Segundo examen de Probabilidad y Estadística

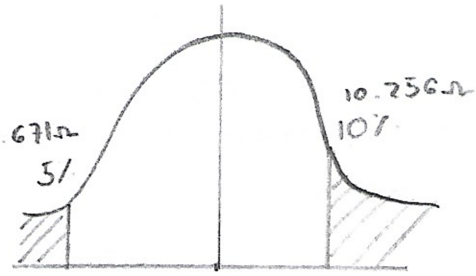
Instrucciones: Resuelva cada uno de los siguientes problemas de la forma mas detallada posibley sin omitir pasos. Se prohibe el uso de cualquier problemario y paginas con el problema resuelto, además de estar prohibido la comunicación entre estudiantes

1. Se sabe que es normal la distribución para resistores de cierto tipo, 10% de todos los resistores tiene una resistencia que excede 10.256Ω y 5% tienen una resistencia menor a 9.671Ω. ¿Cuáles son el valor de la media y la desviación estandar de la distribución de la resistencia?
2. Una fuente radioactiva se observa durante 7 intervalos cada uno de 10 segundos de duración y se cuenta el número de particulas emitidas durante cada periodo. Supón que el número de partículas digamos X durante cada periodo observado tiene una distribución de Poisson con parámetro 5. ¿Cuál es la probabilidad de que:
   a) En cada uno de los 7 intervalos de tiempo, se emitan 4 o más partículas?
   b) Al menos en uno de los 7 intervalos de tiempo se emitan 4 o más partículas?
3. Al responder una pregunta con respecto a un tema controversial (como “alguna vez has fumado marihuana”), muchas veces la gente no quiere contestar afirmativamente. Obtén la distribución de probabilidad para Y, el número de personas que se necesita entrevistar hasta obtener una sola respuesta afirmativa, sabiendo que el 80% de la población contestaría verídicamente “no” a la pregunta y que del 20% que deberían contestar verídicamente “sí”, un 70% miente.
4. Los datos del Departamento de Agricultura muestran que el consumo de manzanas de una mujer elegida al azar se distribuye de forma normal con media de 19.9 libras y una desviación estándar de 3.2 libras, mientras que el consumo de manzanas de un hombre elegido al azar se distribuye de forma normal con media de 20.7 libras y varianza de 11.56 libras^2. Si se eligen aleatoriamente un hombre y una mujer, ¿Cuál es la probabilidad de que el consumo de manzanas de la mujer sea mayor que el del hombre?
5. El tiempo X, en segundos, que tarda un bibliotecario para localizar una ficha de un archivo de registros sobre libros prestados tiene una distribución exponencial con tiempo esperado de 20 segundos.
   a) Calcula las probabilidades $P(X < 30)$, $P(20 < X)$, $P(20 < X < 30)$.
   b) ¿Para qué valor de t es $P(X < t) = 0.5$

6. Un corredor de bienes raíces carga comisión fija de $50 más el 6% a las ganancias de los propietarios. Si la ganancia se distribuye de modo uniforme entre $0 y $2000, obtén la distribución de probabilidad de las remuneraciones totales del corredor.

4CM2 — Segundo Examen PyE — Colín Ramiro Joel

1.- Sea X = Resistencia
Se nos pide la media y la desv. estándar



Condiciones de las resistencias

$$P(X<9.671)=0.05$$
$$P(X>10.256)=0.10$$

$\Longrightarrow$ Al normalizarlas

$$P\left(Z<\frac{9.671-\mu}{\sigma}\right)=0.05$$
$$P\left(Z>\frac{10.256-\mu}{\sigma}\right)=0.10$$

Considerando la tabla de dist normal estándar

$$\frac{9.671-\mu}{\sigma}=-1.645 \rightarrow 9.671-\mu=-1.645\sigma \quad \ldots \text{i)}$$

$$\frac{10.256-\mu}{\sigma}=1.28 \rightarrow 10.256-\mu=1.28\sigma \quad \ldots \text{ii)}$$

Tomando el sist de. ecuaciones

si se resta ii) en i): $\rightarrow -0.585=-2.925\sigma \rightarrow \sigma=\frac{0.585}{2.925}$

$\sigma = 1/5 = 0.2$

Al sustituirlo en i) $\rightarrow 9.671+1.645(0.2)=10$

∴ El resultado de la media de la dist. normal $=10$ lo cual por consiguiente da una varianza $=0.04$

2.- Sea X = Núm de partículas emitidas durante un periodo cualquiera con $X\sim P(x;\lambda=5)$

a) Se nos pide: $P(X\geq 4)$

$$P(X\geq 4)=1-F_X(3)=1-0.265=0.735$$

∴ $P(X\geq4)=0.735$

b) Ahora sea Y = núm de intervalos donde se emiten ≤ 4 partículas con $Y\sim b(y;n=7,p=0.735)$. Notamos que es dist. binomial.

$$P(Y\geq1)=1-P(Y=0)=1-\binom{7}{0}\cancel{(0.735)}^{1}(0.265)^7=1-0.265^7$$
$$=0.999$$

∴ $P(Y\geq1)=0.999$

3.- Se nos pide la dist de probabilidad para Y:

Sea Y = núm de personas necesarias para que aparezca la primer ocurrencia del "si."

No (verídico) = 80 = 0.8

Si = 20% = 0.2

Si (falso) = 70% = 0.7

Si (verdad) = 30% = 0.3

$\rightarrow P(s_i) = (0.3)(0.2) = 0.06$

Y tiene dist geométrica con prob de éxito = 0.06 : $Y \sim G(y; p=0.06)$

$\therefore$ La dist de $Y = f_Y(y) = P(Y=y) = (0.94^{y-1})(0.06)$ para $y = 1, 2, 3, 4, \ldots$

4.- Se nos pide la probabilidad de que el consumo de la mujer > al del hombre.

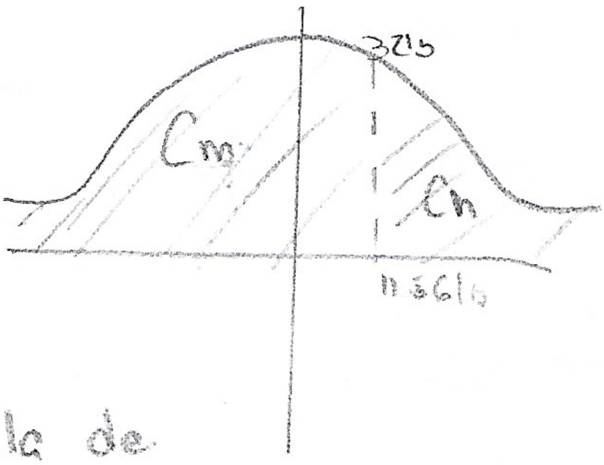
Sea C_m = consumo de la mujer
C_h = consumo del hombre
$= P(C_m > C_h)$

se especifica dist normal: mujer, hombre

$\mu = 19.9$ lb
$\sigma = 32$ lb

$\mu = 20.7$ lb
$\sigma = 11.56$ lb^2

$z = \frac{x\ \mu}{\sigma}$



$z = \frac{x\ \mu}{\sigma}$

$z_m = \frac{1\ (19.9)}{32} = 0.6$

$z_h = \frac{1\ (20.7)}{(11.56)^2} = 0.1$

Analizando la tabla de dist normal

se tiene $P(C_m > C_h) = 0.432$

5.- Sea X= tiempo que emplea el bibliotecario localizando una ficha cualquie
es decir $X \sim exp(x, \beta = 1/20)$

a) Se nos pide: $P(X<30)$, $P(20<X)$, $P(20<X<30)$

$$P(X<30) = 1-e^{-\beta x}$$
$$= 1-e^{-30/20} = 1-e^{-1.5}$$
$$= 1-0.2231 = 0.7768$$

$$P(20<X) = P(X>20) = e^{-\frac{20}{20}} = e^{-1} = 0.3678$$

$$P(20<X<30) = F_X(30) - F_X(20)$$
$$= 1-e^{-1.5} - (1-e^{-1})$$
$$= e^{-1} - e^{-1.5} \longrightarrow 0.3678 - 0.2231 = 0.1447$$

b) se nos solicita el valor de t donde $P(X<t) = 0.5$

$$P(X<t) = 0.5 = 1-e^{-t/20}$$
$$\hookrightarrow e^{-t/20} = 0.5$$

con ln (log natural) $\longrightarrow \ln(0.5) = -t/20 \longrightarrow t = \ln(0.5)(-20) = 13.8629$

6.- Se considera R = Remuneración total y
X = Ganancia por parte de los propietarios

$X \sim U(0, 2000)$

R se puede expresar $\longrightarrow R = 50 + 0.6X$.
Se necesita la función de dist. acumulada y derivarla debido a que:
$F_X'(x) = f_X(x)$

entonces: $F_R(r) = P(R \le r) = P(50 + 0.06X \le r) = P\left(X \le \frac{r-50}{0.06}\right)$

$P(X \le d) \longrightarrow \frac{r-50}{0.06} = d$

$$= \int_0^d \frac{1}{2000}dx = d\left(\frac{1}{2000}\right)$$
$$= \frac{r-50}{2000(0.06)} \longrightarrow F_R(r) = \frac{r-50}{120} \therefore f_R(r) = F_R'(r) = 1/120$$

$\therefore R \sim U(50, 170)$

Cuando $X=0 \Rightarrow R = 50$
Y cuando $X = 2000 \Rightarrow R = 17$