

- 转置:(1) $(A^T)^T = A$ (2) $(A+B)^T = A^T + B^T$
 - $(3)(kA)^{T} = kA^{T} (4) (AB)^{T} = B^{T}A^{T}$

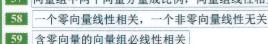
- $k\alpha = 0 \Leftrightarrow k = 0$ 或 $\alpha = 0$
- 51 零向量可由任意向量组表示

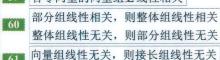
- 52 向量组中的一个向量,可由该向量组表示
- 53 任意向量可由单位向量组表示
- 54 向量组等价:两向量组可相互表示

线性相关 线性相关:存在不全是0的k1,…,k1,使 线性无关 $k\alpha_1 + \cdots + k\alpha_n = 0$

56 线性无关: $k\alpha_1 + \cdots + k\alpha_n = 0$ 成立, k_1, \cdots, k_n 全取0

57 向量组中两个向量分量成比例,向量组线性相关 58 一个零向量线性相关,一个非零向量线性无关





$$n \wedge n$$
 作 的 量线性无关 $\Leftrightarrow D \neq 0$ $n \wedge n$ 作 的 量线性相关 $\Leftrightarrow D = 0$

- $D^T = D$ 7 交换两行(列), 行列式变号
- 8 两行(列)元素相等, D=0
- 某一行(列)有公因子k, k外提一次. 所有行(列)有公因子k, k外提n次.
- m行(列)元素成比例,D=0
- 11 某一行(列)元素全为0, D=0
 - 其余行不变
- 12 某一行元素全是两数和,拆成两行列式和
- 13 某一行乘以一个数加到另一行, D不变

14 D=某一行(列)元素与其代数余子式乘积之和

- 15 异乘变零: 一行(列)元素与其他行(列)的代数余子式乘积之和为0
- 拉普拉斯定理: 任取 k 行(列), 由这 k 行(列)元素 组成的所有k阶子式与其代数余子式乘积之和=D

n个方程n个未知数的方程组, 系数行列式D≠0,有惟一解:

n个方程n个未知数的齐次

19 方程组,如系数行列式D≠0,

只有零解.

- 32 逆矩阵: *AB = BA = E*
- 求 A^{-1} : $(1)A^{-1} = \frac{1}{|A|}A^*$, 伴随矩阵法. $(2)(A:E) \rightarrow (E:A^{-1})$, 初等变换法.
- $(A^{-1})^{-1} = A, (AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

35
$$(A^T)^{-1} = (A^{-1})^T, (kA)^{-1} = \frac{1}{k}A^{-1}$$

36
$$|A^{-1}| = |A|^{-1}, (A^*)^{-1} = \frac{1}{|A|}A$$

- 对称矩阵 $\leftrightarrow A^T = A$, 29 反对称矩阵 $\leftrightarrow A^T = -A$
- $|A^T| = |A|, |kA| = k^n |A|$ $|AB| = |A| \square B|$
- 31 分块矩阵求转置,两步走.

- 37 三种初等行变换,三种初等列变换
- 38 等价: AB是同型矩阵, A经初等变换得到B
- 39 等价: *AB*同型, 存在可逆*P*,*Q*,*PAQ* = *B*
- 初等矩阵均可逆, 其逆矩阵也是初等矩阵, 40 转置矩阵也是初等矩阵
- 初等矩阵左乘A,相当于对A做初等行变换 41 初等矩阵右乘A,相当于对A做初等列变换
- 42 r(A): 非零子式的最高阶数

 x_n

 $= \prod (x_i - x_j)$

- 43 零矩阵的秩为0
- 44 0≤r(A)≤min{行数,列数}
- $r(A) = r \Leftrightarrow 有一个r阶非零子式,$ 所有r+1阶子式均为零.
- 46 初等变换(行,列)不改变矩阵的秩
- 47 求r(A),将A化为阶梯型,数非零行的行数
- 48 $r(A) = r(A^T)$

极大线性无关组

49 P, O可逆, r(A) = r(PA) = r(AO) = r(PAO)

 $|A^*| = |A|^{n-1}$

81

- 向量线性相关⇔至少一个向量是其 63 余向量的线性组合.
- $\alpha_1, \dots, \alpha_s$ 线性无关, $\alpha_1, \dots, \alpha_s, \beta$ 线性 64 相关,则 β 可由 α_1,\dots,α_s 惟一线性表示.
- $\alpha_1, \dots, \alpha_s$ 线性无关,可由 β_1, \dots, β_s 线性 65 表示,则 $s \le t$.
- $\alpha_1, \dots, \alpha_s$ 可由 β_1, \dots, β_t 线性表示,且s > t, 66 则 α_1,\dots,α_s 线性相关.
- 67 向量个数>向量维数,向量组线性相关.
- 68 n+1个n维向量必线性相关.

70 线性无关组定义.

等价的线性无关的向量组,含相同个数 69 的向量.

82 $|A| \neq 0$

78 A*定义:按行求,按列放

 $n, \preceq r(A) = n$

 $0, \leq r(A) < n-1$

79 $|AA^* = A^*A = |A|E$

- 83 4满秩
- 84 A的标准形是E
- 85 $A = E_1 E_2 \cdots E_n E_n$ 是初等矩阵

 $r(A^*) = \{1, \exists r(A) = n-1\}$

- 86 A的所有特征值不为0
- $87 \quad r(A) = n$
- 88 A的行秩 = A的列秩 = r(A) = n
- 89 A的行(列)向量组无关
- 90 A的非零子式最高阶数为 n
- 91 AX = O只有零解
- AX = B有唯一解
- 74 向量组的秩:极大无关组含向量的个数.

71 线性无关向量组的极大无关组是本身.

72 向量组与其极大无关组等价.

75 $0 \le r(\alpha_1, \dots, \alpha_s) \le \min\{ \text{向量个数,向量维数} \}$

73 向量组的不同极大无关组含向量个数相同,

- 76 A的行秩 = A的列秩 = r(A)
- $r(AB) \le \min\{r(A), r(B)\}\$