz “a” con el resultado “b” y con el primer vector solución “x”:

```python
x = [0, 0, 0]
a = [[4, 1, 2],
     [3, 5, 1],
     [1, 1, 3]]
b = [4,7,3]
```

Gauss Seidel:

	x_1	x_2	x_3
1	1.0,	0.8,	0.39999999999999997
2	0.6000000000000001,	0.9599999999999997,	0.48000000000000004
3	0.52,	0.9919999999999998,	0.49600000000000005
4	0.504,	0.9983999999999998,	0.4992000000000001
5	0.5008,	0.99968,	0.49984
6	0.5001599999999999,	0.9999360000000002,	0.4999679999999999
7	0.500032,	0.9999872,	0.4999936
8	0.5000064,	0.9999974400000001,	0.49999871999999995
9	0.50000128,	0.999999488,	0.4999997439999999
10	0.500000256,	0.9999998976000001,	0.49999994880000004
11	0.5000000512,	0.9999999795199999,	0.4999999897600001
12	0.50000001024,	0.999999995904,	0.499999997952
13	0.500000002048,	0.9999999991808,	0.49999999959040003
14	0.5000000004095999,	0.9999999998361601,	0.49999999991808003
15	0.50000000008192,	0.9999999999672321,	0.49999999998361594
16	0.500000000016384,	0.9999999999934465,	0.49999999999672307
17	0.5000000000032768,	0.9999999999986894,	0.4999999999993445
18	0.5000000000006554,	0.9999999999997378,	0.49999999999986894
19	0.500000000000131,	0.9999999999999478,	0.49999999999997374
20	0.5000000000000262,	0.9999999999999897,	0.49999999999999467
21	0.5000000000000052,	0.9999999999999979,	0.49999999999999895
22	0.5000000000000011,	0.9999999999999994,	0.49999999999999983
23	0.5000000000000002,	0.9999999999999998,	0.5000000000000001
24	0.49999999999999994,	1.0,	0.5
25	0.5,	1.0,	0.5
26	0.5,	1.0,	0.5
27	0.5,	1.0,	0.5
28	0.5,	1.0,	0.5
29	0.5,	1.0,	0.5
30	0.5,	1.0,	0.5

```
Gauss Seidel:

Duracion: 34.500 micro secs.
```

```
Jacobi:

                         x_1                          x_2                          x_3
     ============================  ============================  ============================
  1 |                        0.5,                         1.0,                         0.5|
  2 |                        0.5,                         1.0,                         0.5|
  3 |                        0.5,                         1.0,                         0.5|
  4 |                        0.5,                         1.0,                         0.5|
  5 |                        0.5,                         1.0,                         0.5|
  6 |                        0.5,                         1.0,                         0.5|
  7 |                        0.5,                         1.0,                         0.5|
  8 |                        0.5,                         1.0,                         0.5|
  9 |                        0.5,                         1.0,                         0.5|
 10 |                        0.5,                         1.0,                         0.5|
 11 |                        0.5,                         1.0,                         0.5|
 12 |                        0.5,                         1.0,                         0.5|
 13 |                        0.5,                         1.0,                         0.5|
 14 |                        0.5,                         1.0,                         0.5|
 15 |                        0.5,                         1.0,                         0.5|
 16 |                        0.5,                         1.0,                         0.5|
 17 |                        0.5,                         1.0,                         0.5|
 18 |                        0.5,                         1.0,                         0.5|
 19 |                        0.5,                         1.0,                         0.5|
 20 |                        0.5,                         1.0,                         0.5|
 21 |                        0.5,                         1.0,                         0.5|
 22 |                        0.5,                         1.0,                         0.5|
 23 |                        0.5,                         1.0,                         0.5|
 24 |                        0.5,                         1.0,                         0.5|
 25 |                        0.5,                         1.0,                         0.5|
 26 |                        0.5,                         1.0,                         0.5|
 27 |                        0.5,                         1.0,                         0.5|
 28 |                        0.5,                         1.0,                         0.5|
 29 |                        0.5,                         1.0,                         0.5|
 30 |                        0.5,                         1.0,                         0.5|
```

```
Jacobi:

Duracion: 135.792 micro secs.
```

```
Eliminacion Gaussiana:

Duracion: 91.917 micro secs.
Resultado:
 [[0.25]
 [1.  ]
 [1.  ]]
```

En este primer caso se puede ver que Gauss Seidel se tomo 25 iteraciones en llegar a la respuesta y Jacobi una sola iteración demostrando que si hay un avance en su eficiencia, para medir correctamente el tiempo coloque proporcionalmente el tiempo que tuvo que haber tomado cuando llegó a la respuesta, por lo tanto Gauss Seidel se tomó 28.75 microsegundos, Jacobi 4.53 microsegundos y Eliminacion Gaussiana por algún motivo no pudo ni llegar a la respuesta correcta.

Ahora veremos el segundo ejemplo con la siguiente matriz “a” con el resultado “b” y con el primer vector solución “x”:

```
x = [0, 0, 0]
a = [[4.0, 2, 1],
     [ 2 , 4, 2],
     [-1 , 2, 4]]
b = [12,12,8]
```

```
Gauss Seidel:

                          x_1                          x_2                          x_3
     ============================ ============================ ============================
  1 |                       3.0,                         1.5,                         2.0|
  2 |                      1.75,                       1.125,                       1.875|
  3 |                   1.96875,                    1.078125,                    1.953125|
  4 |                1.97265625,                 1.037109375,                 1.974609375|
  5 |             1.98779296875,              1.018798828125,              1.987548828125|
  6 |          1.99371337890625,           1.009368896484375,           1.993743896484375|
  7 |        1.9968795776367188,          1.0046882629394531,          1.9968757629394531|
  8 |        1.9984369277954102,          1.0023436546325684,          1.9984374046325684|
  9 |        1.9992188215255737,           1.001171886920929,           1.999218761920929|
 10 |        1.9996093660593033,          1.0005859360098839,          1.9996093735098839|
 11 |         1.999804688617587,          1.0002929689362645,          1.9998046876862645|
 12 |        1.9999023436103016,           1.000146484351717,           1.999902343726717|
 13 |        1.9999511718924623,          1.0000732421904104,          1.9999511718779104|
 14 |        1.9999755859353172,          1.0000366210933862,          1.9999755859371362|
 15 |        1.9999877929690228,          1.0000183105469205,          1.9999877929687955|
 16 |         1.999993896484341,          1.0000091552734318,          1.9999938964843693|
 17 |        1.9999969482421918,          1.0000045776367195,          1.9999969482421882|
 18 |        1.9999984741210932,          1.0000022888183593,          1.9999984741210934|
 19 |        1.9999992370605468,          1.0000011444091799,          1.9999992370605466|
 20 |        1.9999996185302735,          1.0000005722045902,           1.999999618530273|
 21 |        1.9999998092651365,          1.0000002861022952,          1.9999998092651368|
 22 |         1.999999904632568,          1.0000001430511478,          1.9999999046325683|
 23 |         1.999999952316284,          1.0000000715255741,           1.999999952316284|
 24 |        1.9999999761581422,          1.0000000357627872,          1.9999999761581417|
 25 |        1.9999999880790709,          1.0000000178813937,           1.999999988079071|
 26 |        1.9999999940395352,           1.000000008940697,          1.9999999940395354|
 27 |        1.9999999970197675,          1.0000000044703488,          1.9999999970197675|
 28 |         1.999999998509884,          1.0000000022351745,          1.9999999985098835|
 29 |        1.9999999992549418,          1.0000000011175874,           1.999999999254942|
 30 |        1.9999999996274707,           1.000000000558794,          1.9999999996274709|
 31 |        1.9999999998137352,          1.0000000002793972,          1.9999999998137352|
 32 |        1.9999999999068678,          1.0000000001396987,          1.9999999999068674|
 33 |        1.9999999999534337,          1.0000000000698495,           1.999999999953434|
 34 |        1.9999999999767166,           1.000000000034925,          1.9999999999767168|
 35 |        1.9999999999883582,          1.0000000000174627,          1.9999999999883582|
 36 |        1.9999999999941793,          1.0000000000087315,          1.9999999999941789|
 37 |        1.9999999999970894,          1.0000000000043658,          1.9999999999970897|
 38 |        1.9999999999985445,          1.0000000000021831,          1.9999999999985447|
 39 |        1.9999999999992721,          1.0000000000010918,          1.9999999999992721|
 40 |        1.9999999999996363,           1.000000000000546,          1.9999999999996358|
 41 |         1.999999999999818,          1.0000000000002731,          1.9999999999998181|
 42 |        1.9999999999999087,          1.0000000000001368,           1.999999999999909|
 43 |        1.9999999999999543,          1.0000000000000686,          1.9999999999999543|
 44 |        1.9999999999999774,          1.0000000000000344,           1.999999999999977|
 45 |        1.9999999999999885,          1.0000000000000173,          1.9999999999999887|
 46 |         1.999999999999994,          1.0000000000000089,          1.9999999999999942|
 47 |         1.999999999999997,          1.0000000000000047,           1.999999999999997|
 48 |        1.9999999999999987,          1.0000000000000024,          1.9999999999999982|
 49 |        1.9999999999999991,          1.0000000000000013,          1.9999999999999993|
 50 |        1.9999999999999993,          1.0000000000000009,          1.9999999999999996|
 51 |        1.9999999999999996,          1.0000000000000002,                         2.0|
 52 |                       2.0,                         1.0,                         2.0|
 53 |                       2.0,                         1.0,                         2.0|
 54 |                       2.0,                         1.0,                         2.0|
 55 |                       2.0,                         1.0,                         2.0|
 56 |                       2.0,                         1.0,                         2.0|
 57 |                       2.0,                         1.0,                         2.0|
 58 |                       2.0,                         1.0,                         2.0|
 59 |                       2.0,                         1.0,                         2.0|
 60 |                       2.0,                         1.0,                         2.0|
```

```
Gauss Seidel:

Duracion: 64.875 micro secs.
```

```
Jacobi:

                                x_1                            x_2                            x_3
      ==============================  ==============================  ==============================
  1 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
  2 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
  3 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
  4 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
  5 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
  6 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
  7 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
  8 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
  9 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 10 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 11 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 12 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 13 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 14 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 15 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 16 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 17 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 18 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 19 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 20 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 21 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 22 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 23 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 24 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 25 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 26 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 27 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 28 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 29 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 30 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 31 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 32 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 33 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 34 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 35 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 36 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 37 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 38 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 39 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 40 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 41 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 42 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 43 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 44 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 45 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 46 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 47 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 48 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 49 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 50 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 51 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 52 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 53 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 54 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 55 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 56 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 57 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 58 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 59 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
 60 |                           2.0,                           1.0,                           2.0|
```

```
Jacobi:

Duracion: 1038.334 micro secs.
```

```
Duracion: 173.125 micro secs.
Resultado:
 [[2.]
 [1.]
 [2.]]
```

Parece haber un comportamiento parecido, Gauss Seidel se tomo 52 iteraciones en llegar a la respuesta y Jacobi nuevamente con una sola iteración demostrando que si hay un avance en su eficiencia, para medir correctamente el tiempo nuevamente coloque proporcionalmente el tiempo que tuvo que haber tomado cuando llegó a la respuesta, por lo tanto Gauss Seidel se tomó 56.225 microsegundos, Jacobi 17.306 microsegundos y Eliminacion Gaussiana en este ejemplo si consiguió llegar a la respuesta correcta y le tomo 173.125 microsegundos.

Por último se probó con una matriz de 6x6:

```
x = [0,0,0,0,0, 0]
a = [[4, -1,-1, 2, -1,  3],
     [-2, 6, 1, 3, -2,  1],
     [-1, 1, 7, 5,  4, -2],
     [-2, 3, 4, 8,  1, -4],
     [-3, 1, 3, 2,  6,  1],
     [ 1, 2, 3, 2,  1,  7]]
b = [3,9,-6, 10, -4, 8]
```

Gauss Seidel:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6
1	0.75,	1.75,	-1.0,	1.28125,	-0.5104166666666666,	0.6711309523809524
2	-0.33407738095238093,	0.632688492063492,	-1.427012471655329,	2.042096265589569,	-1.0182011172524563,	1.1833923425521002
3	-1.611723663919933,	-0.35708637166837603,	-1.5750756380121966,	2.4874856033343633,	-1.6518702092126099,	1.6754317605481657
4	-2.646324676801601З,	-1.1932004507612468,	-1.4188868406807718,	2.7895120766011123,	-2.2905948285586057,	2.000136682246113
5	-3.370529079985297,	-1.878672314742747,	-1.182394924217352,	2.989460004833764,	-2.7774644740791214,	2.210514706647777
6	-3.86224896066252,	-2.3793211110691668,	-0.9856200805928758,	3.1219336293655244,	-3.117491249086432,	2.350196487847838
7	-4.19422229075576,	-2.725634062505987,	-0.8439854861479985,	3.2103345938845274,	-3.349323671155698,	2.4437287653711968
8	-4.417699675923082,	-2.96079895917239,	-0.746260210115448,	3.269534637346661,	-3.5060529130525047,	2.5064374089961987
9	-4.567873396005565,	-3.1194389548394788,	-0.6798601653852818,	3.3092266603857166,	-3.6115819111315,	2.5484943417429196
10	-4.668704344339114,	-3.226147778076003,	-0.6350533628828365,	3.3358509218980386,	-3.6825002253053047,	2.576708338664123
11	-4.736382056513148,	-3.2978287175187178,	-0.6049129099907372,	3.353713407431825,	-3.7301189792627145,	2.5956386265602656
12	-4.781800825329154,	-3.34595092467479,	-0.5846662525203002,	3.3656987023688796,	-3.7620814708416326,	2.608340785477644
13	-4.812279602301853,	-3.3782487977251585,	-0.5710738374427535,	3.373740893886874,	-3.7835318450172557,	2.616864109617705
14	-4.832732149203008,	-3.3999234903793503,	-0.5619510755647991,	3.379137344809913,	-3.797926421628801,	2.6225834412378686
15	-4.846456500226596,	-3.414468373968934,	-0.5558288973308977,	3.382758487169684,	-3.807585808382566,	2.626421253457194
16	-4.855665953598337,	-3.4242285569328597,	-0.5517205845813207,	3.3851883655173163,	-3.8140675891016698,	2.6289965256107224
17	-4.861845759620662,	-3.4307779558376694,	-0.5489637462487782,	3.386818878101419,	-3.818417061015257,	2.630724602122108
18	-4.865992581417716,	-3.435172795840588,	-0.5471138182541398,	3.3879129959008223,	-3.8213356812623154,	2.631884188188855
19	-4.868775212931313,	-3.43812185767074,	-0.5458724619053879,	3.38864717859861,	-3.823294156798852,	2.632662301941512
20	-4.870642434849184,	-3.440100759854671,	-0.545039476701304,	3.38913983515447,	-3.82460834780657,	2.633184437451438
21	-4.87189539175645,	-3.4414286575565973,	-0.5444805205490063,	3.389470421120655,	-3.825490205959746,	2.633534804605014
22	-4.872736160030426,	-3.4423197132330525,	-0.5441054456216624,	3.389692253313095,	-3.82608195687074,	2.6337699105151526
23	-4.873300338474276,	-3.442917635920468,	-0.5438537600865737,	3.3898411087613125,	-3.8264790378800693,	2.6339276729903394
24	-4.873678917595189,	-3.44331885835637,	-0.5436848722206323,	3.389940994825336,	-3.8267454900680513,	2.634033535912458
25	-4.873932954508275,	-3.443588089553414,	-0.5435715438549175,	3.390008021097656,	-3.826924286752405,	2.6341045728195644
26	-4.874103420203685,	-3.443768751028299,	-0.5434954974307022,	3.390052997553875,	-3.827044264202993,	2.6341522405210904
27	-4.874217807333254,	-3.443889979804084,	-0.5434444682063412,	3.390083177982308,	-3.8271247723437276,	2.634184226848508
28	-4.87429564216074,	-3.4439713276181156,	-0.5434102262053672,	3.3901034298726787,	-3.8271787955013115,	2.6342056905463376
29	-4.874346070177291,	-3.4440259142193685,	-0.5433872488890562,	3.3901170194433012,	-3.8272150465130466,	2.634220093272806
30	-4.874380632081623,	-3.4440625433171657,	-0.5433718304833092,	3.3901261384157193,	-3.8272393719303364,	2.6342297578949685

```
Gauss Seidel:

Duracion: 194.958 micro secs.
```

```
Jacobi:

                      x_1                        x_2                        x_3                        x_4                        x_5                        x_6
    ========================== ========================== ========================== ========================== ========================== ==========================
 1 |    -4.874403824061789,        -3.4440793917804555,       -0.5433616824759676,        3.390134011403962,        -3.827240982700697,        2.6342297578949685|
 2 |    -4.874409838362488,        -3.444093287192643,        -0.5433672918154885,        3.3901296589252787,       -3.82725746894665,         2.634231516420482|
 3 |    -4.874417978766696,        -3.444097969333184,        -0.5433531338812393,        3.3901391108429357,       -3.8272541977865657,       2.634242348470047|
 4 |    -4.8744276420242505,       -3.4441084833706896,       -0.5433591536516905,        3.390136759707234,        -3.8272695225798508,       2.634235613596782|
 5 |    -4.874429379951762,        -3.4441135113791663,       -0.5433505199538236,        3.390139844704664,        -3.8272676857930397,       2.634245438983726|
 6 |    -4.874436930871634,        -3.4441180974389156,       -0.5433504958509005,        3.3901416619721516,       -3.827274699501283,        2.6342422798507537|
 7 |    -4.874438364071915,        -3.4441233384436902,       -0.5433491122266909,        3.3901407791101725,       -3.8272778019030564,       2.6342451412655925|
 8 |    -4.87444180864764,         -3.44412511638656,         -0.543345347290811,         3.3901435128824287,       -3.827278519429653,        2.634246945903154|
 9 |    -4.874444211645336,        -3.4441287989023692,       -0.5433466124497579,        3.390142428008739,        -3.8272830398919897,       2.6342456538511416|
10 |    -4.874445067203755,        -3.444130138083709,        -0.5433434407880601,        3.390143759814003,        -3.8272824180921643,       2.6342485472391224|
11 |    -4.8744472895773265,       -3.444131892747485,        -0.5433438516204514,        3.3901438312555636,       -3.827285134671751,        2.634247223457073|
12 |    -4.8744475529805085,       -3.4441332856835785,       -0.543342795358073,         3.390143816758706,        -3.8272855511818906,       2.6342485860134675|
13 |    -4.874448755945339,        -3.4441339082093854,       -0.5433419963337093,        3.390144478469721,        -3.827286201119101,        2.634248632583766|
14 |    -4.874449240088234,        -3.44413499763135,         -0.5433421672058033,        3.39014411619081,         -3.827287326691452,        2.634248543649271|
15 |    -4.87444958871451,         -3.444135309762545,        -0.5433412041923693,        3.3901445853536663,       -3.827287166174472,        2.634249261611168|
16 |    -4.874450158917556,        -3.4441358872096264,       -0.5433414311142961,        3.3901444726559045,       -3.827288046020396,        2.634248830897693|
17 |    -4.874450200587302,        -3.4441362046045025,       -0.543340969872926,         3.390144554732765,        -3.827288012068276,        2.6342493324840404|
18 |    -4.874450573365839,        -3.4441364086867607,       -0.5433408652007771,        3.390144679266881,        -3.827288321581366,        2.6342492031454046|
19 |    -4.8744506408597195,       -3.4441366942732796,       -0.5433408383424585,        3.390144584286837,        -3.827288546247932,        2.6342492784841847|
20 |    -4.874450770722475,        -3.4441367612029232,       -0.5433405894372184,        3.3901447268318634,       -3.8272885267227266,       2.634249417443987|
21 |    -4.874450895839639,        -3.4441369338987933,       -0.5433406716999984,        3.390144662051421,        -3.827288775626759,        2.6342493049284252|
22 |    -4.874450905028417,        -3.4441369937192476,       -0.5433405085477234,        3.390144711519694,        -3.8272887279252323,       2.6342494614658767|
23 |    -4.874451009407306,        -3.444137058897423,        -0.5433405191821367,        3.3901447223850676,       -3.8272888467046826,       2.634249388999418|
24 |    -4.874451009138157,        -3.4441371248660775,       -0.5433404853739506,        3.3901447046635695,       -3.8272888742579396,       2.6342494409547297|
25 |    -4.874451054172324,        -3.444137139393947,        -0.5433404326641016,        3.3901447419868225,       -3.8272888827847353,       2.634249454274709|
26 |    -4.874451075410139,        -3.444137186914199,        -0.5433404550034473,        3.3901447175471464,       -3.8272889438965123,       2.634249432823373|
27 |    -4.8744510798446425,       -3.444137194845778,        -0.5433404049998395,        3.390144738140764,        -3.827288923703924,        2.634249474721585|
28 |    -4.874451105998956,        -3.4441372152068617,       -0.5433404187776885,        3.3901447334297092,       -3.827288963448624,        2.6342494474225875|
29 |    -4.874451101640089,        -3.4441372279715305,       -0.5433404013287101,        3.39014473273405,         -3.8272889601231572,       2.6342494699049928|
30 |    -4.874451116151619,        -3.444137231717488,        -0.5433403938623135,        3.3901447407115475,       -3.82728896805595,         2.6342494651749058|
```

```
Jacobi:

Duracion: 399.042 micro secs.
```

```
Eliminacion Gaussiana:

Duracion: 73.791 micro secs.
Resultado:
 [[-3.32721354]
 [-1.5875    ]
 [-1.25260417]
 [ 2.265625  ]
 [-2.1875    ]
 [ 2.25      ]]
```

En este caso se puede notar que con 30 iteraciones Jacobi en la primera iteración ya estaba más adelantado que Gauss Seidel en la 30. Esto nos dice que Jacobi es mucho más eficiente que Gauss Seidel nuevamente y parece ser que es de forma exponencial, mientras más grande sea la matriz n veces será Jacobi más eficiente que Gauss Seidel.

Debe percibirse que el método de Jacobi es un antecedente del método de Gauss-Seidel, por lo tanto lo mejora de forma notable al acelerar su convergencia. Considero que es importante que estos métodos del género de las aproximaciones sucesivas dependen fundamentalmente de su criterio de convergencia. En este caso, de la diagonal dominante.

Referencias:

- https://stackoverflow.com/questions/8795758/generating-a-strictly-diagonally-dominant-matrix

- https://www.ingenieria.unam.mx/pinilla/PE105117/pdfs/tema3/3-3_metodos_jacobi_gauss-seidel.pdf
- https://www.maa.org/press/periodicals/loci/joma/iterative-methods-for-solving-iaxi-ibi-gauss-seidel-method
- https://es.wikipedia.org/wiki/Método_de_Jacobi
- https://es.wikipedia.org/wiki/Método_de_Gauss-Seidel