Reporte: Actividad 9 - Física computacional

García Parra Joel Alberto

Mayo 2019

1. Problema a resolver

El fin de esta actividad es el resolver una ecuación diferencial de segundo orden asociada a un sistema de dos masas junto con tres resortes fijas a dos paredes, de forma que el sistema está dado por: pared, resorte (longitud: **L1**, constante: **k1**), masa (**m1**), resorte (longitud: **L2**, constante: **k2**), masa (**m2**), resorte (longitud: **L3**, constante: **k3**) y otra pared, tal y como se muestra en la gráfica: A diferencia de que en

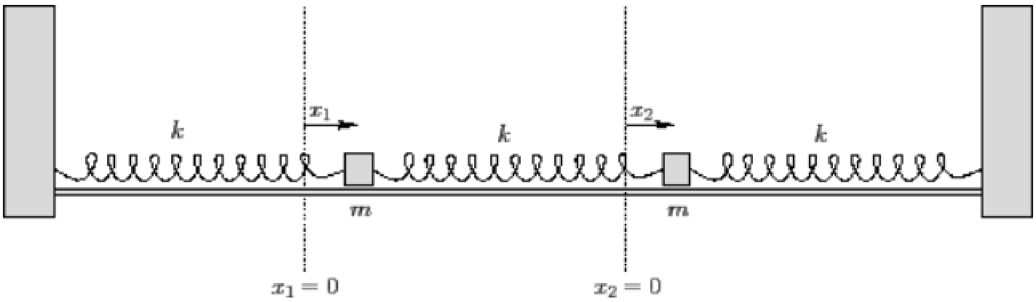

Figura 1: Sistema dos masas & tres resortes

esta imagen las masas y los resortes coinciden consigo mismo en los valores .

2. Un caso más sencillo ya resuleto

Para resolver el caso planteado en el *Inciso 1*, se hará uso de un problema ya resuleto usando las librerías de **NumPy** y **SciPy**, el problema fue resuelto de esta manera por *WarrenWeckesser* y *Warren Weckesser* en un apartado de la página *SciPy CookBook*, en donde haciendo uso de las librerías mencionadas anteriormente y de Python2, logran resolver un sistema de dos masas con dos resortes tal y como se muestra a continuación:

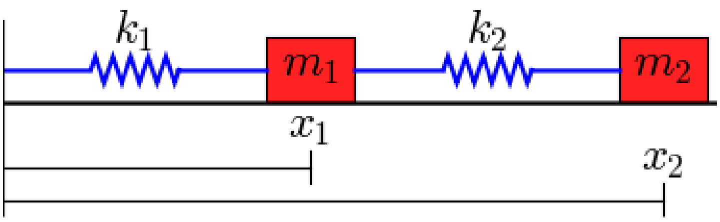

Figura 2: Sistema dos masas & dos resortes

Este sistema está definido de mejor forma. ya que solo hay un cero, que se encuentra en la pared izquierda la cual hace función de origen y de ahí se mide la posición de las masas cuando se encuentran en movimiento.

2.1. Ecuaciones de movimiento

Para este sistema de dos masas y dos resortes fijos de un lado, *WarrenWeckesser* y *Warren Weckesser* proponen las siguientes ecuaciones diferenciales que rigen el movimiento de ambas masas:

$$\begin{aligned} m_1 x_1'' + b_1 x_1' + k_1(x_1 - L_1) - k_2(x_2 - x_1 - L_2) = 0 \\ m_2 x_2'' + b_2 x_2' + k_2(x_2 - x_1 - L_2) = 0 \end{aligned} \tag{1}$$

Donde: $b_1 x_1'$ $b_2 x_2'$ es la fuerza de amortiguamiento que ejerce la fricción del suelo sobre las masas y los coeficientes de las $k's$ son la distancia que se han comprimido o estirado los resortes correspondientes a su k.

Dado que este sistma de ecuaciones diferenciales es de segundo orden, se tienen que reducir a un sistema de primer orden para poder que **SciPy** pueda trabajar con ellas, de forma que se toma:

$$\begin{aligned} y_1 = x_1' \\ y_2 = x_2' \end{aligned}$$

Para poder trabajarlo, quedando así un sistema de 4 ecuaciones diferenciales, donde una vez despejado x_1', y_1', x_2' y y_2' queda el siguiente sistema, el cual **SciPy** lo puede trabajar sin problemas:

$$\begin{aligned} x_1' &= y_1 \\ y_1' &= (-b_1 y_1 - k_1(x_1 - L_1) + k_2(x_2 - x_1 - L_2))/m_1 \\ x_2' &= y_2 \\ y_2' &= (-b_2 y_2 - k_2(x_2 - x_1 - L_2))/m_2 \end{aligned}$$

3. Pasando de dos resortes a tres

Analizando el sistema de ecuaciones **(1)**, se puede deducir que para añadir un resorte más a la masa m_2 el cual esté fijo a la pared, se necesita añadir un término que mida la distancia que se comprime/expande el resorte 3 añadido, término el cual debe de ir acompañado de la constante k_3 del resorte de longitud L_3, dicho término debe de ser $-k_3(-x_2 + (L_1 + L_2))$, término el cual mide la fuerza con la que el resorte 3 jala a la masa 3.

Dicho esto, el sistema de ecuaciones diferenciales para el caso de dos masas y tres resortes queda de la forma:

$$\begin{aligned} x_1' &= y_1 \\ y_1' &= (-b_1 y_1 - k_1(x_1 - L_1) + k_2(x_2 - x_1 - L_2))/m_1 \\ x_2' &= y_2 \\ y_2' &= (-b_2 y_2 - k_2(x_2 - x_1 - L_2) + k_3(-x_2 + (L_1 + L_2)))/m_2 \end{aligned}$$

4. Soluciones del sistema

Para darle solución a este sistema físico de cuatro ecuaciones, es necesario darle condiciones iniciales. Dadas las siguientes condiciones:

$$\begin{aligned} m_1 = m_2 = 1{,}0 \\ k_1 = k_2 = k_3 = 1{,}0 \\ x_1 = 1{,}0 \\ y_1 = x_2 = y_2 = 0 \end{aligned} \tag{2}$$

El sistema responde de la siguiente forma: El cual describe el recorriodo que toman las dos masas

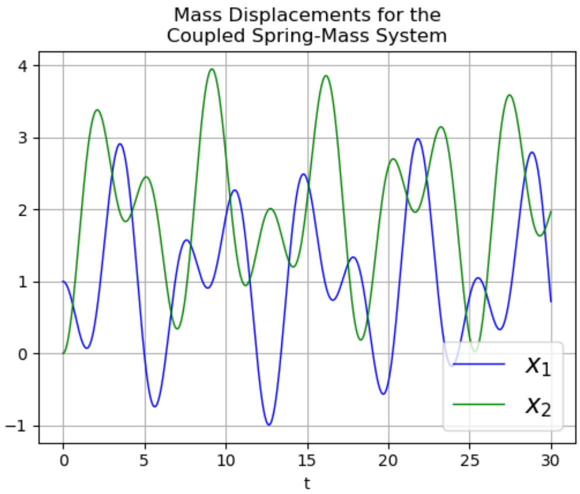

Figura 3: Sistema dos masas & tres resortes: Solución.

con las condiciones iniciales dadas donde, debido a que no se cuenta con fricción, el sistema se encuentra constantemente en movimiento y queda de acuerdo con la solución del sistema dado por las notas de Richard Fitzpatrick.