Fórmulas para tamaño muestral

Parámetro	Estimador	Tamaño muestral	Suposiciones
μ	$\bar{x}$	$n \geq \frac{z^2_{\alpha/2}\sigma^2}{B^2}$	
$\mu_1 - \mu_2$	$\bar{x}_1 - \bar{x}_2$	$n \geq \frac{z^2_{\alpha/2}(\sigma^2_1 + \sigma^2_2)}{B^2}$	$n_1 = n_2 = n$
p	$\hat{p}$	$n \geq \frac{z^2_{\alpha/2}pq}{B^2}$	
		o	
		$n \geq \frac{(.25)z^2_{\alpha/2}}{B^2}$	$p = .5$
$p_1 - p_2$	$\hat{p}_1 - \hat{p}_2$	$n \geq \frac{z^2_{\alpha/2}(p_1q_1 + p_2q_2)}{B^2}$	$n_1 = n_2 = n$
		o	
		$n \geq \frac{2(.25)z^2_{\alpha/2}}{B^2}$	$n_1 = n_2 = n$ y $p_1 = p_2 = .5$

Cuadro 7: Tabla 7

Lista de ejercicios

1. En un tiempo en la historia de Estados Unidos, cuando parece haber una preocupación genuina por el número de inmigrantes ilegales que viven en ese país, también parece haber preocupación por el número de inmigrantes legales a los que se les permite entrar al país. En una encuesta reciente que incluyó preguntas acerca de inmigrantes legales e ilegales, 51 % de los $n = 900$ votantes registrados entrevistados indicaron que se debería reducir el número de inmigrantes legales que entraran a Estados Unidos.

   a) ¿Cuál es la estimación puntual para la proporción de votantes registrados en Estados Unidos, que piensan que se debería reducir el número de inmigrantes que entran a Estados Unidos? Calcule el margen de error.

   b) La encuesta informa de un margen de error de ±3 %. ¿En qué forma fue calculado el margen de error publicado para que se pueda aplicar a todas las preguntas de la encuesta?

   Respuesta a. $\hat{p} = 0.51$; MOE=0.0327 b. $1.96\sqrt{(0.5)(0.5)/900}$

2. En un experimento para evaluar la intensidad del instinto del hambre en ratas, 30 animales previamente entrenados fueron privados de alimento durante 24 horas. Al término de ese periodo, cada rata fue puesta en una jaula donde se les dio alimento si el animal presionaba una palanca. Para cada animal, se registró el tiempo en el que continuaba presionando la barra (aun cuando no recibiera alimento). Si los datos dieron una media muestral de 19.3 minutos con una desviación estándar de 5.2 minutos, estime el verdadero tiempo medio y calcule el margen de error.

   Respuesta $\bar{x} = 19.3$, con un márgen de error de 1.86

3. Una encuesta muestral está diseñada para estimar la proporción de vehículos utilitarios deportivos (llamados SUV o monovolumen) en el estado de California. Una muestra aleatoria de 500 registros se selecciona de una base de datos del Departamento de Vehículos de Motor y 68 se clasifi can como vehículos utilitarios deportivos.

a) Use un intervalo de confianza de 95 % para estimar la proporción de vehículos utilitarios deportivos en California.

b) ¿Cómo se puede estimar la proporción de vehículos utilitarios deportivos en California, con un grado más alto de precisión? (sugerencia: Hay dos respuestas.)

Respuesta a. (0.106, 0.166)

4. Al desarrollar un estándar para evaluar la enseñanza de ciencias preuniversitarias en Estados Unidos, se realizó un experimento para evaluar un currículum desarrollado por un maestro, "Biología: un contexto comunitario" (BACC), basado en estándares, orientado en actividades y centrado en preguntas. Este método fue comparado con la presentación histórica por medio de lectura, vocabulario y datos aprendidos de memoria. Los estudiantes fueron examinados en conceptos de biología que destacaban conocimientos biológicos y conocimientos de proceso en el sentido tradicional. Los resultados se muestran en la siguiente tabla

	Media	Tamaño muestral	Desviación estándar
Examen previo: Todos los grupos de BACC	13.38	372	5.59
Examen previo: Todos los tradicionales	14.06	368	5.45
Después del examen: Todos los grupos de BACC	18.5	365	8.03
Después del examen: Todos los tradicionales	16.5	298	6.96

a) Encuentre un intervalo de confianza de 95 % para la calificación media para el examen previo para todos los grupos de BACC.

b) Encuentre un intervalo de confianza de 95 % para la calificación media del examen previo para todos los grupos tradicionales.

c) Encuentre un intervalo de confianza de 95 % para la diferencia en calificaciones medias para los grupos BACC después del examen y los grupos tradicionales después del examen.

d) ¿El intervalo de confianza en c) da evidencia de que hay una diferencia real en las calificaciones de grupo tradicional y BACC después del examen? Explique.

Respuesta a. (17.676, 19.324) b. (15.71, 17.29) c. (0.858, 3.142) d. sí

5. Para comparar el efecto del estrés en la forma de ruido sobre la capacidad de realizar un trabajo sencillo, 70 personas fueron divididas en dos grupos. El primer grupo de 30 personas actuó como control, en tanto que el segundo grupo de 40 fueron el grupo experimental. Aun cuando cada persona realizó el trabajo en el mismo cuarto de control, cada una de las personas del grupo experimental tuvo que realizar el trabajo cuando se reproducía música de rock a alto volumen. El tiempo para terminar el trabajo se registró para cada individuo y se obtuvo el siguiente resumen:

	Control	Experimental
n	30	40
$\bar{x}$	15 minutos	23 minutos
s	4 minutos	10 minutos

a) Encuentre un intervalo de confianza de 99 % para la diferencia en tiempos medios de terminación para estos dos grupos.

b) Con base en el intervalo de confianza del inciso a), ¿hay suficiente evidencia para indicar una diferencia en el tiempo promedio de terminación para los dos grupos? Explique.

6. En un estudio de la relación entre el orden de nacimiento y éxito universitario, un investigador encontró que 126 de entre una muestra de 180 graduados universitarios eran primogénitos o hijos únicos. En una muestra de 100 no graduados de edad y nivel socioeconómico comparables, el número de primogénitos o hijos únicos fue 54. Estime la diferencia entre las proporciones de primogénitos o hijos únicos en las dos poblaciones de las cuales se tomaron estas muestras. Use un intervalo de confianza de 90 % e interprete sus resultados.

Respuesta (0.061, 0.259)

7. En un estudio para comparar los efectos de dos analgésicos se encontró que, de $n_1 = 200$ personas seleccionadas al azar y a las que se dieron instrucciones de usar el primer analgésico, 93 % indicaron que alivió su dolor. De $n_2 = 450$ personas seleccionadas al azar para usar el segundo analgésico, 96 % indicaron que les alivió el dolor.

   a) Encuentre un intervalo de confianza de 99 % para la diferencia en las proporciones que experimentan alivio por estos dos analgésicos.

   b) Con base en el intervalo de confianza del inciso a), ¿hay suficiente evidencia para indicar una diferencia en las proporciones que experimentan alivio para los dos analgésicos? Explique.

Respuesta (-0.082, 0.022)

8. Una muestra aleatoria de los costos mensuales de operación de una compañía para $n = 36$ meses produjo una media muestral de $5474 y una desviación estándar de $764. Encuentre un límite superior de confianza para los gastos mensuales medios de la compañía.

9. una investigadora decide seleccionar registros de nutrición en hospitales, para personas encuestadas hace 10 años y comparar el promedio de cantidad de carne consumida por año contra las cantidades consumidas por un número igual de personas a quienes ella entrevistará este año. Ella sabe que la cantidad de carne consumida anualmente por los estadounidenses varía de 0 a alrededor de 104 libras. ¿Cuántas personas debe seleccionar la investigadora de cada grupo si ella desea estimar la diferencia en el promedio anual de consumo de carne per cápita, correcto a no más de 5 libras con 99 % de confianza?

10. Se desea estimar la diferencia en promedios de calificaciones entre dos grupos de estudiantes universitarios, precisa a no más de 0.2 puntos, con probabilidad aproximadamente igual a 0.95. Si la desviación estándar de las mediciones de califi caciones es aproximadamente igual a 0.6, ¿cuántos estudiantes deben incluirse en cada grupo? (Suponga que los grupos serán de igual tamaño.)

11. Supongamos que usted desea estimar el pH medio de lluvia en una zona que sufre de fuerte contaminación debida a la descarga de humo de una planta generadora de electricidad. Se sabe que σ está en la cercanía de 0.5 pH y que se desea estimar que se encuentre dentro de 0.1 de μ, con una probabilidad cercana a .95. ¿Aproximadamente cuántas precipitaciones de lluvia deben incluirse en su muestra (una lectura de pH por lluvia)? ¿Sería válido seleccionar todos sus especímenes de una sola lluvia? Explique.

12. Consulte el ejercicio 11. Suponga que se desea estimar la diferencia entre la acidez media para lluvias en dos lugares diferentes, uno en una zona relativamente no contaminada a lo largo del océano y la otra en una zona sujeta a fuerte contaminación del aire. Si usted desea que su estimación sea correcta al .1 de pH más cercano, con probabilidad cercana a .90, ¿aproximadamente cuántas lluvias (valores de pH) tendrían que incluirse en cada muestra? (Suponga que la varianza de las mediciones de pH es aproximadamente .25 en ambos lugares y que las muestras serán de igual tamaño.)

4CM2 Tarea 10. Estimación de Muestras Grandes Colín Ramiro Joel

2.- $n = 30$

$t = 24$ hrs

$\bar{x} = 19.3$ min

$\sigma = 5.2$ min

$$MOE = \pm 1.96\left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = \pm 1.96\left(\frac{5.2\text{min}}{\sqrt{30}}\right)$$

$$= \pm 1.96(0.95) = \underline{1.86}$$

1.-

a) $p = 51\% = 0.51$, $\underline{\hat{p} = p = 0.51}$ $q = \bar{p} = 0.49$

$n = 900$ vr

M.D.E

$\downarrow$

$$1.96(st) = 1.96\sqrt{\frac{\hat{p}\,q}{n}} = 1.96\sqrt{\frac{0.51(0.49)}{900}} \rightarrow 0.0326$$

$\therefore MDE = 0.0326$

y

$\underline{\hat{p} = 0.51}$

b)

M.D.E

$\downarrow$

$$1.96(st = 1.96\sqrt{\frac{(0.5)(0.5)}{900}} = 0.03 \; \underline{= \pm 3\%}$$

3.- a) $n = 500$

$\hat{p} = \frac{68}{500} = 0.136 \rightarrow \hat{p} \pm z^* \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$

$0.136 \pm z^* \sqrt{\frac{0.136(0.864)}{500}}$

$0.136 \pm 1.96(0.015)$

$\downarrow$

$= (0.106, 0.166)$

4.- a) $\bar{x} \pm 1.96\left(\frac{s}{\sqrt{n}}\right) = 18.5 \pm 1.96\left(\frac{8.03}{\sqrt{365}}\right) = 18.5 \pm 1.96(0.420)$

$x = 18.5$

$s = 8.03$

$n = 298$

$\rightarrow 18.5 \pm 0.82 = (17.67, 19.32)$

b) $\bar{x} + 1.96\left(\frac{s}{\sqrt{n}}\right) = 16.5 \pm 1.96\left(\frac{6.96}{\sqrt{298}}\right) = 16.5 \pm 1.96(0.41)$

$x = 16.5$

$s = 6.96$

$n = 298$

$\rightarrow 16.5 \pm 0.790 = (15.71, 17.29)$

c) $(\bar{x}_1 + \bar{x}_2) \pm \frac{z_\alpha}{2} \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_1^2}{n_2}}$

$\bar{x}_1 = 18.5$

$x_2 = 16.5$

$s_1 = 8.03$

$s_2 = 6.96$

$n_1 = 365$

$n_2 = 298$

$\rightarrow (18.5 + 16.5) \pm 1.96 \sqrt{\frac{(8.03)^2}{365} + \frac{(6.96)^2}{298}}$

$= 36 \pm 1.96 \sqrt{0.176 + 0.163} = 36 \pm 1.142$

$= (0.858, 3.142)$

d) $0.858 < \mu_1 - \mu_2 < 3.142$

$\therefore$ El intervalo si da evidencia

5.-

a) $\bar{x} \pm 2.57\left(\frac{s}{\sqrt{n}}\right) = 15 \pm 2.57\left(\frac{4}{\sqrt{30}}\right) = 15 \pm 2.57(0.73)$

$x = 15$
$s = 4$
$n = 30$

$\longrightarrow 15 \pm 1.877 = (13.123, 16.87)$

$x \pm 2.57\left(\frac{s}{\sqrt{n}}\right) = 23 \pm 2.37\left(\frac{10}{\sqrt{40}}\right) = 23 \pm 2.57(1.58)$

$\downarrow$

$\bar{x} = 23$
$s = 10$
$n = 40$

$\longrightarrow 23 \pm 4.06 = (18.936, 27.064)$

6.-

Muestra	Prim mues	Proporción
180, 100	126, 54	0.70, 0.54

$$\sqrt{\frac{\hat{p}_1 \hat{q}_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}} = \sqrt{\frac{0.7(0.3)}{180} + \frac{(0.54)(0.46)}{100}}$$

$$= \sqrt{0.001166 + 0.02484} \longrightarrow 0.0604 \rightarrow z_0^* = 1.65$$

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) = z^* \sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}}$$

$$0.16 \pm (1.65)(0.0604) = 0.16 \pm 0.099$$

$$= (0.060, 0.259)$$

Ya que el intervalo contiene a $(p_1 - p_2) = 0.14$

$\therefore p_1 = p_2$, $\longrightarrow$ puede no haber diferencia en

las proporciones

7.- a) $n_1 = 200$ $\quad p_1 = 93\% = 186$

$n_2 = 450$ $\quad p_2 = 96\% = 432$

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) \pm z^* \sqrt{\frac{p_1 q_1}{n_1} + \frac{p_2 q_2}{n_2}} = (.93 - .96) \pm 2.58 \sqrt{\frac{(.93)(.07)}{200} + \frac{(.96)(.04)}{450}}$$

$$= -0.03 \pm 2.58\,(\sqrt{0.00032 + 0.000085})$$

$$= -0.03 \pm 2.58\,(0.0202) \rightarrow -0.03 \pm 2.58\,(0.0202)$$

$\downarrow$

$$= -0.03 \pm 0.052 \quad = (-0.0823, 0.022)$$

8.-

$n = 5474$

$x = 764$

$\sigma = 36$

$\rightarrow 1 - 0.9 = c\left(\frac{0.1}{2}\right) \rightarrow 0.05$

$$x \pm Z_{\frac{\alpha}{2}} \left(\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$

$I.C = 90\% = 0.9$

$$Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.645 \quad \longrightarrow \quad 5476 \pm 1645\left(\frac{764}{\sqrt{36}}\right)$$

$$5474 \pm 209.46$$

$\therefore$ El intervalo es: $5264.5 \leq \mu \leq 5663.46$

9 = Conf = 99% $\rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 2.58$

$\downarrow$

$B = 5\,lb \rightarrow 2.58\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \rightarrow 5$

Se pide $n_1 = n_2$

$\downarrow$

$2.58\sqrt{\frac{\sigma_1^2 + \sigma_2^2}{n}} \rightarrow 5$

Nota: Se sabe que la variabilidad de cada método es similar:

$\hookrightarrow \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 = \ldots \sigma_n^2$

Int = 104 lb aprox $\rightarrow 4\sigma \therefore \sigma = 26$

$\downarrow$

$2.58\sqrt{\frac{2\sigma^2}{n}} = 5$

$2.58\sqrt{\frac{1352}{n}} = 5 = \sqrt{\frac{1352}{n}} = \frac{5}{2.58} \rightarrow \sqrt{\frac{1352}{n}} = 2.61 \rightarrow \frac{1352}{n} = 2.01$

$\frac{1352}{4.064}^{n} \longrightarrow \therefore n \simeq 3.33$ personas

10 =

$\sigma = 0.6$, $P = 95\% = 0.95 \rightarrow z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96$

$n_1 = n_2 = n_3 = n_4 = n$

$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_3^2 \ldots \sigma_n^2 \rightarrow 4\sigma = 0.6 \rightarrow \sigma = 0.15$

$z_{\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} = 0.2$

$\downarrow$

$1.96\sqrt{\frac{2(0.15)^2}{n}} = 0.2 = 1.96\sqrt{\frac{0.045}{n}} \rightarrow 0.02$

$\sqrt{\frac{0.045}{n}} = \frac{0.2}{1.96} \rightarrow \frac{0.045}{n} = 0.1^2 \rightarrow n \geq \frac{0.04}{0.01}$

$\therefore n \geq 5$ alum

11.- Se pide n para que $\rightarrow P(|\bar{x}-\mu| \leq 0.1) = 0.95$

$$\downarrow$$

$$P\left(-\frac{0.1}{0.5}(\sqrt{n}) \leq \frac{(\bar{x}-\mu)}{\sigma}(\sqrt{n}) \leq \frac{0.1}{0.5}(\sqrt{n})\right) = 0.95$$

Si buscamos en la tabla de dist normal $\rightarrow P(-1.96 \leq Z \leq 1.96) = 0.95$

$$\therefore 0.2\sqrt{n} = 1.96 \longrightarrow n = \left(\frac{1.96}{0.2}\right)^2 = 96.04 \simeq 96$$

∴ Se puede concluir que no sería válido seleccionar todos los especímenes en una sola lluvia, debido a que dichos especimenes no deben ser de una sola lluvia.

12.- En este caso, se pide: $P(|(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)| < 0.2) = 0.9$

$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma_2$ $\longrightarrow \sigma_{EST} = \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} = \sqrt{\frac{2(0.25)}{n}}$

$n_1 = n_2$

$$\downarrow$$

$$P\left(-\frac{0.1}{\sqrt{0.5}}(\sqrt{n}) \leq Z \leq \frac{0.1}{\sqrt{0.5}}(\sqrt{n})\right) = 0.9$$

Si buscamos en la tabla de dist normal $\rightarrow P(-1.65 \leq Z \leq 1.65) \simeq 0.9$

$$\therefore \frac{0.1}{\sqrt{0.5}}\sqrt{n} = 1.65 \rightarrow \sqrt{n} = \frac{1.65\sqrt{0.5}}{0.1}$$

$$\therefore n = 136.125 \simeq 136$$