Colín Ramiro Joel

1.- $kx+y+z-1=0$
$x+ky+z-1=0$
$x+y+kz-1=0$

$$\longrightarrow \left(\begin{array}{ccc|c} k & 1 & 1 & 1 \\ 1 & k & 1 & 1 \\ 1 & 1 & k & 1 \end{array}\right)$$

$$R_2 \longleftrightarrow R_1 \left|\begin{array}{ccc|c} 1 & k & 1 & 1 \\ k & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & k & 1 \end{array}\right| \quad \begin{array}{l} R_2-kR_1 \to R_2 \\ R_3-R_1 \to R_3 \end{array} \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & k & 1 & 1 \\ 0 & -k^2+1 & -k+1 & -k+1 \\ 0 & -k+1 & k-1 & 0 \end{array}\right)$$

$$R_3-\left(\frac{1}{k+1}\right)R_2 \to R_3 \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & k & 1 & 1 \\ 0 & -k^2+1 & -k+1 & -k+1 \\ 0 & 0 & \frac{k^2+k-2}{k+1} & \frac{k-1}{k+1} \end{array}\right)$$

a) Tenga solución Única

$$\frac{k^2+k-2}{k+1} = \frac{k-1}{k+1}$$

Haciendo el análisis en los incisos siguientes, se puede concluir que el sistema tendrá una única solución cuando

$$\underline{k \neq \{-2, 1\}}$$

b) Conjunto infinito de soluciones

$$\frac{k^2+k-2}{k+1} = \frac{k-1}{k+1}$$

$$0 = 0$$

$\frac{k^2+k-2}{k+1}=0$ y $\frac{k-1}{k+1}=0$

para que este lado sea cero — para que este lado sea cero

$k=-2$ — $k=1$

$k=1$

$\therefore$ Para que el sistema tenga infinito número de soluciones

$$\underline{k=1}$$

Colín Ramiro Joel

c) No tenga solución

$$\frac{k^2+k-2}{k+1} = \frac{k-1}{k+1}$$

$$0 = \frac{k-1}{k+1}$$

$$\frac{k^2+k-2}{k+1}=0$$

$k_1=-2$

$k_2=1$

Como se vio en el inciso anterior, cuando $k=1$ se tenía un conjunto infinito de soluciones y debido a que de lado izquierdo "k" podría tomar 2 valores, se concluye que para que el sistema no tenga solución

$$k=-2$$

2.- a) $x_1+x_2+x_3=37$

$x_1-1 = x_2+x_3\,(1/3)$

$x_2-x_1 = x_3-13$

a)

$$x_1+x_2+x_3=37$$
$$x_1-\tfrac{1}{3}x_2-\tfrac{1}{3}x_3=1$$
$$-x_1+x_2-x_3=-13$$

b)

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 37 \\ 1 & -1/3 & -1/3 & 1 \\ -1 & 1 & -1 & -13 \end{array}\right)$$

c)

$$B=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1/3 & -1/3 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

$B_{11}=(-1)^2\begin{pmatrix} -1/3 & -1/3 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = 1/3+1/3 = 2/3$

$B_{12}=(-1)^3\begin{pmatrix} 1 & -1/3 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = -1-1/3\,(-1)^3 = 4/3$

$B_{13}=(-1)^4\begin{pmatrix} 1 & -1/3 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = 1-1/3 = 2/3$, $B_{21}=(-1)^3\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} = -1-1=-2$

$B_{22}=(-1)^4\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = -1+1=0$, $B_{23}=(-1)^5\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} = 1+1=2$

$B_{31}=(-1)^4\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1/3 & -1/3 \end{pmatrix} = -1/3+1/3=0$, $B_{32}(-1)^5\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1/3 \end{pmatrix} = -1/3-1=-4/3$

$B_{33}=(-1)^6\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1/3 \end{pmatrix} = -1/3-1=-4/3$

$$\text{Cof } B=\begin{pmatrix} 2/3 & 4/3 & 2/3 \\ -2 & 0 & 2 \\ 0 & +4/3 & -4/3 \end{pmatrix}$$

$$\text{Adj } B=\begin{pmatrix} 2/3 & -2 & 0 \\ 4/3 & 0 & +4/3 \\ 2/3 & 2 & -4/3 \end{pmatrix}$$

$$\text{Adj } B\,(B)=\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1/3 & -1/3 \\ -1 & 1 & -1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2/3 & -2 & 0 \\ 4/3 & 0 & +4/3 \\ 2/3 & 2 & -4/3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{matrix} 1(2/3)+1(4/3)+1(2/3) & 1(-2)+1(0)+1(2) & 1(0)+1(+4/3)+1(-4/3) \\ 1(2/3)-1/3(4/3)-1/3(2/3) & 1(-2)-1/3(0)-1/3(2) & 1(0)-1/3(+4/3)-1/3(-4/3) \\ -1(2/3)+1(4/3)-1(2/3) & -1(-2)+1(0)-1(2) & -1(0)+1(+4/3)-1(-4/3) \end{matrix}$$

Colin Ramiro Joel

$$\begin{pmatrix} 8/3 & 0 & 0 \\ 0 & 8/3 & 0 \\ 0 & 0 & 8/3 \end{pmatrix} \to |B| = 8/3$$

$$\begin{pmatrix} \frac{2/3}{8/3} & \frac{-2}{8/3} & 0 \\ \frac{4/3}{8/3} & 0 & \frac{4/3}{8/3} \\ \frac{2/3}{8/3} & \frac{2}{8/3} & -\frac{4/3}{8/3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/4 & -3/4 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/4 & 3/4 & -1/2 \end{pmatrix} = B^{-1}$$

$$\begin{pmatrix} 1/4 & -3/4 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 \\ 1/4 & 3/4 & -1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 37 \\ 1 \\ -13 \end{pmatrix} \begin{matrix} 1/4(37) - 3/4(1) + 0(-13) = 10 \\ = 1/2(37) + 0(1) + 1/2(-13) = 12 \\ = 1/4(37) + 3/4(1) - 1/2(-13) = 15 \end{matrix}$$

Colín Ramiro Joel

3.- $A = \begin{pmatrix} k-3 & 1 & 1 \\ k & 0 & k \\ -k & k-1 & -8 \end{pmatrix}$

$$\begin{array}{ccccc} & & & C_1 & C_2 \\ \end{array}$$
$$\left(\begin{array}{ccc|cc} k-3 & 1 & 1 & k-3 & 1 \\ k & 0 & k & k & 0 \\ -k & k-1 & -8 & -k & k-1 \end{array}\right)$$

$= k-3(0)(-8) + 1(k)(-k) + 1(k)(k-1) - 1(k)(-8)$
$- k-3(k)(k-1) - 1(0)(-k)$

$= 0 - k^2 + k^2 - k + 8k - (k^2-3k)(k-1) - 0$

$= 0 - k^2 + k^2 - k + 8k - k^3 + k^2 - 3k^2 + 3k = -k^3 + 4k^2 + 4k$

$= -k^3 + 4k^2 + 4k = 0$

$-k(k^2 - 4k - 4) = 0$

$-k = 0 \qquad k^2 - 4k - 4 = 0 \rightarrow \dfrac{4 \pm \sqrt{-4^2 - 4(1)(-4)}}{2(1)}$

$= \dfrac{4 \pm \sqrt{16+16}}{2} = \dfrac{4 \pm \sqrt{32}}{2}$

$= \dfrac{4 \pm \sqrt{4^2(2)}}{2} = \dfrac{4 \pm \sqrt{4^2}\sqrt{2}}{2}$

$= \dfrac{\cancel{4} \pm \cancel{4}\sqrt{2}}{\cancel{2}} = 2 \pm 2\sqrt{2}$

$k_1 = 2 + 2\sqrt{2}$

$k_2 = 2 - 2\sqrt{2}$

$2 + 2\sqrt{2} = 4.82$

$2 - 2\sqrt{2} = -0.82$

Para que la matriz sea no singular

$$k \neq \{2-2\sqrt{2},\ 0,\ 2+2\sqrt{2}\}$$

Colín Ramiro Joel

4.-

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ a & b & c & d \\ a^2 & b^2 & c^2 & d^2 \\ a^3 & b^3 & c^3 & d^3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{matrix} R_2 - aR_1 \\ R_3 - a^2 R_1 \\ R_4 - a^3 R_1 \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & -a+b & -a+c & -a+d \\ 0 & -a^2+b^2 & -a^2+c^2 & -a^2+d^2 \\ 0 & -a^3+b^3 & -a^3+c^3 & -a^3+d^3 \end{pmatrix} \quad (-a+b) \begin{matrix} \\ R_3 - a^2b^2 R_2 \\ R_4 - a^3b^3 R_2 \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & b+c & b+d \\ 0 & 0 & -a^2-b^2+c^2 & a^2-b^2+d^2 \\ 0 & 0 & a^3-b^3+c^3 & a^3-b^3+d^3 \end{pmatrix}$$

$$(-b+c)(-b+d) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & a+c & a+d \\ 0 & 0 & 1 & a^2+b+c^2 \\ 0 & 0 & -c^3+c^3 & -a^3+d^3 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & & \\ 0 & 0 & 1 & c^2+d^2 \\ 0 & 0 & 0 & -c+d \end{pmatrix}$$

$R_4 + a^3 - c^3 R_3$

$$= (-b+c)(-b+d)(-c+d)$$