山东科技大学2022—2023学年第二学期

《概率论与数理统计》考试试卷（B卷）

班级______________ 姓名______________ 学号______________

题号	一	二	三	总得分	评卷人	审核人
得分						

一、填空（每空3分，共18分）

1. 设A,B是两个随机事件，$P(A)=0.4, P(B)=0.3, P(A\cup B)=0.6$，则$P(A\overline{B})=$________.

2. 盒子中有5个球，编号分别为1，2，3，4，5，从中随机取出3个球，令X：取出的3个球中的最大号码。求随机变量X的分布律________.

3. 设X_1,X_2,X_3是来自总体X的样本，其中$E(X)=\mu$未知.若$T=\frac{1}{3}X_1+\frac{1}{4}X_2+CX_3$为$\mu$的无偏估计量，则$C=$________.

4. 总体$X\sim N(\mu,4)$，$X_1,X_2,\cdots,X_n$是来自总体X的容量为n的样本，则均值μ的置信水平为$1-\alpha$的置信区间为________.

5. 若X_1,X_2,X_3,X_4相互独立，且同分布于$N(0,0.5)$，则$\frac{X_1^2+X_2^2}{X_3^2+X_4^2}$服从________分布.

6. 总体$X\sim N(\mu,\sigma^2)$，$X_1,\cdots X_n$是来自总体X的简单随机样本，$\overline{X},S^2$分别为样本均值和样本方差，则$\frac{\overline{X}-\mu}{S/\sqrt{n}}\sim$________.

二、选择题（每题3分，共15分）

1. 盒中有6个正品4个次品，从中任取两件产品，则至少有一件次品的概率为（　）.

A $\frac{2}{3}$　　B $\frac{3}{5}$　　C $\frac{2}{5}$　　D $\frac{1}{3}$

2. 设$F_1(x),F_2(x)$分别为随机变量X_1,X_2的分布函数，为使$F(x)=aF_1(x)-bF_2(x)$是某一随机变量的分布函数，a,b的可能取值为（　）.

A 1，-0.2 B 0.9，-0.3 C 0.8，-0.4 D 0.7，-0.3

3. 已知$Cov(X+Y,Y)=5$满足$DX=1,DY=4$，则X与Y的相关系数（ ）.

A $\rho=0.5$ B $\rho=-0.5$ C $\rho=-0.25$ D $\rho=0.25$

4. 设$X\sim t(n),(n>1)$，$Y=1/X^2$，则（ ）.

A $Y\sim\chi^2(n)$ B $Y\sim F(n,1)$

C $Y\sim\chi^2(n-1)$ D $Y\sim F(n-1,1)$

5. 总体$X\sim N(\mu,\sigma^2),(X_1,X_2\cdots X_n)$是总体$X$的容量为$n$的样本，$\overline{X}$是样本均值，则下列结论正确的是（ ）.

A $\frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})\sim\chi^2(n-1)$ B $\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})\sim\chi^2(n-1)$

C $\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})\sim\chi^2(n-1)$ D $\frac{1}{\sigma^2}\sum_{i=1}^{n}(X_i-\overline{X})\sim\chi^2(n)$

三、计算和证明题（第5题7分，其他题各12分，共67分）

1. 某工厂生产的机床包括车床、钻床、磨床、刨床，它们的台数之比为9:3:2:1，每台车床、钻床、磨床、刨床需要修理的概率分别为0.1、0.2、0.3、0.1，(1)任意抽查一台机床，求它需要修理的概率；(2) 已知任意抽查一台机床需要修理，求它是磨床的概率.

2. 设连续型随机变量X的密度函数为$f(x)=Ae^{\frac{-|x|}{2}},-\infty<x<+\infty$,求：

(1) 常数A； (2) 求出X的分布函数.

3. 设二维随机变量(X,Y)的联合密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}\frac{21}{4}x^2y & x^2\le y\le 1\\ 0 & 其它\end{cases}$$

(1) 求$E(X)$, $E(Y)$；(2) 分别求出求X与Y的边缘密度函数.

4. 设总体$X \sim U(0,2\theta)$，其中$\theta>0$为未知参数，$X_1,\cdots,X_n$为样本，(1) 证明θ的矩估计$\hat{\theta}=\bar{X}$，且$\hat{\theta}$是无偏估计；(2) 证明θ的极大似然估计为$\hat{\theta}^*=\frac{1}{2}\max\{X_1,X_2,\cdots,X_n\}$.

5. 某保险公司多年的资料表明，在索赔户中，被盗索赔户占20%，则求在随机抽查100个索赔户中因被盗而向保险公司索赔的户数大于14户小于30户的概率(中心极限定理求解).（$\Phi(2.5)=0.9983$，$\Phi(1.5)=0.9932$）

6. 土建学院2013级某班36名同学各自独立测量我校某中央绿地，测得样本均值$\bar{x}=4.25$(亩)样本方差$s^2=0.04$(亩^2)， 设测量数据服从正态分布. 以前认为这块绿地的面积是$\mu_0=4$(亩)，问是否有必要修改以前的结果？（显著性水平$\alpha=0.05$ ）

(1) 提出该问题的一个合理假设，并写出所提假设的拒绝域；

(2) 对所给问题做出判断.($t_{0.025}(35)=2.0301$, $t_{0.05}(35)=1.6896$)