

Lista de Ejercicios (Primer Parcial)

Colin Ramírez Joel

$$1- V/t = k A H / L$$

$$k = \frac{V/L}{t A H} = [k] = \frac{[m^3][m]}{[s][m^2][s]} = \frac{[m^4]}{[m^2][s^2]}$$

$$[k] = \frac{[m^4]}{[m^2][s^2]} = [k] = \frac{[m^2]}{[s^2]}$$

Donde: V = volumen $[m^3]$

t = tiempo $[s]$

A = área $[m^2]$

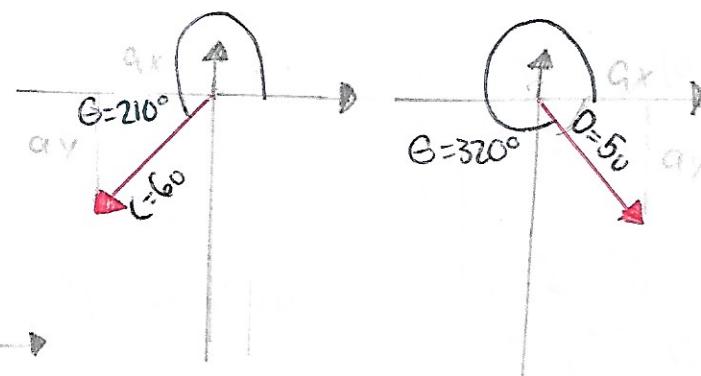
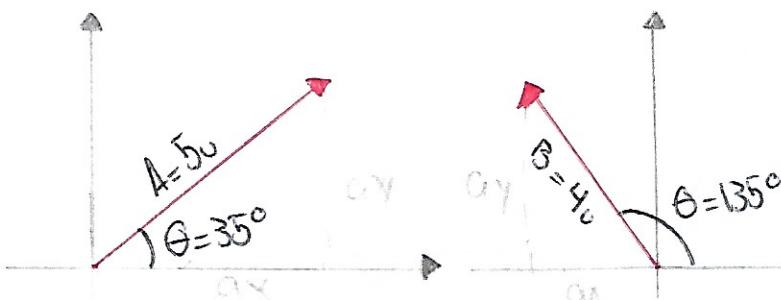
H = caída vertical $[m]$

L = distancia horizontal $[m]$

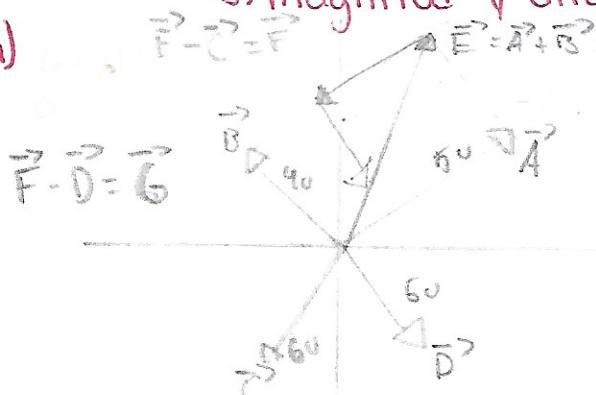
k = conductividad hidráulica $[?]$

$$\underline{[k] = m/s}$$

$$2- \text{Dados los vectores } \vec{A}, \vec{B}, \vec{C}, \vec{D}$$



Hallar: a) componentes cartesianas del vector $\vec{A} + \vec{B} - \vec{C} - \vec{D}$
b) magnitud y dirección



$$\begin{aligned}
 a_x &= 1\vec{A}/|\vec{A}| \cos \theta = 5 \cos 35^\circ = -4.5 \\
 a_y &= 1\vec{A}/|\vec{A}| \sin \theta = 5 \sin 35^\circ = -2.1 \quad |\vec{F}| = \sqrt{(-7.4)^2 + (-1.3)^2} \\
 b_x &= 1\vec{B}/|\vec{B}| \cos \theta = 4 \cos 45^\circ = 2.1 \\
 b_y &= 1\vec{B}/|\vec{B}| \sin \theta = 4 \sin 45^\circ = 3.4 \quad |\vec{F}| = \sqrt{(3.3)^2 + (7.7)^2} \\
 c_x &= 1\vec{C}/|\vec{C}| \cos \theta = 6 \cos 30^\circ = 0.6 \\
 c_y &= 1\vec{C}/|\vec{C}| \sin \theta = 6 \sin 30^\circ = -5.6 \\
 d_x &= 1\vec{D}/|\vec{D}| \cos \theta = 5 \cos 40^\circ = -3.3 \quad |\vec{F}| = (0, 3.7) \\
 d_y &= 1\vec{D}/|\vec{D}| \sin \theta = 5 \sin 40^\circ = 3.7
 \end{aligned}$$

$$b) |\vec{G}| = \sqrt{0^2 + 3.5^2} = 3.5_0$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{3.5}{0}\right) = 0^\circ$$

3- Sean los vectores $\vec{A} = 2\hat{i} - 3\hat{j} + 4\hat{k}$, $\vec{B} = \hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ y $\vec{C} = 3\hat{i} - 3\hat{j} + 3\hat{k}$, encontrar:

- a) $\vec{A} \times \vec{B}$
- b) $\vec{A} \cdot (\vec{C} \times \vec{B})$
- c) $(\vec{A} \times \vec{B}) \times \vec{C}$
- d) $(\vec{A} \cdot \vec{A})(\vec{C} \times \vec{B})$
- e) $(\vec{B} \times \vec{C})(\vec{C} \cdot \vec{B})$

a) $\begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 2 & -3 & 4 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} \quad \begin{array}{l} \hat{i}(-3(2) - (4)(-1)) = -6 + 4 = -2\hat{i} + \hat{k} \\ \hat{j}(2(2) - (4)(1)) = 4 - 4 = 0 \\ \hat{k}(2(-1) - (-3)(1)) = -2 + 3 = \hat{k} \end{array} \quad \vec{A} \times \vec{B} = \vec{E}$

b) $\vec{C} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & -3 & 3 \\ 1 & -1 & 2 \end{vmatrix} \quad \begin{array}{l} \hat{i}(-3(2) - (3)(-1)) = -6 + 3 = -3\hat{i} \\ \hat{j}(3(2) - (3)(1)) = 6 - 3 = 3\hat{j} \\ \hat{k}(3(-1) - (-3)(1)) = -3 + 3 = 0 \end{array}$

$\vec{A} \cdot \vec{B} = 2(-3) + (-3)(-3) + (4)(0) = (-6) + 9 = 3$

c) $\vec{E} \times \vec{C} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ -2 & 0 & 1 \\ 3 & -3 & 3 \end{vmatrix} \quad \begin{array}{l} \hat{i}(0(3) - (1)(-3)) = 0 + 3 = 3\hat{i} \\ \hat{j}(-2(3) - (1)(3)) = -6 - 3 = -9\hat{j} \\ \hat{k}(-2(-3) - (0)(3)) = 6 - 0 = 6\hat{k} \end{array} = 3\hat{i} + 9\hat{j} + 6\hat{k}$

d) $\vec{A} \cdot \vec{A} = 2(2) + (-3)(-3) + (4)(4)$
 $= 4 + 9 + 16 = 29 (\vec{C} \times \vec{B})$

$\rightarrow 29(-3\hat{i} - 3\hat{j}) = -87\hat{i} - 87\hat{j}$

e) $\vec{B} \times \vec{C} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & -3 & 3 \end{vmatrix} \quad \begin{array}{l} \hat{i}(-1(3) - (2)(-3)) = -3 + 6 = 3\hat{i} \\ \hat{j}(1(3) - (2)(-3)) = 3 - 6 = -3\hat{j} \\ \hat{k}(1(-3) - (-1)(3)) = -3 + 3 = 0 \end{array} = 3\hat{i} - 3\hat{j}$

$\vec{C} \cdot \vec{B} = (3)(1) + (-3)(-1) + (3)(2) = 3 + 3 + 6 = 12$
 $= 12(3\hat{i} + 3\hat{j}) = 36\hat{i} + 36\hat{j}$

4- $\vec{A} = 5.0\hat{i} - 6.5\hat{j}$ y $\vec{B} = -3.5\hat{i} + 7\hat{j}$. Un tercer vector \vec{C} está en el plano xy y es perpendicular a \vec{A} , el producto escalar de \vec{C} de \vec{B} es 15. Con esta información, obtenga las componentes del vector \vec{C} .

$$A = (5, -6.5) \quad B = (-3.5, 7) \quad C = (x, y)$$

$$\vec{A} \cdot \vec{C} = 0 \rightarrow (5x - 6.5y) = 0$$

$$\vec{C} \cdot \vec{B} = 15 \rightarrow (-3.5x + 7y) = 15$$

$$\begin{array}{l} 5x - 6.5y = 0 \\ -3.5x + 7y = 15 \end{array} \left(\begin{array}{cc|c} 5 & -6.5 & 0 \\ -3.5 & 7 & 15 \end{array} \right) \xrightarrow{\text{(1)} \cdot 1/5} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1.3 & 0 \\ -3.5 & 7 & 15 \end{array} \right) \xrightarrow{\text{(2)} + 3.5 \text{(1)}} \left(\begin{array}{cc|c} 1 & -1.3 & 0 \\ 0 & 3.5 & 15 \end{array} \right) \left(\begin{array}{c} 1 \\ 1 \\ 4 \end{array} \right)$$

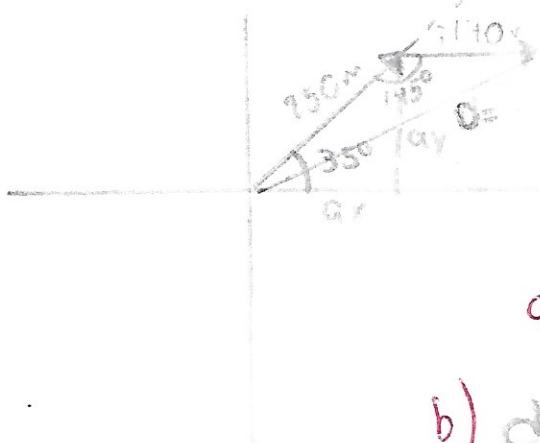
$$\left(\begin{array}{cc|c} 1 & 0 & 3.9 \\ 0 & 1 & 30 \end{array} \right) \quad \begin{array}{l} x = \frac{3.9}{4} = 7.9 \\ y = \frac{30}{4} = 6.1 \end{array}$$

$$\underline{\underline{\vec{C} = 7.9\hat{i} + 6.1\hat{j}}}$$

5- Una mujer camina 250m en la dirección 35° al Este del Norte, después 170m al Este.

a) Por medio de métodos gráficos, determine el desplazamiento final desde el punto de partida

b) Compare la magnitud de su desplazamiento con la distancia que caminó.



$$|\vec{D}| = \sqrt{a_x^2 + a_y^2}$$

$$a_x = 250 \cos 35 = 204.78 + 170 = 374.78$$

$$a_y = 250 \sin 35 = 143.39$$

$$|\vec{D}| = \sqrt{(374.78)^2 + (143.39)^2}$$

a) $|\vec{D}| = \underline{\underline{401.87 \text{ m}}}$

b) $d = 250 + 170 = \underline{\underline{420}}$

Posición v Velocidad

6.- $\vec{r} = [(2m/s^2)t^3 - (5m/s)t] \hat{i} + [(6m) - (7m/s^4)t^4] \hat{j}$. Calcule:

a) \vec{r}

b) \vec{v}

c) \vec{a} cuando $t=2s$

$$\vec{r} = [2t^3 - 5t] \hat{i} + [6 - 7t^4] \hat{j}$$

a) $\vec{r} = [2(2)^3 - 5(2)] \hat{i} + [6 - 7(2)^4] \hat{j} = [16 - 10] \hat{i} + [6 - 112] \hat{j}$
 $\vec{r} = 6\hat{i} - 106\hat{j}$

b) $d\vec{r}/dt = (6t^2 - 5) \hat{i} + (-28t^3) \hat{j} = \vec{v} = (6(2)^2 - 5) \hat{i} - (28(2)^3)$
 $\vec{v} = (24 - 5) \hat{i} - 224 \hat{j} \rightarrow \vec{v} = 19\hat{i} - 224\hat{j}$

c) $d\vec{v}/dt = (12t) \hat{i} - (84t^2) \hat{j} = \vec{a} = (12(2)) \hat{i} - (84(2)^2) \hat{j}$
 $\vec{a} = 24\hat{i} - 336\hat{j}$

7.- $\vec{v} = [(6.0m/s^2)t - (4.0m/s^3)t^2] \hat{i} + (8.0m/s) \hat{j}$. Suponga que $t > 0$

a) Aceleración cuando $t=3s$

b) Aceleración = $0 m/s^2$

c) Velocidad = $0 m/s$

d) Velocidad = $10 m/s$

} Si alguna vez sucede

$$d\vec{v}/dt = [6t - 4t^2] \hat{i} + [8] \hat{j}$$

a) $\vec{a} = (6 - 8t) \hat{i} \rightarrow (6 - 8(3)) \hat{i} = -18\hat{i}$

$|\vec{a}| = 18 m/s^2$

b) $6 - 8t = 0$

$-8t = -6$

$t = \frac{-6}{-8}$

$t = \frac{6}{8} \quad t = 0.75 s$

$$c) 6t - 4t^2 + 8 = 0 \rightarrow -4t^2 + 6t + 8 = 0 \quad (1/2) \rightarrow -3 \pm \frac{\sqrt{3^2 + 4(-7)(4)}}{2(2)} \\ -3 \pm \frac{\sqrt{41}}{4} = 2.35 \text{ s}$$

$$d) 6t - 4t^2 + 8 = 10 \rightarrow 6t - 4t^2 - 2 = 0 \quad (1/2) \rightarrow -3 \pm \frac{\sqrt{9+16}}{4} \\ -3 \pm \frac{\sqrt{25}}{4} = 0.5 \text{ s}$$

8. $V_1 = 40 \text{ km/h} = \text{cte}$

$V_2 = 60 \text{ km/h} = \text{cte}$

$V_m = ?$



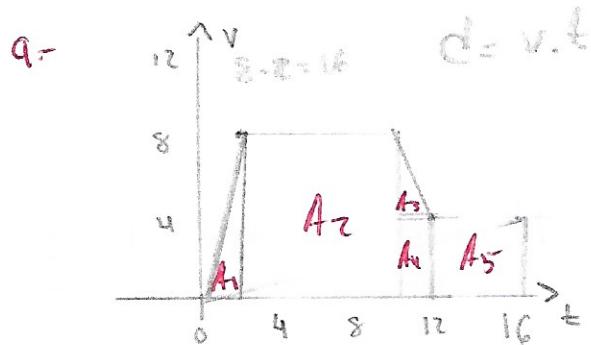
$$\frac{t_1 - t_0}{d} = \frac{40}{d}$$

$$(t_1 - t_0) = \frac{60}{d}$$

$$\vec{V_m} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \quad \Delta t = t_2 - t_0$$

$$\vec{V_m} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{2(60)(40)}{60 + 40} = \frac{4800}{100} = 48 \text{ m/s}$$

$$\vec{V_m} = 48 \text{ km/h} = 13.3 \text{ m/s}$$



a) ¿Qué distancia cubrirá en 16 s el corredor cuya gráfica de $v-t$ se muestra?

10- Aceleración del corredor cuando $t = 11 \text{ s}$

a)

$$\Delta x = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 = 30m$$

~~$$\Delta x = 100m$$~~

$$A_1 = 8m^2, A_2 = 64m^2, A_3 = 4m^2$$

$$A_4 = 8m^2, A_5 = 16m^2$$

$$10.- \quad a_x = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{8-6}{11-10} = \frac{2}{1}$$

~~$$a_x = 2m/s^2$$~~

M.O.

$$11.- \quad x = 5t^2 + 20t \quad \text{Donde: [x] metros, [t] segundos}$$

a) \vec{v}_m entre los instantes $t=3s$ y $t=4s$

$$v_{mx} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{t_2 - t_1} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{4s - 3s} = \frac{\vec{r}_2 = 5(4)^2 + 20(4) = 160}{\vec{r}_1 = 5(3)^2 + 20(3) = 105}$$

~~$$\vec{v}_m = \frac{160 - 105}{4 - 3} = \frac{55}{1} = 55m/s^2$$~~

12-

$$\underline{v_A = cte}$$



$$\underline{v_B = cte}$$



a) tiempo que emplean dos 2 carritos en encontrarnos

$$x_a = x_0$$

$$x_a = x_0 + v_a t$$

$$x_B = x_0 - v_B t$$

$$x_B - x_A = d$$

$$x_B = d + x_A$$

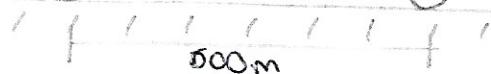
$$\rightarrow x_0 - v_a t = v_a t$$
$$t = \frac{x_{AB}}{v_a}$$

$$t = \frac{d + \Delta x}{v_a} \quad \cancel{\cancel{\cancel{\quad}}} \\ \cancel{\cancel{\cancel{\quad}}}$$

13-

$$v_A = 10 \text{ m/s}$$

A



$$v_B = 30 \text{ m/s}$$

B

Luego de 10s cambia su dirección en 180° $v = \text{cte}$

a) Qué tiempo emplean hasta encontrarse desde las posiciones indicadas en la figura.

$$x_A = x_B \rightarrow x_B - x_A = 500 \text{ m}$$

$$x_A = x_0 + v_a t$$

$$x_A = 10t$$

$$x_B = 500 - 30t$$

$$10t = 500 - 30t$$

$$10t + 30t = 500$$

$$50t = 500$$

$$t = \frac{500}{50}$$

El cuerpo cambia su dirección debido al choque.

$$t = 10 \text{ s} \quad \cancel{\cancel{\cancel{\quad}}}$$

14-



$$x_A = x_B$$

$$x_C = 0$$

$$x_0 = 3L$$

a) Qué distancia separa a los personas cuando choquen ambas platoformas.

$$x_B + x_A = 2L$$

$$x_B - x_A = L$$

$$x = v_0 + v_{0x}t$$

$$x_A = L + v_1 t$$

$$x_C = 0 + v_B t$$

$$x_B = 2L + v_2 t$$

$$x_D = 3L + v_C t$$

$$x_C + x_D = 3L$$

$$\therefore V_B t + 3L + V_C t$$

$$L = \frac{V_C t - V_B t}{3}$$

15- $x(t) = bt^2 - ct^3$ donde $b = 2.40 \text{ m/s}^2$ y $c = 0.120 \text{ m/s}^3$

a) Calcule V_m del auto entre $t = 0$ y $t = 10.0\text{s}$

b) Calcule la velocidad instantánea en:

i) $t = 0\text{s}$

ii) $t = 5.0\text{s}$

iii) $t = 10.0\text{s}$

c) Tiempo después de arrancar vuelve a estar parado el auto

a) $x = 2.4t^2 - 0.12t^3$
 $x = 2.4(10)^2 - 0.12(10)^3 = 120\text{m} \rightarrow V_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow \frac{(120-0)}{(10-0)} = 12\text{m/s}$

b) $V = \frac{dx}{dt} = 4.8t - 0.36t^2 \quad v = 4.8(0) - 0.36(0)^2 = 0\text{m/s}$ i)

$V = 4.8(5) - 0.36(5)^2 = 15\text{m/s}$ ii)

$V = 4.8(10) - 0.36(10)^2 = 12\text{m/s}$ iii)

c) $4.8(t) - 0.36(t)^2 = 0 \rightarrow 4.8 - 0.36t = 0$

$t = 13.3\text{s}$

16.- $a_{\max} = 5 \text{ m/s}^2$ $d = 100 \text{ m}$ a) T_{\min} para llegar a la meta $V_{\max} = 10 \text{ m/s}$

$$V_{\max} = 10 \text{ m/s}$$

$$V_x = V_{0x} + a_x t$$

$$x = x_0 + V_{0x}t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$V_x^2 = V_{0x}^2 + 2 a_x x$$

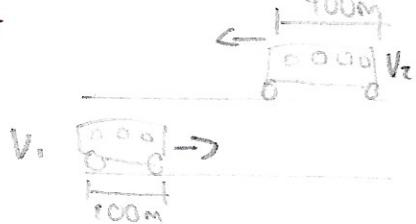


100m

$$x = \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$t^2 = \frac{2x}{a_x} \rightarrow t = \sqrt{\frac{2(100)}{5}} = \underline{\underline{6.3 \text{ s}}}$$

17-



Si en el instante en que se cruzan, la rapidez de los trenes $V_1 = 12 \text{ m/s}$, $V_2 = 18 \text{ m/s}$ $a = 3 \text{ m/s}^2$

a) Determinar tiempo que demoran los trenes en cruzarse.

$x_{f1} = x_{f2}$ Tren 1

$$x_f = x_0 + V_{0x} t + \frac{1}{2} a_x t^2$$

$$x_{f1} = 600 + (12)t + \frac{3t^2}{2}$$

Tren 2

$$x_{f2} = 0 - (18)t + \frac{(-3)t^2}{2}$$

$$600 + 12t + \frac{3t^2}{2} = -18t - \frac{3t^2}{2}$$

$$600 + 12t + 1.5t^2 = -18t - 1.5t^2$$

$$600 + 30t + 3t^2 = 0$$

$$30t + 3t^2 = -600$$

$$\underline{\underline{t = 10 \text{ s}}}$$

$$18- t=0s$$

$$V_i = 5 \text{ m/s}$$

$$t=0$$

•

$$-25$$

•

$$0$$

- a) aceleración durante el frenado.
- b) desplazamiento total
- c) posición de la partícula cuando se detiene
- d) velocidad a los 30s
- e) V_m durante los 25s
- f) a_m durante los 25s

$$a_x = \frac{V_x - V_{0x}}{t} = \frac{0 - 5}{10} = -0.5 \text{ m/s}^2 \text{ cte}$$

$$x = x_0 + V_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2 = -25 + 5(10) + \frac{1}{2}(-0.5)(10)^2 = 24.5 \text{ m}$$

$$24.5 - 25 = -0.5 \text{ m}$$

$$V_x = V_{0x} + a_x t$$

$$V_x = 5 + (-0.5)(30) = -10 \text{ m/s}$$

$$V_x = 5 + (-0.5)(25) = -7.5 \text{ m/s}$$

$$V_m = \frac{V_{0x} + V_x}{2} = \frac{5 + (-7.5)}{2}$$

$$V_m = -1.25 \text{ m/s}$$

$$a_m = \frac{V_x - V_{0x}}{t} = \frac{-7.5 - 5}{25}$$

$$a_m = -0.5 \text{ m/s}^2 \text{ cte}$$

La partícula se mueve con una velocidad constante de 5m/s durante 10s, e inmediatamente frena uniformemente hasta llegar al reposo 10s después. Suponiendo la dirección del movimiento sobre el eje x positiva, calcular:

19.- En el instante $t=0s$, un carro parte del reposo y acelera uniformemente. Se observa que el desplazamiento entre 2 puntos $\Delta x_{12} = 1028m$ y el tiempo en el que lo recorre es de $20s$, si la velocidad en el punto 2 vale $v_2 = 77.1m/s$ encontrar:

- aceleración del carro
- velocidad en el punto 1
- tiempo que tarda desde que parte del reposo hasta que alcanza la v en el punto 1
- distancia desde que parte del reposo hasta que alcanza la v en el punto 1.

$$t_0 = 0s$$

$$t_2 = 20s$$



$$a = \frac{v_2 - 0}{t_2}$$

a)

$$a = 3.85 m/s^2$$

b)

$$v_{ox} = 44.57 m/s$$

$$v_x = v_{ox} + a_x t$$

$$t = \frac{v_x - v_{ox}}{a_x} = 11.57 s$$

c)

$$a = \frac{v_x - v_{ox}}{t}$$

$$v_x^2 = v_{ox}^2 + 2ax$$

$$v_{ox}^2 = v_x^2 + 2ax$$

$$v_{ox} = \sqrt{v_x^2 - 2ax}$$

$$v_{ox} = \sqrt{77^2 - 2(3.85)(1028)}$$

$$v_{ox} = \sqrt{77^2 - 2(3.85)(1028)}$$

$$x = x_0 + v_{ox}t + \frac{1}{2}a_x t^2$$

$$x = v_{ox}t^2$$

$$x = v_2 (3.85)(11.57)^2$$

$$d) x = 257.68 m$$

20. Las cucarachas grandes pueden correr a $1.5m/s$ en tramos cortos. Supongamos que enciende la luz en un hotel barato y ve una cucaracha alejándose en línea recta a $1.5 m/s$ (constante) mientras usted se acerca a ella a $0.8m/s$. Si inicialmente usted estaba $0.90m$ detrás, ¿Qué aceleración constante mínima necesitará para alcanzar al bicho cuando éste ha recorrido $1.20m$, justo antes de escapar bajo un mueble?

$$v_c = 1.5 m/s$$

$$v_p = 0.8 m/s$$

$$d_c = 1.50 m$$

$$x_p = 0.9 + 1.5 = 2.4 m$$

$$t_c = 1 \text{ seg}$$

$$a_{cte} = ?$$

$$x_p = 0.5at^2 + v_p t$$

$$2.4 = 0.5(1)^2 + 0.8(1) \rightarrow 2.4 = 0.5a + 0.8$$

$$a = \frac{2.4 - 0.8}{0.5} \rightarrow a = 3.2 m/s^2 = a_{cte}$$

Aceleración, Velocidad y posición con cálculo

21.- La aceleración de una motocicleta está dada por $a_x(t) = At - Bt^2$, con $A=150 \text{ m/s}^3$ y $B=0.120 \text{ m/s}^5$. La moto está en reposo en el origen $t=0$.

a) Obtenga la posición y velocidad en función de t

b) Calcule la V_{\max} que alcanza.

a) $V_x = V_0 + \int_0^t a_x dt$

$$= V_0 t + \int_0^t (1.5t - 0.12t^3) dt \quad V(t) = \frac{1.5}{2} t^2 - \frac{0.120}{3} t^3$$

$$x = x_0 + \int_0^t V(t) dt \rightarrow x = x_0 + \int_0^t \left(\frac{1.5}{2} t^2 - \frac{0.120}{3} t^3 \right) dt$$

$$x = x_0 + \frac{1.5}{6} t^3 - \frac{0.120}{12} t^4$$

$$V_x = V_0 + \frac{1.5}{2} t^2 - \frac{0.120}{3} t^3$$

b) $a(t) = 1.50 t - 0.120 t^2 \rightarrow 1.5t - 0.12t^2 = 0$
 $t(1.5 - 0.120) = 0 \rightarrow t = 12.5$

$$V_{\max} = \frac{1.5}{2} (12.5)^2 - \frac{0.120}{3} (12.5)^3$$

$$\underline{\underline{V_{\max} = 39.10 \text{ m/s}}}$$

Caída Libre

22. Una pelota se lanza verticalmente hacia arriba con una rapidez de 25 m/s . a) ¿Cuánto sube?, b) ¿Cuánto tiempo le toma alcanzar su punto más alto?, c) ¿Cuánto tiempo le toma a la pelota chocar con el suelo después de que alcanza su punto más alto? y d) ¿Cuál es su velocidad cuando regresa al nivel donde partió?

$$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & v_f = V_0 - gt \\ \textcircled{2} \quad & y = Y_0 + V_0 t - \frac{1}{2} g t^2 \\ \textcircled{3} \quad & V_y^2 = V_0^2 - 2g \Delta y \end{aligned} \quad \begin{aligned} & y = 0 + 25t - \frac{1}{2}(9.81)t^2 \\ & y = 25(2.54) - \frac{1}{2}(9.81)(2.54)^2 \\ & \textcircled{a) } \underline{\underline{y = 31.85 \text{ m}}} \end{aligned}$$

$$0 = 25 - (9.81)t$$

$$t = \frac{25}{9.8}$$

$$\textcircled{b) } \underline{\underline{t = 2.54 \text{ s}}}$$

$$y = V_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

$$y - V_0 t = + \frac{1}{2} g t^2$$

$$2(y - V_0 t) = g t^2$$

$$t = \frac{2(y - V_0 t)}{g}$$

$$t^2 = \frac{2(31.85 - 0)}{9.81}$$

c)

~~$$t = 2.5 \text{ s}$$~~

$$V_f = V_0 + g t$$

d) $V_f = 0 + (9.8)(2.5)$

~~$$V_f = 24.5 \text{ m/s}$$~~

23. Un globo asciende con una rapidez constante, $v_g = 10 \text{ m/s}$, en el instante que el globo se encuentra a una altura $h = 100 \text{ m}$ del suelo, se suelta una pelota. Encontrar: a) en que instante de tiempo la pelota y el globo están separados una distancia de 80 m , b) la rapidez con que choca la pelota en el suelo y c) dibuje un gráfico $v-t$ y $x-t$ que mejor represente el movimiento de la pelota.

Globo

$$V = 10 \text{ m/s} = \text{cte} \quad Y_f = 100 + 10t$$

$$Y_0 = 100 \text{ m}$$

Pelota

$$V_0 = 10 \text{ m/s}$$

$$Y_f = 100 + 10 - \frac{1}{2} 9.81 t^2$$

$$Y_0 = 100 \text{ m}$$

$$Y_{fg} - Y_{fp} = 80 \text{ m}$$

$$100 + 10t - (100 + 10 - \frac{1}{2} 9.81 t^2) = 80$$

$$4.905 t^2 = 80$$

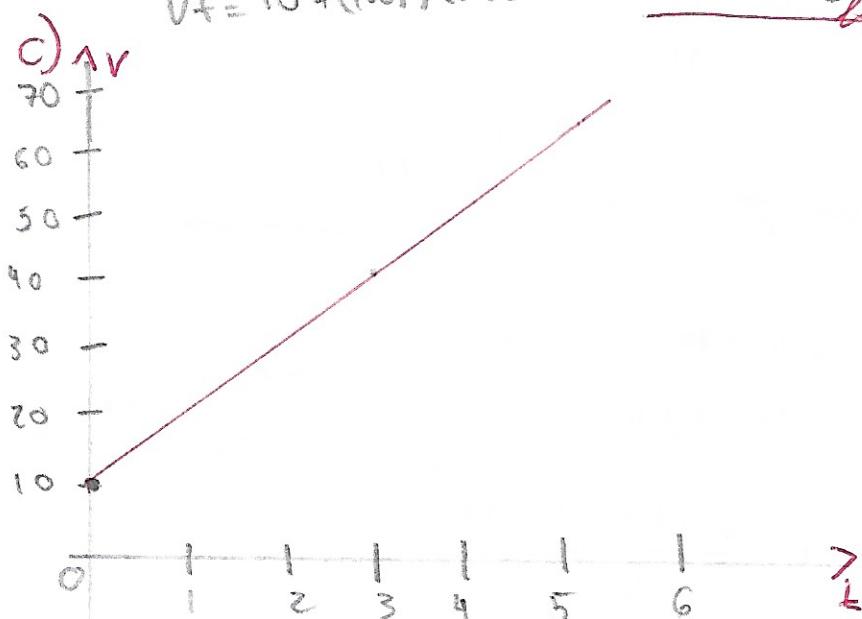
$$t = \sqrt{\frac{80}{4.9}}$$

~~$$t = 4.03 \text{ s}$$~~

b) $V_{fp} = Y + V_0 t - \frac{1}{2} g t^2$
 $= 100 + 10t - \frac{1}{2}(9.81)t^2$
 $t = 5.65 \text{ s}$

$$V_f = V_0 + g t$$

 $V_f = 10 + (9.81)(5.65) \rightarrow V_f = 65.42 \text{ m/s}$



24. Un paracaidista, después de saltar del avión, desciende 70m sin considerar el efecto del viento. Cuando se abre el paracaídas se retarda su caída a razón de 2.5 m/s^2 , alcanzando el suelo con una rapidez de 1.5 m/s . a) cuánto tiempo estuvo el paracaidista en el aire, b) desde que altura salto del avión.

$$h = 70 \text{ m}$$

$$a = -2.5 \text{ m/s}^2$$

$$V_0 = 1.5 \text{ m/s}$$

$$h = \frac{gt^2}{2}$$

$$t^2 = \frac{2h}{g}$$

$$t = \sqrt{\frac{2(70)}{9.81}}$$

$$t = 3.77 \text{ s}$$

$$V_f = g t = 9.8 (3.77) = 36.94 \text{ m/s}$$

$$V_f = V_0 + at$$

$$t = \frac{V_f - V_0}{a} = \frac{1.5 - 36.94}{-2.5}$$

$$t = 14.17 \text{ s}$$

$$\text{a)} t_{\text{total}} = 3.77 \text{ s} + 14.17 \text{ s} = 17.94 \text{ s} //$$

$$h = V_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$h = 36.94 (14.17) - \frac{2.5 (14.17)^2}{2}$$

$$h = 70 + 505.7$$

$$\underline{\underline{h = 575.7 \text{ m}}}$$

25. Desde un trampolín que está a 4.1 m por encima de la superficie de un lago, se deja caer un balón de plomo. El balón cae en el agua con cierta velocidad y se hunde hasta el fondo con esta misma velocidad constante. Alcanza el fondo 5 s después de que se dejó caer. a) ¿Cuál es la profundidad del lago?, b) ¿Cuál fue la velocidad promedio del balón?, c) supongamos que el lago se seca y que se lanza el balón desde el trampolín, de manera que alcanza de nuevo el fondo en 5 s ¿Cuál es la velocidad inicial del balón?

$$V_f^2 = V_0^2 - 2g\Delta y$$

$$V_f = \sqrt{2(9.8)(4.1)}$$

$$V_f = 8.96 \text{ m/s} = \text{cte}$$

$$V_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4.1 + (36.64)}{5} = \underline{\underline{8.1 \text{ m/s}}} \rightarrow$$

$$V_f = V_0 - gt \quad \text{a)} \\ t = \frac{V_f - V_0}{g} \rightarrow t = \frac{8.96 - 0}{9.81} = 0.91 \text{ s} \quad t_{\text{total}} = 5 - 0.91 = 4.09 \text{ s}$$

$$V = \frac{d}{t} \rightarrow d = V \cdot t = (8.96)(4.09) = \underline{\underline{36.64 \text{ m}}} \rightarrow$$

$$\text{b)} \quad V_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{4.1 + (36.64)}{5} = \underline{\underline{8.1 \text{ m/s}}} \rightarrow$$

$$y = y_0 + V_{0y}t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$V_{0y} = \underline{\underline{y_0 - \frac{1}{2} g t^2}}$$

$$V_{0y} = \underline{\underline{40.74 - \frac{1}{2}(9.8)(5)}}$$

c)

$$\underline{\underline{V_{0y} = -16.37 \text{ m/s}}} //$$

Mecánica

26. En un sitio de construcción una llave de tubo choca contra el suelo a una rapidez de 24 m/s.
- ¿A qué altura se la dejó caer accidentalmente?
 - ¿Cuánto tiempo tardó en caer?

$$V_f^2 = V_i^2 - 2g \Delta y$$

$$y = V_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$

a) $\Delta y = \frac{(24)^2}{2(9.8)}$

$\Delta y = 29.35 \text{ m}$

b) $y = -\frac{1}{2} g t^2$

$$(29.35) = -\frac{1}{2}(9.8) t^2 \rightarrow t^2 = \frac{29.35}{-\frac{1}{2}(9.8)}$$

$$t = \sqrt{5.9959}$$

$t = 2.44 \text{ s}$

27. Se deja caer un tabique (rapidez inicial cero) desde la azotea de un edificio. El tabique choca con el piso en 2.50 s. Se puede despreciar la resistencia del aire, así que el tabique está en caída libre.

- ¿Qué altura (en m) tiene el edificio?
- ¿Qué magnitud tiene la velocidad del tabique justo antes de llegar al suelo?
- Dibuja las gráficas: $a_y - t$, $v_y - t$ y $y - t$ para el movimiento.

$$\Delta y = \frac{1}{2} g t^2$$

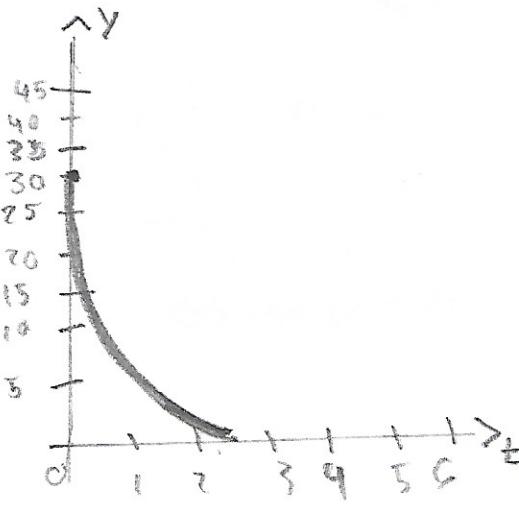
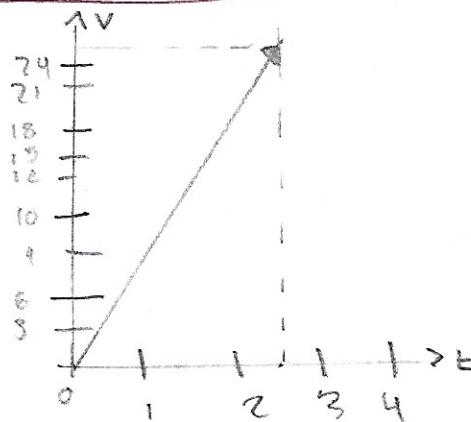
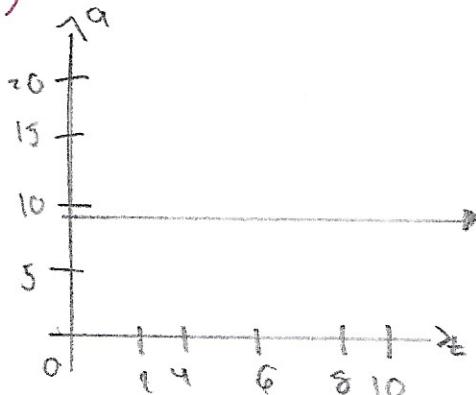
a)

$$\Delta y = \left(\frac{1}{2}\right)(9.81)(2.50)^2 \rightarrow \underline{\Delta y = 30.65 \text{ m}}$$

$$V_f = V_0 - g t$$

b)

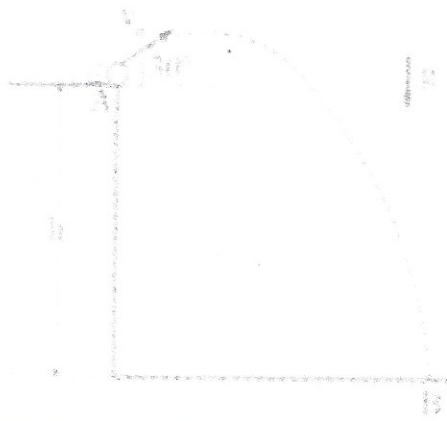
c) $V_f = (9.81)(2.5) \rightarrow \underline{V_f = 24.5 \text{ m/s}}$



Tiro Parabólico

28. Una pelota es lanzada desde un punto "A" con una velocidad $v=50\text{m/s}$, llegando al punto "B" luego de 10s . ¿Cuál es el valor de "h" en metros? ($g=9.8\text{m/s}^2$)

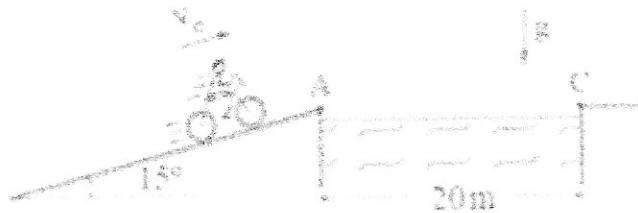
$$y = v_{oy} t - \frac{1}{2} g t^2$$



$$y = (50)(10) - \frac{1}{2}(9.8)(10)^2$$

$$\underline{y = 9.5\text{m}} \quad \checkmark$$

29. Calcular la mínima velocidad que debe tener un motociclista para lograr pasar por el obstáculo en la figura siguiente. ($g=9.8\text{m/s}^2$)



$$x_{\max} = \frac{v_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

$$v_0^2 = \frac{x_{\max}(g)}{\sin 2\theta} = v_b = \sqrt{\frac{x_{\max}(g)}{\sin 2\theta}}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{20(9.8)}{\sin 2\theta}}$$

$$\underline{V = 19.8\text{ m/s}} \quad \checkmark$$

3). Robin Hood va intentar insertar con una flecha una manzana, dispuesta en la cabeza de su hijo a cierta distancia "d" del punto de disparo (la manzana está 5m por debajo del punto de lanzamiento de la flecha). La flecha sale con una velocidad inicial de 50m/s haciendo una inclinación de 30° con la horizontal y el viento produce una aceleración horizontal opuesta a su velocidad de 2m/s.

a) Calcular "d"

b) Hallar la altura máxima "h_{max}" que alcanza la flecha medida desde el punto de lanzamiento ($g = 9.8 \text{ m/s}^2$)

$$ax = 2 \text{ m/s}^2$$

$$V_x = 50 \cos 30 - 2t$$

$$V_x =$$

$$ay = 9.81 \text{ m/s}^2$$

$$V_y = 50 \sin 30 - 9.81 t$$

$$V_y =$$

$$x_{\max} = \frac{V_0^2 \sin 2\theta}{g}$$

$$x_{\max} = \frac{50^2 \sin 2(30)}{9.81}$$

$$\underline{x_{\max} = 220.69 \text{ m}}$$

$$y_{\max} = \frac{V_0^2 \sin^2 \theta}{2g}$$

$$y_{\max} = \frac{(50)^2 (\sin 30)^2}{2(9.81)}$$

$$\underline{y_{\max} = 31.85 \text{ m}}$$

31). Una pelota se lanza como se observa en la figura. A una altura de 9.1m se observa que la velocidad es $\vec{v} = 5\hat{i} + 3\hat{j} \text{ m/s}$, calcular:

a) La velocidad inicial con que fue lanzada la pelota

b) En que instante de tiempo la pelota volverá a tener una altura de 9.1m

c) Cuál es la posición cuando viene a alcanzar la altura de 9.1m

d) A qué altura máxima se elevará la pelota

e) Cuál será la distancia horizontal recorrida

f) Cuál es la velocidad de la pelota en el instante que choca con el suelo en magnitud y dirección

$$x = V_{0x}t = cte \quad V_x = 5 \text{ m/s}$$

$$y = V_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \quad V_y = V_{0y} - gt$$

$$V_{0y} = 3 - (9.81)t$$

$$9.1 = (3 + 9.81)t + \frac{1}{2}9.8t^2$$

$$4.90t^2 + 6t - 9.1 = 0$$

$$t = 0.88 \text{ s}$$

$$V_{0y} = 3 + 9.81(0.88)$$

$$11.63 \text{ m/s} \rightarrow V_0 = \sqrt{5^2 + 11.63^2} = 12.65 \text{ m/s}$$

$$b) q.1 = 11.63t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$t = 2.11 \text{ s}$$

$$c) y = 11.63(2.11) - 4.9(2.11)^2$$

$$y = 9.1 \text{ m}$$

$$d) y_{\max} = \frac{V_0^2 \sin^2 \theta}{g}$$

$$y_{\max} = \frac{(11.63)^2}{9.81}$$

$$y_{\max} = 13.78 \text{ m}$$

$$e) 0 = 14.64t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$t = \frac{14.64}{9.8} = 1.49 \text{ s}$$

$$x = 5(2.99)$$

$$x = 14.95 \text{ m}$$

$$f) v = \sqrt{5^2 + 11.63^2}$$

$$v = 12.65 \text{ m/s}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{11.63}{5}\right)$$

$$\theta = 66.73^\circ$$

Movimiento circular.

32. Un disco Hite-Ray realiza 60 vueltas en 15s. De acuerdo con los datos proporcionados se quiere conocer el periodo de rotación y su velocidad angular en segundos y revoluciones por segundo. (Nota: $1\text{rev} = 2\pi \text{ rad}$)

$$f = \frac{\# \text{vueltas}}{\text{Tiempo}} = \frac{60 - 15}{290 - 60} = 240 \text{ rpm} \rightarrow T = \frac{15}{60} \rightarrow T = 0.25 \text{ s}$$

$$f = \frac{60}{15} = 4$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \rightarrow \frac{2\pi}{0.25} = 8\pi \text{ rad/s}$$

$$\omega = \frac{120\pi}{0.25} = 480\pi \text{ rad/s} = 76.39 \text{ rps}$$

33. Una masa se mueve en una trayectoria circular (ver figura) con radio $r = 0.5\text{m}$ sobre un plano horizontal, con una rapidez constante de $v = 1\text{m/s}$. Si cuando $t = 0\text{s}$, la masa se encontraba en $\theta = 0^\circ$

- calcule las coordenadas (x, y) de la masa en $t_1 = 0.5\text{s}$
- Calcule el vector aceleración de la masa en $t_2 = 0\text{s}$
- Calcule el vector aceleración de la masa cuando $\theta = 90^\circ$

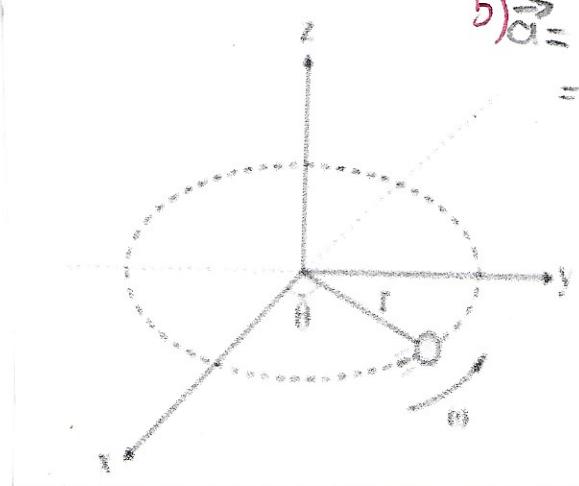
$$w = 1\text{m/s} \quad t = 0 \Rightarrow \theta = 0^\circ$$

$$w = \frac{d\theta}{dt}$$

$$\theta_f - \theta_0 = w(t_f)$$

$$\theta_f = \theta_0 + w t = 0 + 1(0.5) = 0.5$$

$$\theta_f = 5$$



$$a) \theta_f = 0.5^\circ \rightarrow t = 0.5\text{s}$$

$$a_x = 0.5 (\cos 0.5) = 0.40$$

$$a_y = 0.5 (\sin 0.5) = 0.084$$

$$b) \vec{a} = R w^2 (-\cos 0^\circ - \sin 0^\circ) \\ = 0.5(1)^2(-1 - 0)$$

$$\vec{a} = -0.5 \hat{i} \text{ m/s}^2$$

$$c) \vec{a} = R w^2 (-\cos 90^\circ - \sin 90^\circ)$$

$$\vec{a} = 0.5(1)^2(0 - 1)$$

$$\vec{a} = -0.5 \hat{j}$$