son de importancia práctica para el experimentador. Cuando no se disponga de esta información, un experimentador puede decidir seleccionar un tamaño muestral asequible, con la esperanza de que la muestra contendrá sufi ciente información para rechazar la hipótesis nula. La probabilidad de que esta decisión sea errónea está dada por α, cuyo valor ha sido establecido por anticipado. Si la muestra no da suficiente evidencia para rechazar H_0, el experimentador puede expresar los resultados de la prueba como "Los datos no apoyan el rechazo de H_0" en lugar de aceptar H_0 sin conocer la probabilidad de error β.

De forma alterna, podemos usar el valor p observado de la prueba, para evaluar la fuerza de la información muestral al decidir rechazar H_0. Estos valores por lo general pueden ser generados por computadora y con frecuencia se usan en informes de resultados estadísticos:

- Si el valor p es mayor a 0.05, los resultados se publican como NS, es decir, no significativos, al nivel de 5 %.
- Si el valor p se encuentra entre 0.05 y 0.01, los resultados se publican como $P < 0.05$ que es significativo al nivel de 5 %.
- Si el valor p se encuentra entre 0.01 y 0.001, los resultados se publican como $P < 0.01$ que es "altamente significativo" o significativo al nivel de 1 %.
- Si el valor p es menor de 0.001, los resultados se publican como $P < 0.001$, es decir, "muy altamente significativos" o significativos al nivel de 0.1 %.

Otra forma es construir un intervalo de confianza para un parámetro y efectuar una prueba de manera informal. Si el valor del parámetro especificado por H_0 está incluido dentro de los límites superior e inferior del intervalo de confianza, entonces "H_0 no es rechazada". Si el valor del parámetro especificado por H_0 no está contenido dentro del intervalo, entonces "H_0 es rechazada". Estos resultados concuerdan con una prueba de dos colas; se usan límites de confianza de una cola para alternativas de una cola.

Por último, considere la selección entre una prueba de una cola y una de dos colas. En general, los experimentadores desean saber si un tratamiento ocasiona lo que podría ser un aumento benéfico en un parámetro o que podría ser un decremento perjudicial en un parámetro. Por tanto, casi todas las pruebas son de dos colas a menos que una prueba de una cola sea dictada fuertemente por consideraciones prácticas. Por ejemplo, suponga que sostendrá una pérdida financiera grande si la media μ es mayor que μ_0 pero no si es menor. Entonces usted deseará detectar valores mayores a μ_0 con una alta probabilidad y en consecuencia usa una prueba de cola derecha. En el mismo estilo, si niveles de contaminación mayores a μ_0 producen riesgos de salud críticos, entonces de seguro es deseable detectar niveles más altos a μ_0 con una prueba de hipótesis de cola derecha. En cualquier caso, la selección de una prueba de una o de dos colas debe estar dictada por las consecuencias prácticas que resultan de una decisión para rechazar o no rechazar H_0 a favor de la alternativa.

Lista de ejercicios

1. Un fabricante de medicamentos dijo que la potencia media de uno de sus antibióticos fue 80 %. Se probó una muestra aleatoria de $n = 100$ cápsulas y produjo una media muestral de $\bar{x} = 79.7\,\%$ con una desviación estándar de $s = 0.8\,\%$. ¿Los datos presentan suficiencia evidencia para refutar lo dicho por el fabricante? Sea $\alpha = 0.05$.

   a) Exprese la hipótesis nula a ser probada.

   b) Exprese la hipótesis alternativa.

   c) Realiza una prueba estadística de la hipótesis nula y exprese su conclusión.

Respuesta *a*) $H_0 : \mu = 80$, *b*) $H_0 : \mu \neq 80$, *c*) $z = -3.75$, rechazar H_0

2. Un artículo del Time que describe varios aspectos de la vida de los estadounidenses indicó que la educación superior da resultados positivos. Los egresados de universidad trabajan 7.4 horas por día, menos que quienes no tienen educación universitaria. Suponga que el día hábil promedio, para una muestra aleatoria de $n = 100$ personas que tenían menos de cuatro años de educación universitaria, se calculó de $\bar{x} = 7.9$ horas con una desviación estándar de $s = 1.9$ horas.

   a) Use el método del valor p para probar la hipótesis de que el número promedio de horas trabajadas, por personas que no tienen título universitario, es mayor que los que sí lo tienen. ¿A qué nivel se puede rechazar H_0?

   b) Si usted fuera egresado de universidad, ¿cómo expresaría su conclusión para estar en la mejor posición?

   c) Si no fuera egresado de universidad, ¿cómo expresaría su conclusión?

   Respuesta$z = 2.63$; valor $p = 0.0043$; rechazar H_0 a los niveles de significancia de 1 % y 5 %

3. Análisis realizados en muestras de agua potable para 100 casas, en cada una de dos diferentes secciones de una ciudad, dieron las siguientes medias y desviaciones estándar de niveles de plomo (en partes por millón):

	Sección 1	Sección 2
Tamaño muestral	100	100
Media	34.1	36.0
Desviación estándar	5.9	6.0

   a) Calcule el estadístico de prueba y su valor p (nivel de significancia observado) para probar una diferencia en las dos medias poblacionales. Use el valor p para evaluar la significancia estadística de los resultados al nivel de 5 %.

   b) Use un intervalo de confi anza de 95 % para estimar la diferencia en los niveles medios de plomo para las dos secciones de la ciudad.

   c) Suponga que ingenieros ambientales del municipio se preocuparán sólo si detectan una diferencia de más de 5 partes por millón en las dos secciones de la ciudad. Con base en su intervalo de confi anza en el inciso *b*), ¿la significancia estadística del inciso *a*) es de importancia práctica para los ingenieros del municipio? Explique.

   Respuesta*a*. $z = -2.26$; valor $p = 0.0238$; rechazar H_0 b. $(-3.55, -0.25)$ c. no

4. Un artículo del Washington Post expresó que casi 45 % de la población de estadounidenses nace con ojos cafés, aun cuando no necesariamente siguen así. Para probar lo dicho por el periódico, se seleccionó una muestra aleatoria de 80 personas y 32 de ellas tenían ojos cafés. ¿Hay suficiente evidencia para impugnar lo dicho por el periódico respecto a la proporción de personas de ojos cafés en Estados Unidos? Use $\alpha = 0.01$.

   Respuestano; $z = -0.90$

5. La Sociedad protectora de animales informa que hay alrededor de 65 millones de perros en Estados Unidos y que aproximadamente 40 % de todas las familias en Estados Unidos tienen al menos un perro.11 En una muestra aleatoria de 300 familias, 114 dijeron que tenían al menos un perro. ¿Estos datos dan sufi ciente evidencia para indicar que la proporción de familias con al menos un perro es diferente de la publicada por la Humane Society? Pruebe usando $\alpha = 0.05$.

   Respuesta no; $z = -0.71$

6. Se realizó un experimento para probar el efecto de un nuevo medicamento en una infección viral. La infección fue inducida en 100 ratones y éstos se dividieron al azar en dos grupos de 50. El primer grupo, el grupo de control, no recibió tratamiento para la infección; el segundo grupo recibió el medicamento. Después de un periodo de 30 días, las proporciones de sobrevivientes, $\hat{p}_1$ y $\hat{p}_2$, en los dos grupos se encontraron de 0.36 y 0.60, respectivamente.

   a) ¿Hay evidencia sufi ciente para indicar que el medicamento es efectivo para tratar la infección viral? Use $\alpha = 0.05$.

   b) Use un intervalo de confi anza de 95 % para estimar la diferencia real en los porcentajes de curación para los grupos tratados contra los de control.

   Respuesta *a*) sí; z = -2.40 b. $(-0.43, -0.05)$

7. En un estudio, publicado en los Archives of Pedriatic Adolescent Medicine, 343 infantes de tiempo completo fueron examinados en sus revisiones de cuatro meses en busca de varios puntos importantes de desarrollo, por ejemplo voltearse, sujetar una sonaja, alcanzar un objeto, etcétera. La posición predominante de dormir en bebés, ya sea boca abajo (sobre su estómago), de espaldas o de lado, fue determinada en una entrevista telefónica con los padres. Los resultados muestrales para 320 de los 343 infantes de quienes se recibió información fueron como sigue:

	Boca abajo	Boca arriba o de costado
Número de infantes	121	199
Número que se volteaban	93	119

   El investigador informó que era menos probable que los infantes que dormían de costado o de espaldas se voltearan, en la revisión de cuatro meses, que los que dormían principalmente boca abajo ($P < 0.001$). Use una prueba de muestra grande para confi rmar o refutar la conclusión del investigador.

   Respuesta Rechazar H_0; $z = 3.14$ con valor $= 0.0008$; se confirman las conclusiones del investigador.

1.-

$H_0 = \mu = 80 \quad , \quad \mu_1 = \mu \neq 80$

$SE = \frac{s}{\sqrt{n}} = \frac{8}{\sqrt{100}} = 0.8$

$Z = \frac{\bar{x} - \mu}{SE} = \frac{79.7 - 80}{0.8} = \frac{-0.3}{0.8} = -0.37$

∴ Ho se rechaza debido a que no se presenta suficiente evidencia

2.-

a) $n = 100$ per
$\bar{x} = 7.9$ hrs
$\sigma = 1.9$ hrs
$\mu = 7.7$

$Z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} \rightarrow \frac{7.9 - 7.4}{\frac{1.9}{\sqrt{100}}} = 2.63$

$P(z \geq 2.63) = ? \rightarrow 1 - P(z < 2.63) = 1 - 0.995) \therefore 0.004$

Ho puede rechazarse a los niveles 1% y 5%

b) Con respecto a los datos obtenidos podemos concluir que apesar de que $p < 0.05$ y Ho son rechazados, se puede tomar el que no se trabajan 7.4 hrs menos.

c) Por otro lado puede verse que al $p < 0.05$ y Ho es rechazada, se puede ver que los datos son significativos por lo que no existe una evidencia contundente para concluir que se trabajan 7.4 hrs menos

3.-

$H_0 = \mu_1 - \mu_2 = 0$, $H_0 = \mu_1 - \mu_2 \neq 0$

$(34.1-36) \pm 1.96 \sqrt{\frac{5.9^2}{100} + \frac{6.2}{100}}$

$-1.9 \pm 1.66 \longrightarrow -1.9 + 1.65 = -0.2\cancel{3} \neq P$

$-1.4 - 1.65 = -3.65$

$b = (-3.55; -0.25)$

$z = \frac{34.1-36}{\sqrt{\frac{5.45}{100} + \frac{6.05}{100}}} = -2.26$

c) No, ya que el a) no habla directamente.

4.-

$H_0: P = 0.45$, $H_a: P \neq 0.45$

$p' = \frac{x}{n} = \frac{32}{80} = 0.4$

$\downarrow$

$z = \frac{p' - P_0}{\sqrt{\frac{P_0 Q_0}{n}}} = \frac{0.40 - 0.45}{\sqrt{\frac{0.45(0.55)}{80}}} = -0.9$

5 -

$H_0 : P = 0.4$

$H_a : P \neq 0.4 \longrightarrow p' = \frac{x}{n} = \frac{114}{300} = 0.36$

$$z = \frac{p' - P_0}{\sqrt{\frac{P_0 Q_0}{n}}} = \frac{0.38 - 0.4}{\sqrt{\frac{0.40(0.6)}{300}}} = \underline{-0.71}$$

6 -

a) $H_0 : p_1 - p_2 = 0$

$H_a : p_1 - p_2 > 0$

$\hat{p_1} = 0.36 \ , \ \hat{p_2} = 0.8$

$$\hat{p} = \frac{n_1 \hat{p_1} + n_2 \hat{p_2}}{n_1 + n_2} = \frac{18 + 30}{50 + 50} \ (48)$$

$$z = \frac{\hat{p_1} - \hat{p_2}}{\sqrt{\hat{p}\hat{q}\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{0.36 - 0.8}{\sqrt{0.48(0.56)(1/20 + 1/50)}} = \underline{-2.4}$$

b) $$\hat{p_1} - \hat{p_2} \pm 1.96\sqrt{\frac{\hat{p_1}\hat{q_1}}{n_1} + \frac{\hat{p_2}\hat{q_2}}{n_2}} = (0.36 - 0.6) \pm \sqrt{\frac{0.36(0.64)}{50} + \frac{(0.6)(0.4)}{50}}$$

$= -0.24 \pm 0.19$

$\downarrow$

$-0.13 < (\hat{p_1} - \hat{p_2}) < -0.05 \longrightarrow \underline{[0.43, -0.05]}$

7.- $x_1 = 93$, $x_2 = 119$

$n_1 = 121$, $n_2 = 199$

$\hat{p} = \frac{x}{n} \rightarrow \hat{p}_1 = \frac{93}{121} = 0.76$, $\hat{p}_2 = \frac{119}{199} = 0.54$

$\hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} \rightarrow \frac{93+119}{121+199} = 0.66$

Se debe mostrar

$H_0 : (p_1 - p_2) = 0$, $H_a . p_1 > p_2$

$$Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}_q \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{0.76 - 0.54}{\sqrt{(0.66)(0.34)\left(\frac{1}{121} + \frac{1}{199}\right)}} \rightarrow 3.14$$

$P(Z > 3.14) = 1 - P(Z < 3.14) \rightarrow 1 - 0.99) = 0.0008$

$Z = 3.14$ con val $= 0.0008$

∴ Podemos concluir después de los resultados obtenidos, que las conclusiones a las que llego el investigador, se cumplen