

doi:10.13436/j.mkjx.201704016

基于虚拟复合关节等效变换的机构运动能力特性分析*

罗建国¹, 卜泽昊², 韩建友³

(1. 华北科技学院, 北京 101601; 2. 华北科技学院 研究生院, 北京 101601; 3. 北京科技大学 机械工程学院, 北京 100083)

摘 要: 引入虚拟复合关节理论及其特性参数分析方法, 运动链输出末端的运动能力特性可以通过计算分析虚拟复合关节的瞬时/全周当量转角域、瞬时/全周当量平移域得到。将运动链按关节组成分为 3 种情形进行分析, 把复合关节当量转角域和当量平移域求解出来。以 6 自由度串联机器人为例, 利用 MATLAB 计算分析得到给定条件下相应的量化结果, 借助平面六维拓扑表示图可以实现对该机器人输出末端全周当量转角域、全周当量平移域等运动能力特性参数的简洁直观、具体清晰的区间表示, 进而获得其自由度、工作空间、奇异特性。

关键词: 虚拟复合关节; 等效变换; 当量转角域; 当量平移域; 拓扑图

中图分类号: TP387 **文献标志码:** A **文章编号:** 1003-0794(2017)04-0044-05

Analysis on Moving Capability Characteristics of Mechanism Based on Equivalent Transformation of Virtual Compound Joint

LUO Jian-guo¹, BU Ze-hao², HAN Jian-you³

(1. North China Institute of Science and Technology, Beijing 101601, China; 2. Graduate School, North China Institute of Science and Technology, Beijing 101601, China; 3. College of Mechanical Engineering, Beijing University of Science and Technology, Beijing 100083, China)

Abstract: The theory of virtual compound joint and analysis method based on its characteristic parameters are introduced, the moving capability characteristics of output terminal in kinematic chain can be obtained through the calculation and analysis of virtual compound joint's instantaneous or global equivalent rotation angle domain and instantaneous or global equivalent translation domain. The equivalent rotation angle domain and equivalent translation domain of compound joint are obtained respectively from three different cases, which are divided according to joints of kinematic chain. Example research on a series robot with six degrees of freedom is carried, the corresponding quantified results under given conditions are obtained by using MATLAB. With the help of planar six-dimensional topological graph, the results of series robot's moving capability characteristics such as global equivalent rotation angle domain and global equivalent translation domain are presented by intuitive description and specific quantification method, the degree of freedom, working space, singularity are obtained at the same time.

Key words: virtual compound joint; equivalent transformation; equivalent rotation angle domain; equivalent translation domain; topological graph

1 复合关节基本定义

基于 D-H 表示法构建机构运动链的齐次坐标, 给每个关节指定一个参考坐标系, 对于运动链的齐次坐标变换, 表面上是末端输出点坐标逐渐向基础坐标系变换的过程, 而实质是末端点运动特性向运动链固定点转化的过程, 转化过程中不断由末端向基础坐标点增加关节运动能力。

(1) 虚拟复合关节 假设将运动链上各关节进行融合叠加, 可以得到一个新的虚拟关节, 它具有运动链上各关节的运动能力, 在此将其定义为虚拟复合关节(以下简称复合关节), 它由一虚拟 T 关节或虚拟 S 关节与其固连的一段虚拟杆组成, 当运动链

中存在移动关节时, 虚拟杆为瞬时可变长度杆, 否则为瞬时固定长度杆;

(2) 复合关节等效变换 将代表复合关节的运动链沿着基础坐标系三坐标方向的当量平移和绕三坐标轴的当量转动所对应的变换定义为复合关节的等效变换, 如式(1)所示, 等式右边前 3 项中的参数分别表示沿基础坐标的当量平移, 等式右边后 3 项中的参数分别表示绕基础坐标的当量转角;

$$F = \text{trans}(x, p_x') \text{trans}(y, p_y') \text{trans}(z, p_z') \text{rot}(x, \alpha^m) \text{rot}(y, \beta^m) \text{rot}(z, \gamma^m) \quad (1)$$

(3) 复合关节当量主转角 给定运动链各关节空间位姿, 在复合关节等效变换中, 把绕基础坐标系三坐标 x, y, z 轴的转动变换所对应的角度值 $\alpha^m, \beta^m, \gamma^m$,

* 中央高校基本科研业务费资助项目(3142015023); 国家自然科学基金资助项目(51275034); 河北省重点研发计划资助项目(15275508)

定义为复合关节当量主转角;

(4)虚拟杆长 给定运动链各关节空间位姿,从基础坐标系原点至复合关节上虚拟杆输出末端点 $P'(P'_x, P'_y, P'_z)$ 之间的长度距离 $l_e = \sqrt{(P'_x)^2 + (P'_y)^2 + (P'_z)^2}$, 定义为复合关节虚拟杆长;

(5)复合关节当量转角 给定运动链各关节空间位姿,复合关节当量主转角和当量副转角的并集共同构成了复合关节的当量转角 $\alpha^e, \beta^e, \gamma^e$;

(6)复合关节当量平移 给定运动链各关节空间位姿,复合关节当量主平移和当量副平移的并集共同构成了复合关节的当量平移 P_x^e, P_y^e, P_z^e 。

由前述基本理论和表达式可以得到等效传递矩阵 $T=F$, 所以式(2)中对应项相等。有

$$\begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & t_{24} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & t_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c\beta^m c\gamma^m & -c\beta^m s\gamma^m & s\beta^m & p'_x \\ s\alpha^m s\beta^m c\gamma^m + c\alpha^m s\gamma^m & -s\alpha^m s\beta^m s\gamma^m + c\alpha^m c\gamma^m & -s\alpha^m c\beta^m & p'_y \\ -c\alpha^m s\beta^m c\gamma^m + s\alpha^m s\gamma^m & c\alpha^m s\beta^m s\gamma^m + s\alpha^m c\gamma^m & c\alpha^m c\beta^m & p'_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

2 复合关节特性参数计算分析

基于虚拟复合关节等效变换可以对机构的运动能力特性进行分析,在此以具有单一串联运动链的机构为例,主要分析机构输出末端运动能力的空间方向特性、范围特性、范围关系特性。要分析这三类特性,需借助本文定义的虚拟复合关节基本理论,可以将分析运动链输出末端运动能力特性的复杂问题,简化为分析复合关节当量转角域、当量平移域的问题,将等效运动支链的空间运动能力特性分析结果用平面六维拓扑图表示出来,从而可以得到简洁直观、清晰具体的机构自由度、工作空间、奇异空间平面六维量化结果。

2.1 复合关节当量转角域分析

第1步 利用式(2)来分析计算复合关节当量主转角,观察和分析式(2)可以按以下5种情形进行具体求解。

(1)当 $\sin \beta^m \neq 0, \cos \beta^m \neq 0$ 时

可以求得 $\alpha^m = \arcsin(-\frac{t_{23}}{\cos \beta^m}), \beta^m = \arcsin(t_{13}),$

$\gamma^m = \arcsin(-\frac{t_{12}}{\cos \beta^m})$ 。

(2)当 $\sin \beta^m = 0, \cos \beta^m = 1$ 时

可以求得 $\alpha^m = \arccos(t_{33}), \gamma^m = \arcsin(-t_{12}), \beta^m = (0/360^\circ)/(-360^\circ)$ 。

(3)当 $\sin \beta^m = 0, \cos \beta^m = -1$ 时

可以求得 $\alpha^m = \arccos(-t_{33}), \gamma^m = \arcsin(t_{12}), \beta^m = 180^\circ/(-180^\circ)$ 。

(4)当 $\sin \beta^m = -1, \cos \beta^m = 0$ 时

可以得到 $\gamma^m - \alpha^m = \arctan(t_{21}/t_{31})$, 接下来分2种情形进行分析:

假设1 为了简化变换,令 $\gamma^m = 0$, 则有 $\alpha^m = -\arctan(t_{21}/t_{31})$, 从而可以求得 α^m 的极大极小值,此时复合关节等效变换矩阵退化为只有当量主转角 α^m, β^m 的情形,且知 $\beta^m = 270^\circ/(-90^\circ)$ 。

假设2 令 $\alpha^m = 0$, 则有 $\gamma^m = \arctan(t_{21}/t_{31})$, 从而可以求得 γ^m 的极大极小值,此时复合关节等效变换矩阵退化为只有当量主转角 β^m, γ^m 的情形,且知 $\beta^m = 270^\circ/-90^\circ$ 。

通过上述2种假设,可以找到当量转角的极值范围,由于2种退化情况均有可能发生,所以需要综合使用假设1、假设2的分析结果,从而得到当量主转角。

(5)当 $\sin \beta^m = 1, \cos \beta^m = 0$ 时

可以得到 $\gamma^m + \alpha^m = \arctan(-t_{21}/t_{31})$, 接下来分2种情形进行分析:

假设1 为了简化变换,令 $\gamma^m = 0$, 则有 $\alpha^m = \arctan(-t_{21}/t_{31})$, 从而可以求得 α^m 的极大极小值,此时复合关节等效变换矩阵退化为只有当量主转角 α^m, β^m 的情形,且知 $\beta^m = 90^\circ/(-270^\circ)$ 。

假设2 令 $\alpha^m = 0$, 则有 $\gamma^m = \arctan(-t_{21}/t_{31})$, 从而可以求得 γ^m 的极大极小值,此时复合关节等效变换矩阵退化为只有当量主转角 β^m, γ^m 的情形,且知 $\beta^m = 90^\circ/-270^\circ$ 。

通过上述2种假设,可以找到当量转角的极值范围,由于2种退化情况均有可能发生,所以需要综合使用假设1、假设2的分析结论,从而得到对应当量主转角 $\alpha^m, \beta^m, \gamma^m$, 进而得到复合关节的瞬时主转角分量域,如式(3)所示。

$$\begin{cases} \{\alpha^{ms}\} = [0, \alpha^m]/[\alpha^m, 0] \\ \{\beta^{ms}\} = [0, \beta^m]/[\beta^m, 0] \\ \{\gamma^{ms}\} = [0, \gamma^m]/[\gamma^m, 0] \end{cases} \quad (3)$$

当运动链的各关节在全空间范围内运动时,复合关节的瞬时主转角分量域为一系列区间,对所有区间求取并集,得到具有正极大值或(和)负极小值的区间,该区间即为复合关节的全周主转角分量域,如式(4)所示,具有等式右边3种情形中的一种。

$$\begin{cases} \{\alpha^{mc}\} = [\min(\alpha^m), \max(\alpha^m)]/[0, \max(\alpha^m)]/[\min(\alpha^m), 0] \\ \{\beta^{ms}\} = [\min(\beta^m), \max(\beta^m)]/[0, \max(\beta^m)]/[\min(\beta^m), 0] \\ \{\gamma^{ms}\} = [\min(\gamma^m), \max(\gamma^m)]/[0, \max(\gamma^m)]/[\min(\gamma^m), 0] \end{cases} \quad (4)$$

第2步 当运动链中具有可伸缩的移动关节时,利用等效传递矩阵 T , 计算分析复合关节当量副转角。

(1)当运动链处于空间中某一确定位姿时,同时已知运动链中可伸缩移动关节的运动区间范围为

$[0, \alpha_i^{\max}]$, 其中存在 $\alpha_i (i=1, 2, \dots, 6)$, 当移动关节伸缩长度为 0 时, 虚拟杆轴线与基础坐标系 x, y, z 三坐标轴的方向余弦角度为

$$\begin{cases} \alpha_0^{rs} = \arccos(t_{14} / \sqrt{t_{14}^2 + t_{24}^2 + t_{34}^2}) \\ \beta_0^{rs} = \arccos(t_{24} / \sqrt{t_{14}^2 + t_{24}^2 + t_{34}^2}) \\ \gamma_0^{rs} = \arccos(t_{34} / \sqrt{t_{14}^2 + t_{24}^2 + t_{34}^2}) \end{cases} \quad (5)$$

当移动关节伸缩长度为 α_i^{\max} 时, 虚拟杆轴线与基础坐标系 x, y, z 三坐标轴的方向余弦角度为

$$\begin{cases} \alpha_1^{rs} = \arccos(t_{14}' / \sqrt{t_{14}'^2 + t_{24}'^2 + t_{34}'^2}) \\ \beta_1^{rs} = \arccos(t_{24}' / \sqrt{t_{14}'^2 + t_{24}'^2 + t_{34}'^2}) \\ \gamma_1^{rs} = \arccos(t_{34}' / \sqrt{t_{14}'^2 + t_{24}'^2 + t_{34}'^2}) \end{cases} \quad (6)$$

当虚拟杆轴线从初始位置运动到新位置, 方向余弦角度形成 3 个分量区间, 为复合关节瞬时副转角分量域, 如式(7)所示。

$$\begin{cases} \{\alpha^{rs}\} = [\alpha_0^{rs}, \alpha_1^{rs}] / [\alpha_1^{rs}, \alpha_0^{rs}] \\ \{\beta^{rs}\} = [\beta_0^{rs}, \beta_1^{rs}] / [\beta_1^{rs}, \beta_0^{rs}] \\ \{\gamma^{rs}\} = [\gamma_0^{rs}, \gamma_1^{rs}] / [\gamma_1^{rs}, \gamma_0^{rs}] \end{cases} \quad (7)$$

(2) 当运动链各关节在全空间范围内运动时, 移动关节在其对应的运动范围取极大极小值时, 复合关节瞬时副转角分量域为一系列瞬时副转角分量域 $\{\alpha^{rs}\}, \{\beta^{rs}\}, \{\gamma^{rs}\}$, 对所有区间进行并集运算, 得到由所有瞬时副转角分量域右侧极大值 $\max(\alpha^{rs}|R)$, $\max(\beta^{rs}|R)$, $\max(\gamma^{rs}|R)$, 左侧极小值 $\min(\alpha^{rs}|L)$, $\min(\beta^{rs}|L)$, $\min(\gamma^{rs}|L)$ 组成的一个区间, 该区间即为全周主平移分量域 $\{\alpha^{pc}\}, \{\beta^{pc}\}, \{\gamma^{pc}\}$, 如式(8)所示。

$$\begin{cases} \alpha^{pc} = [\min(\alpha^{rs}|L), \max(\alpha^{rs}|R)] \\ \beta^{pc} = [\min(\beta^{rs}|L), \max(\beta^{rs}|R)] \\ \gamma^{pc} = [\min(\gamma^{rs}|L), \max(\gamma^{rs}|R)] \end{cases} \quad (8)$$

(3) 将前述求得的瞬时/全周主转角分量域、瞬时/全周副转角分量域取并集, 得到对应的瞬时/全周当量转角域。

$$\begin{cases} \alpha^{es} = \alpha^{ms} \cup \alpha^{rs} \\ \beta^{es} = \beta^{ms} \cup \beta^{rs} \\ \gamma^{es} = \gamma^{ms} \cup \gamma^{rs} \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} \alpha^{ec} = \alpha^{mc} \cup \alpha^{pc} \\ \beta^{ec} = \beta^{mc} \cup \beta^{pc} \\ \gamma^{ec} = \gamma^{mc} \cup \gamma^{pc} \end{cases} \quad (10)$$

2.2 复合关节当量平移域计算分析

第 3 步 利用第 1 步对当量转角分析得到的结果和等效传递矩阵 T , 计算分析复合关节当量平移域, 下面分 2 种情形进行计算分析。

假设 1 当等效传递矩阵 T 的 $T[1,4], T[2,4], T[3,4]$ 项中包含可变参数 $\alpha_i (i=1, 2, \dots, 6)$ 时, 即运动链中存在可伸缩移动关节, 此时复合关节当量主平移域存在, 当量副平移域也存在。

(1) 当运动链各关节给定空间位姿时, 移动关节长度参数 α_i 在其对应的运动范围取极大极小值时, 此时复合关节当量杆长为一区间可变量, 该变化区间即为瞬时主平移分量域 $\{P_x^{ms}\}, \{P_y^{ms}\}, \{P_z^{ms}\}$, 如式(11)所示。

$$\begin{cases} P_x^{ms} = [\min(t_{14}), \max(t_{14})] \\ P_y^{ms} = [\min(t_{24}), \max(t_{24})] \\ P_z^{ms} = [\min(t_{34}), \max(t_{34})] \end{cases} \quad (11)$$

(2) 当运动链各关节在全空间范围内运动时, 移动关节在其对应的运动范围取极大极小值时, 此时复合关节当量杆长为一系列瞬时主平移分量域 $\{P_x^{ms}\}, \{P_y^{ms}\}, \{P_z^{ms}\}$, 对所有区间进行并集运算, 得到由所有瞬时主平移分量域右侧极大值 $\max(P_x^{ms}|R)$, $\max(P_y^{ms}|R)$, $\max(P_z^{ms}|R)$, 左侧极小值 $\min(P_x^{ms}|L)$, $\min(P_y^{ms}|L)$, $\min(P_z^{ms}|L)$ 组成的 1 个区间, 该区间即为全周主平移分量域 $\{P_x^{mc}\}, \{P_y^{mc}\}, \{P_z^{mc}\}$, 如式(12)所示。

$$\begin{cases} P_x^{mc} = [\min(P_x^{ms}|L), \max(P_x^{ms}|R)] \\ P_y^{mc} = [\min(P_y^{ms}|L), \max(P_y^{ms}|R)] \\ P_z^{mc} = [\min(P_z^{ms}|L), \max(P_z^{ms}|R)] \end{cases} \quad (12)$$

(3) 当运动链各关节给定空间位姿时, 复合关节当量杆绕基础坐标系 x, y, z 三坐标轴转动 α, β, γ , 当量杆末端点由 p_x', p_y', p_z' 运动到新的位置 p_x'', p_y'', p_z'' , 由当量杆末端点新旧坐标构成的区间即为瞬时副(伴随)平移分量域 $\{P_x^{rs}\}, \{P_y^{rs}\}, \{P_z^{rs}\}$, 如式(13)所示。

$$\begin{cases} P_x^{rs} = [p_x', p_x''] / [p_x'', p_x'] \\ P_y^{rs} = [p_y', p_y''] / [p_y'', p_y'] \\ P_z^{rs} = [p_z', p_z''] / [p_z'', p_z'] \end{cases} \quad (13)$$

(4) 当运动链各关节在全空间范围内运动时, 复合关节当量杆绕基础坐标系 x, y, z 三坐标轴转动一系列当量转角 α, β, γ , 当量杆末端点由 p_x', p_y', p_z' 运动到一系列新的位置 p_x'', p_y'', p_z'' , 由新旧坐标构成一系列区间, 将所有区间进行并集运算, 得到包含极大极小值的一个区间, 即全周副(伴随)平移分量域 $\{P_x^{rc}\}, \{P_y^{rc}\}, \{P_z^{rc}\}$, 如式(14)所示。

$$\begin{cases} P_x^{rc} = [\min(p_x') / \min(p_x''), \max(p_x') / \max(p_x'')] \\ P_y^{rc} = [\min(p_y') / \min(p_y''), \max(p_y') / \max(p_y'')] \\ P_z^{rc} = [\min(p_z') / \min(p_z''), \max(p_z') / \max(p_z'')] \end{cases} \quad (14)$$

(5) 对前述求得的瞬时/全周主平移分量域、瞬时/全周副平移分量域取并集, 得到对应的瞬时/全周当量平移域。

$$\begin{cases} P_x^{es} = P_x^{ms} \cup P_x^{rs} \\ P_y^{es} = P_y^{ms} \cup P_y^{rs} \\ P_z^{es} = P_z^{ms} \cup P_z^{rs} \end{cases} \quad (15)$$

$$\begin{cases} P_x^{ec} = P_x^{mc} \cup P_x^{rc} \\ P_y^{ec} = P_y^{mc} \cup P_y^{rc} \\ P_z^{ec} = P_z^{mc} \cup P_z^{rc} \end{cases} \quad (16)$$

假设2 当等效传递矩阵 T 的 $T[1,4]$ 、 $T[2,4]$ 、 $T[3,4]$ 项中不包含可变参数 $a_i (i=1,2,\dots,6)$ 时,即不存在可伸缩移动关节,此时当量主平移域不存在,只存在当量副平移域,求解方法只包括第1种情形的(3)、(4)、(5)环节。

2.3 特性参数的拓扑表示分析

第4步 利用前3步分析计算的结果,通过计算编程得到具体参数条件下的量化的全周当量转角域(分为全周主转角分量域、全周副转角分量域)、全周当量平移域(分为全周主平移分量域、全周副平移分量域),将其通过平面六维拓扑图表示出来,具体方法见文献[6]。

3 实例分析

如图1所示的机器人,该机器人有6个自由度,所有关节都是转动关节。根据D-H表示法,建立坐标系,相应的参数如表1所示,假定各 $\theta_i (i=1,2,\dots,6)$ 取值范围为 $(25^\circ \sim 30^\circ)$, $a_2=200\text{ mm}$, $a_3=200\text{ mm}$, $a_4=100\text{ mm}$,使用MATLAB编程求出复合关节的当量转角域和当量平移域。

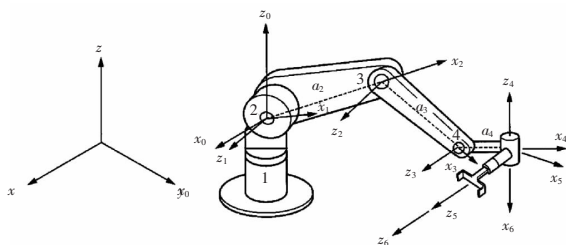


图1 6个自由度串联机器人及其参考坐标系

表1 机器人的参数

参数	θ	d	a	α
1	θ_1	0	0	90
2	θ_2	0	a_2	0
3	θ_3	0	a_3	0
4	θ_4	0	a_4	-90
5	θ_5	0	0	90
6	θ_6	0	0	0

分析计算过程:

(1)建立机器人的坐标系,假设在此例中关节2、3和4在同一平面内,即它们的 d_n 值为0;

(2)给出各相邻2个关节之间的齐次变换矩阵;

(3)由于总变换矩阵中的金线元素,即等效传递矩阵 T 的 $T[1,4]$ 、 $T[2,4]$ 、 $T[3,4]$ 项中 a_i 为固定值参数,即运动链中不包含可伸缩移动关节,复合关节的瞬时副转角分量域、全周副转角分量域、当量主平移不存在;

(4)求得机器人的基座和末端手之间的总变换矩阵 $T=A_1A_2A_3A_4A_5A_6$,利用式(2)和本文第2节所给出的计算分析方法求解复合关节瞬时当量转角域和全周当量转角域;

(5)利用前述第3步中求得的当量转角和金线元素求出瞬时伴随(副)平移分量域,然后求得全周

伴随(副)平移分量域。

以上过程通过MATLAB程序进行分析计算,流程如图2所示。 θ_i 取值范围为 $(25^\circ \sim 30^\circ)$,按照步长 1° 分6次循环求解,因为运动链中没有移动关节,所以不存在复合关节当量主平移,只有当量副平移存在。利用程序计算得到对应的6组复合关节瞬时当量转角域、瞬时当量副平移分量域,根据这6组结果进行计算得到复合关节全周当量转角域、全周当量平移域(此时等于全周当量副平移分量域)。

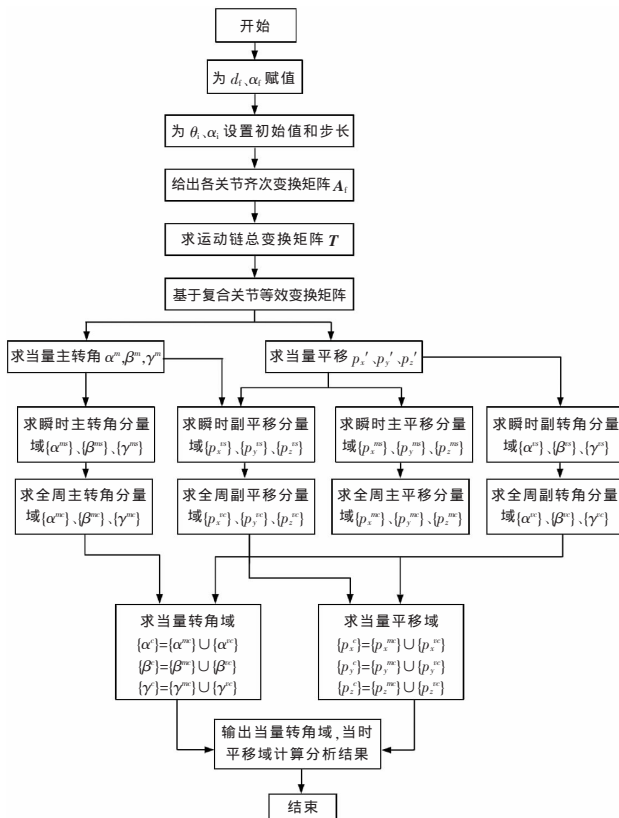


图2 通用复合关节当量转角域、当量平移域 MATLAB 程序计算分析流程图

从图3可以直观地看出图1所示串联机器人在给定参数运动范围内的空间运动能力特性参数表示结果,由3条转动特性元素拓扑表示线上的结果可知机构具有在相应范围的3个转动自由度,由3条移动特性元素拓扑表示线上的结果可知机构具有在相应范围的3个平移自由度,且这3个平移自由度是由运动链的转动副共同作用所产生的伴随平移,即副平移,所以机构输出末端具有6个自由度。机构输出末端的运动能力范围非常直观清晰,6条拓扑表示线上特性元素区间以外的区域为不可达区域,从而可以快速判定机构输出末端的奇异位姿(极限位置等),该方法对机构从理论研究到实际应用控制环节都具有非常重要的作用,同时可以基于此方法开展机构的逆向设计与分析,而这将作为今后的研究内容。表2为运动链各关节参数及复合关节输出结果。

表2 运动链各关节参数及复合关节输出结果

参数 $a_1=200\text{ mm}, a_2=200\text{ mm}, a_3=100\text{ mm}$							瞬时当时转角域/rad			瞬时副平移分量域/mm		
$\theta_1(^{\circ})$	$\theta_2(^{\circ})$	$\theta_3(^{\circ})$	$\theta_4(^{\circ})$	$\theta_5(^{\circ})$	$\theta_6(^{\circ})$	$\theta_7(^{\circ})$	$\{\alpha'\}$	$\{\beta'\}$	$\{\gamma'\}$	$\{P_x^{ps}\}$	$\{P_y^{ps}\}$	$\{P_z^{ps}\}$
1	30	30	30	30	10	10	[0, 1.530 6]	[0, 1.324 7]	[-0.259 2, 0]	[13.422 1, 236.810 4]	[-403.378 6, 136.638 7]	[162.017 9, 373.106 0]
2	29	29	29	29	9	9	[0, 1.241 2]	[0, 1.343 0]	[-0.176 5, 0]	[12.040 4, 250.465 6]	[-395.103 8, 138.751 4]	[173.304 3, 366.331 1]
3	28	28	28	28	8	8	[0, 1.104 2]	[0, 1.347 6]	[0, 0.006 4]	[12.675 8, 264.089 3]	[-385.394 9, 140.334 9]	[184.981 7, 359.047 0]
4	27	27	27	27	7	7	[0, 0.996 7]	[0, 1.337 6]	[0, 1.570 8]	[15.455 8, 277.646 1]	[-374.301 6, 141.384 2]	[196.879 0, 351.260 3]
5	26	26	26	26	6	6	[0, 0.903 6]	[0, 1.314 5]	[-1.570 8, 0]	[20.474 8, 291.100 3]	[-361.894 3, 141.896 2]	[208.809 9, 342.978 7]
6	25	25	25	25	5	5	[0, 0.818 8]	[0, 1.281 4]	[-0.727 4, 0]	[27.791 1, 304.416 3]	[-348.262 8, 141.869 7]	[220.575 0, 334.210 9]
复合关节全周当量转角域/rad							$\{\alpha'\}=[0, 1.530 6]$	复合关节全周副平移分量域/mm			$\{P_x^{pc}\}=[12.040 4, 304.416 3]$	
							$\{\beta'\}=[0, 1.347 6]$				$\{P_y^{pc}\}=[-403.378 6, 141.896 2]$	
							$\{\gamma'\}=[-1.570 8, 1.570 8]$				$\{P_z^{pc}\}=[162.017 9, 373.106 0]$	

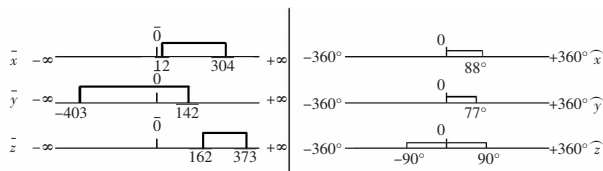


图3 实例机器人运动能力特性参数平面六维拓扑表示

4 结语

通过引入虚拟复合关节理论及其特性参数分析方法,借助平面六维拓扑图对一般串联机构及实例机器人进行研究,得出结果:

(1)运动链的齐次总变换可以用虚拟复合关节的等效变换替代,齐次变换矩阵与等效变换矩阵的元素具有一一对应性,输出末端运动能力特性可以通过分析虚拟复合关节的瞬时/全周当量转角域、瞬时/全周当量平移域得到;

(2)借助平面六维拓扑表示图可以实现对虚拟复合关节等效运动链的运动能力特性参数全周当量转角域、全周当量平移域直观、具体地区间量化表示,从而获得运动链输出末端自由度、工作空间、奇异特性;

(3)该研究成果为实现机构自由度、工作空间、奇异一体化综合分析提出了一套普遍适用的理论方法,不仅能丰富和完善现有机构学理论研究,还可基于该方法为未来工程实际领域新机构的出现、现有机构快速投入实际应用起到很好的推动作用。

参考文献:

- [1]杨继东,杨中山,刘栋,等. H形并联机构运动学分析与样机精插补控制实验[J]. 农业机械学报, 2014, 45(11):324-329.
 - [2]韩莹莹,袁茹,王三民. 环状可展机构构型设计的D-H矩阵传递法[J]. 西北工业大学学报, 2012, 30(5):796-801.
 - [3]李瑞琴,杨斌. 基于D-H矩阵的3-RSR并联机器人的误差建模[J]. 测量科学与仪器, 2014, 5(3):53-59+2.
 - [4]臧红彬,陶俊杰,张辉. 基于齐次坐标变换的装载机工作装置运动学分析[J]. 机械传动, 2015, 39(11):46-49+71.
 - [5]王国彪,刘辛军. 初论现代数学在机构学研究中的作用与影响[J]. 机械工程学报, 2013, 49(3):1-9.
 - [6]Jianguo Luo, Jianyou Han. Universal method on analysis of degree and working space and singularity of mechanism [J]. International Journal of Simulation Systems, Science&Technology, 2016, 117(30): 1-6.
- 作者简介: 罗建国(1977-), 湖南岳阳人, 副教授, 博士后, 电子邮箱: luojg_1598@126.com.

责任编辑: 于秀文 收稿日期: 2016-12-29

本刊声明

《煤矿机械》月刊从2006年第1期开始,以每1期为相应的期次、卷期记录出版次序。1980年创刊至今已有37年,每年划为1卷,2016年为第37卷。

1980年1~2期为第1卷

1981年1~6期为第2卷

1982年1~6期为第3卷

1983年1~6期为第4卷

1984年1~6期为第5卷

1985年1~6期为第6卷

1986年1~6期为第7卷

1987年1~6期为第8卷

1988年1~6期为第9卷

1989年1~12期为第10卷

1990年1~12期为第11卷

1991年1~6期为第12卷

1992年1~6期为第13卷

1993年1~6期为第14卷

1994年1~6期为第15卷

1995年1~6期为第16卷

1996年1~6期为第17卷

1997年1~6期为第18卷

1998年1~12期为第19卷

1999年1~12期为第20卷

2000年1~12期为第21卷

2001年1~12期为第22卷

2002年1~12期为第23卷

2003年1~12期为第24卷

2004年1~12期为第25卷

2005年1~12期为第26卷

2006年1~12期为第27卷

2007年1~12期为第28卷

2008年1~12期为第29卷

2009年1~12期为第30卷

2010年1~12期为第31卷

2011年1~12期为第32卷

2012年1~12期为第33卷

2013年1~12期为第34卷

2014年1~12期为第35卷

2015年1~12期为第36卷

2016年1~12期为第37卷

文章参考文献以出版年、卷、期、文章页码进行引用。