

Tarea 9.

16- Dic si los vectores dados forman una base para el espacio vectorial

a) $v_1 = (1, 0, 1, 0)$ $v_2 = (0, 1, -1, 2)$ $v_3 = (0, 2, 2, 1)$ $V = \mathbb{R}^4$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{R_3 - R_1} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & 0 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{R_3 + R_2} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{(1/4)} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -3 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{R_2 - 2R_3} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \therefore \text{son li}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & w \\ 0 & 1 & 2 & x \\ 1 & -1 & 2 & y \\ 0 & 2 & 1 & z \end{array} \right) \xrightarrow{R_3 - R_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & w \\ 0 & 1 & 2 & x \\ 0 & -1 & 2 & y-w \\ 0 & 2 & 1 & z \end{array} \right) \xrightarrow{R_3 + R_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & w \\ 0 & 1 & 2 & x \\ 0 & 0 & 4 & x+y-w \\ 0 & 0 & -3 & -2x+z \end{array} \right) \xrightarrow{(1/4)} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & w \\ 0 & 1 & 2 & x \\ 0 & 0 & 1 & \frac{x+y-w}{4} \\ 0 & 0 & -3 & \frac{-2x+z}{4} \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & w \\ 0 & 1 & 2 & x \\ 0 & 0 & 1 & \frac{x+y-w}{4} \\ 0 & 0 & -3 & \frac{-2x+z}{4} \end{array} \right) \xrightarrow{R_2 - 2R_3} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & w \\ 0 & 1 & 0 & \frac{w+x-y}{2} \\ 0 & 0 & 1 & \frac{x+y-w}{4} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-3w-3x+3y+4z}{4} \end{array} \right) \therefore \text{sí generan a } V$$

$\therefore v_1, v_2, y v_3$ si forman una base para \mathbb{R}^4

b) $v_1 = 1-x^2$ $v_2 = x$ $V = P_2$

$$\left(\begin{array}{cc|c} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{(-1)} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{R_3 - R_1} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \therefore \text{son li}$$

$$\left(\begin{array}{cc|c} -1 & 0 & x^2 \\ 0 & 1 & x \\ 1 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{(-1)} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & -x^2 \\ 0 & 1 & x \\ 1 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{R_3 - R_1} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & -x^2 \\ 0 & 1 & x \\ 0 & 0 & 1+x^2 \end{array} \right) \therefore \text{sí generan a } P_2$$

$\therefore v_1 y v_2$ sí generan a P_2

$$c) U_1 = x^2 - 1 \quad V_2 = x - 2 \quad V_3 = x^2 - 3 \quad V = P_2$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -3 & 0 \end{array} \right)$$

$$R_3 + R_1 \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & -2 & 0 \end{array} \right)$$

$$R_3 + 2R_2 \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2 & 0 \end{array} \right) (-\frac{1}{2})$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

$$R_1 = R_3 \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

\therefore son li

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & x^2 \\ 0 & 1 & 0 & x \\ -1 & -2 & -3 & 1 \end{array} \right)$$

$$R_3 + R_1 \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & x^2 \\ 0 & 1 & 0 & x \\ 0 & -2 & -2 & x+1 \end{array} \right)$$

$$R_3 + 2R_2 \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & x^2 \\ 0 & 1 & 0 & x \\ 0 & 0 & -2 & x^2 + 2x + 1 \end{array} \right) (-\frac{1}{2})$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & x^2 \\ 0 & 1 & 0 & x \\ 0 & 0 & 1 & \frac{x^2 + 2x + 1}{2} \end{array} \right)$$

$$R_1 = R_3 \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{x^2 + 2x + 1}{2} \\ 0 & 1 & 0 & x \\ 0 & 0 & 1 & \frac{x^2 + 2x + 1}{2} \end{array} \right)$$

$$\therefore \text{siguen a } P_2$$

$\therefore V_1, V_2 \text{ y } V_3$ si generan a P_2

17 Encuentra una base en \mathbb{R}^3 para el conjunto de vectores en el plano $2x - y - z = 0$

$$\begin{aligned} &= (2 - 1 - 1 | 0) \quad (-\frac{1}{2}) \\ &= (1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2} | 0) \end{aligned}$$

$$x = \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z$$

$$y = y$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}y \\ y \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{1}{2}z \\ 0 \\ z \end{pmatrix} = y \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2}y + \frac{1}{2}z \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \rightarrow \therefore \text{los vectores } \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ forman una base para el plano}$$

$$2x - y - z = 0$$

18.- Encuentra una base y la dimensión para el espacio de solución del sistema homogéneo $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ dado:

$$a) \begin{array}{l} x - y = 0 \\ -2x + 2y = 0 \end{array} \quad \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 0 \\ -2 & 2 & 0 \end{array} \right) \quad R_2 + 2R_1 \rightarrow \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \quad \begin{array}{l} x = y \\ y = y \end{array}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = y \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = y \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \therefore \text{el vector } (1, 1) \text{ forma una base para el espacio de solución y su dimensión es:}$$

$$\dim = 1 \quad \cancel{\text{_____}}$$

$$b) \begin{array}{l} x - 3y + z = 0 \\ -2x + 2y - 3z = 0 \\ 4x - 8y + 5z = 0 \end{array} \quad \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 0 \\ -2 & 2 & -3 & 0 \\ 4 & -8 & 5 & 0 \end{array} \right) \quad R_2 + 2R_1 \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & -1 & 0 \\ 4 & -8 & 5 & 0 \end{array} \right) \quad R_3 - 4R_1 \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1/4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{c} x \\ y \\ z \end{array} \right) = \begin{pmatrix} -3/4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} -7/4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = 2 \begin{pmatrix} -7/4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \therefore \text{el vector } (-7/4, 1, 0) \text{ forma una base para el espacio de solución y su dimensión es } \cancel{1} \quad \cancel{\text{_____}}$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{array} \right) \quad R_3 + R_2 \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \quad \cancel{\text{_____}}$$

$$R_3 + R_2 \rightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & -4 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \quad X = -7/4 \cancel{Z} \quad \cancel{\text{_____}}$$

$$X = -7/4 \cancel{Z} \quad Y = -1/4 \cancel{Z} \quad Z = \cancel{Z}$$

19-a) Encuentra una base de \mathbb{R}^2 que incluya al vector $(1, 2)$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad R_2 - 2R_1, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_1 - R_2, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \therefore \text{La base para } \mathbb{R}^2 \text{ está formada por } \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \text{ y } \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

b) Encuentra una base de \mathbb{R}^3 que incluya a los vectores

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_3 - R_2, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad R_1 + R_2, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

• La base para \mathbb{R}^3 está formada por $(-1, 0, 2), (0, 1, 1)$, y $(1, 0, 0)$

20- El conjunto de vectores $\{(1, 2, 1), (2, 1, 3), (3, 3, 4), (1, 2, 0)\}$ generan a \mathbb{R}^3 ? si es así ¿cuáles son los vectores que están en la base?

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix} \quad R_2 - 2R_1, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -5 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad R_3 - R_1, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & -3 & -5 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$R_1 - R_2, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \therefore \text{Los vectores que generan}$$

$$R_3 - R_2, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \therefore \text{Los vectores que generan}$$

$$(1, 2, 1), (2, 1, 3), y (1, 2, 0)$$

5-5-2-x5

$$v_3 = (2, 1, 1, -1)$$

21- Sea $S = \{v_1, v_2, v_3, v_4, v_5\}$ un conjunto de vectores en \mathbb{R}^4 , donde $v_1 = (1, 2, -2, 1)$, $v_2 = (-3, 3, -9, 6)$, $v_3 = (-3, 0, -4, 5)$ y $v_4 = (9, 3, 7, 6)$. Determina una base para el conjunto generado por S .

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -3 & 2 & -3 & 9 \\ 2 & 3 & 1 & 0 & 3 \\ -2 & -9 & 1 & -4 & 7 \\ 1 & 6 & -1 & 5 & 6 \end{array} \right) \xrightarrow{R_2 - 2R_1} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -3 & 2 & -3 & 9 \\ 0 & 9 & -3 & 6 & -15 \\ -2 & -9 & 1 & -4 & 7 \\ 1 & 6 & -1 & 5 & 6 \end{array} \right) \xrightarrow{R_3 + 2R_1} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -3 & 2 & -3 & 9 \\ 0 & 9 & -3 & 6 & -15 \\ 0 & -15 & 5 & -10 & 25 \\ 1 & 6 & -1 & 5 & 6 \end{array} \right) \xrightarrow{R_4 - R_1} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -3 & 2 & -3 & 9 \\ 0 & 9 & -3 & 6 & -15 \\ 0 & 0 & 8 & -8 & -3 \\ 0 & 9 & -3 & 8 & -3 \end{array} \right) \quad (1/9)$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -3 & 2 & -3 & 9 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{5}{3} \\ 0 & -15 & 5 & -10 & 25 \\ 0 & 9 & -3 & 8 & -3 \end{array} \right) \xrightarrow{R_3 + 15R_2} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -3 & 2 & -3 & 9 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{5}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 12 \end{array} \right) \xrightarrow{R_4 - 9R_2} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -3 & 2 & -3 & 9 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{5}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 12 \end{array} \right) \quad (\frac{1}{2})$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -3 & 2 & -3 & 9 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{5}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 6 \end{array} \right) \xrightarrow{R_1 + 3R_4} \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & -3 & 2 & 0 & 27 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{5}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 6 \end{array} \right) \quad (1/2)$$

$$R_1 + 3R_2 \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 & 10 \\ 0 & 1 & -\frac{1}{3} & 0 & -\frac{17}{3} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 6 \end{array} \right) \therefore \text{Los vectores que generan la base para } S \text{ son } (1, 2, -2, 1), (-3, 3, -9, 6) \text{ y } (-3, 0, -4, 5)$$

24- Para qué valores de α los vectores $(\alpha, 1, 0)$, $(1, 0, \alpha)$, $(1+\alpha, 1, \alpha)$ forman una base para \mathbb{R}^3

$$\left(\begin{array}{ccc|c} \alpha & 1 & 1+\alpha & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \alpha & \alpha & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{R_1 \leftrightarrow R_2} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 \\ \alpha & 1 & 1+\alpha & 0 \\ 0 & \alpha & \alpha & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{R_2 - \alpha R_1} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$$

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right) \therefore \text{son l.d.}$$

\therefore Al hacer este análisis, se puede concluir que no hay ningún valor de α que pueda hacer que los vectores $(\alpha, 1, 0)$, $(1, 0, \alpha)$ y $(1+\alpha, 1, \alpha)$ formen una base para \mathbb{R}^3

15c) Encuentra el rango y la nulidad de A

$$a) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 5 \end{pmatrix} \quad R_2 - 3R_1 \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & -6 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & -1 \\ 1 & 0 & -1 & -1 \end{pmatrix} \quad (-1/6) \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1/6 & -1/6 \\ 0 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1/2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$R_3 - R_2 \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1/6 & -1/6 \\ 0 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1/2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$R_4 - 6R_1 \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1/6 & -1/6 \\ 0 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & -1/2 & -1 & -1 \end{pmatrix}$$

$$R_4 + 12R_2 \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1/6 & -1/6 \\ 0 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_1 - 2R_2 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7/6 & 1 \\ 0 & 1 & 1/6 & -1/6 \\ 0 & 0 & 1 & -1/3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$R_2 + 6R_3 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7/6 & 1 \\ 0 & 1 & 1/6 & -1/6 \\ 0 & 0 & 1 & -1/3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$R_3 - 3R_1 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7/6 & 1 \\ 0 & 1 & 1/6 & -1/6 \\ 0 & 0 & 1 & -1/3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$R_4 + 3R_3 \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 & 7/6 & 1 \\ 0 & 1 & 1/6 & -1/6 \\ 0 & 0 & 1 & -1/3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\text{Nul}(A) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1/6 & -1/6 \\ 0 & 0 & 1 & -1/3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7/6 \\ -1/6 \\ 1/3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\text{Rango } A = 3$$

$$b) \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -2/3 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad R_2 + R_1 \quad \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad (-1/3) \quad \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & 1 & -2/3 \\ 0 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_3 - 3R_1 \quad \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad R_3 + 3R_2 \quad \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_4 + 6R_2 \quad \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & 0 & 6 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \text{nul}(A) = 0 \quad \text{y el Rango } A = 3$$

$$c) \begin{pmatrix} 3 & -7 & 1 \\ 2 & -5 & 5 \\ 5 & 1 & 3 \\ -3 & 0 & 4 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & -7/3 & 1 \\ 2 & -5 & 5 \\ 5 & 1 & 3 \\ -3 & 0 & 4 \end{pmatrix} \quad R_2 - 2R_1 \quad \begin{pmatrix} 1 & -7/3 & 1 \\ 0 & -11/3 & 3 \\ 5 & 1 & 3 \\ -3 & 0 & 4 \end{pmatrix} \quad (-3)$$

$$R_3 - 5R_1 \quad \begin{pmatrix} 1 & -7/3 & 1 \\ 0 & -11/3 & 3 \\ 0 & 0 & -56 \\ -3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$$

$$R_4 + 3R_1 \quad \begin{pmatrix} 1 & -7/3 & 1 \\ 0 & -11/3 & 3 \\ 0 & 0 & -56 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \text{nul}(A) = 0 \quad \text{y el Rango } A = 3$$

$$d) \begin{pmatrix} 1 & -7/3 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 35/3 & -2 \\ 0 & 0 & 7 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} 1 & -7/3 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 112 \\ 0 & 0 & -56 \end{pmatrix} \quad (R_{1,2}) \quad \begin{pmatrix} 1 & -7/3 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 112 \\ 0 & 0 & -56 \end{pmatrix}$$

$$R_3 - 38/3R_2 \quad \begin{pmatrix} 1 & -7/3 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 112 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$R_4 + 7R_2 \quad \begin{pmatrix} 1 & -7/3 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 112 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$R_1 - R_3 \quad \begin{pmatrix} 1 & -7/3 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$R_2 - 9R_3 \quad \begin{pmatrix} 1 & -7/3 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$R_4 - 9R_3 \quad \begin{pmatrix} 1 & -7/3 & 1 \\ 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\therefore \text{nul}(A) = 0 \quad \text{y el Rango } A = 3$$

$$\therefore [P]_B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$$

$$n_{3+2x} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$n_{2+2x} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$P = -1 + 6x - 8x^2$$

$$\therefore [P]_B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$Q = 17 - 6x$$

27- Calcula el vector de coordenadas [P] a partir de la base

E y el vector P = 3x + 4x¹ + 2x² - 3x³

$$\begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & t_{13} & t_{14} \\ t_{21} & t_{22} & t_{23} & t_{24} \\ t_{31} & t_{32} & t_{33} & t_{34} \\ t_{41} & t_{42} & t_{43} & t_{44} \end{pmatrix}$$

28- Encuentra la matriz de transición $\{v_1, v_2\}$ a $\{w_1, w_2\}$ si
 $v_1 = (1, 1)$, $v_2 = (1, 2)$, $w_1 = (1, 3)$ y $w_2 = (1, 4)$

$$T_{v \rightarrow w} \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 3 & 4 & 1 & 2 \end{array} \right) \quad R_2 - 3R_1 \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \end{array} \right)$$

$$R_1 - R_2 \quad \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 1 & -2 & -1 \end{array} \right) \quad \therefore \text{la } T_{v \rightarrow w} \text{ es } \underline{\left(\begin{array}{cc} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{array} \right)}$$