Instituto Politécnico Nacional

Escuela Superior de Cómputo

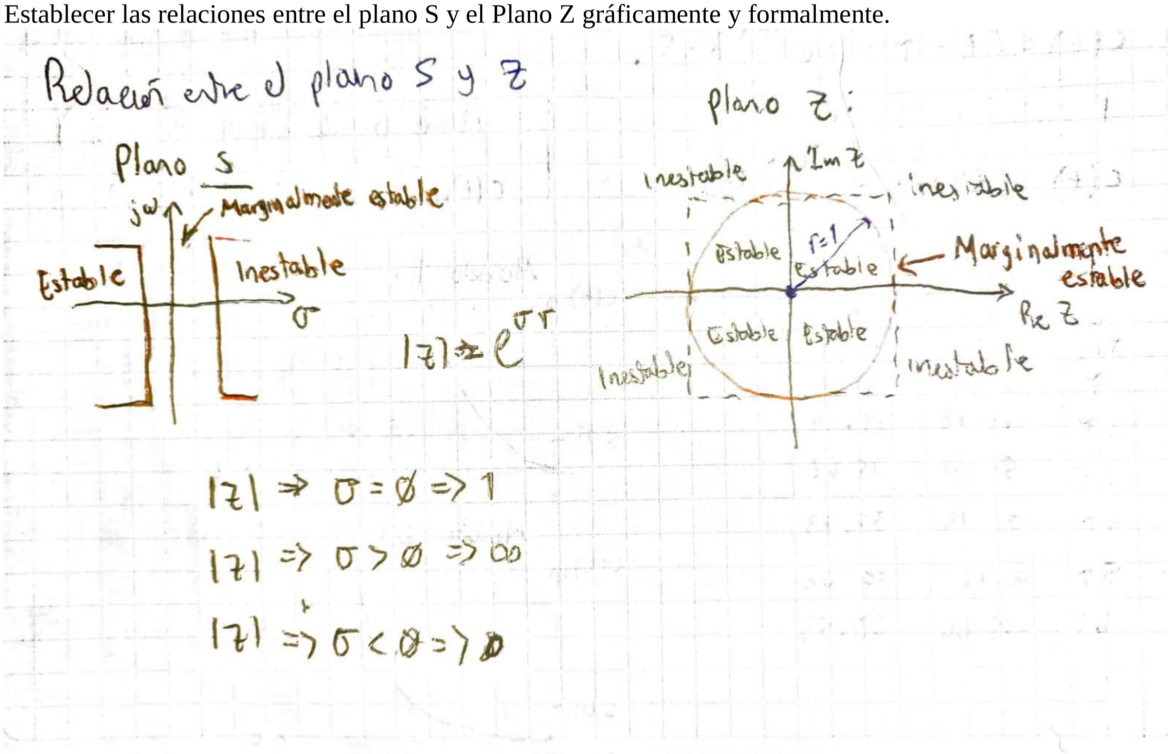
Tercer Examen Departamental de Instrumentación

Prof. Rubén Ortega González

Alumno: Ocaña Navarrete Marco Antonio **Grupo: 3CM11**

SESIÓN DE PREGUNTAS

A. Establecer las relaciones entre el plano S y el Plano Z gráficamente y formalmente.



B. Explicar porque razón, la estabilidad de un sistema discreto se evalúa en una circunferencia de radio unitario

R = Por la relación que existe entre los planos, donde |Z| = e^σT , lo cual nos indica la relación entre los semiplanos del plano S con respecto a la circunferencia de radio unitario en el plano Z, donde los puntos del semiplano izquierdo del plano S corresponden a los puntos dentro de la circunferencia unitaria, y a su vez, los puntos del semiplano derecho del plano S corresponden a los puntos fuera de la circunferencia lo cual evalúa precisamente la estabilidad del sistema.

SESIÓN DE PROBLEMAS

1. Determinar la F(z) de la siguiente función:

$$f(t) = f(x) = \begin{cases} \dfrac{t^2}{2}, & t \geq 0 \\ 0, & t < 0 \end{cases}$$

Ocaña Navarrete Marco Antonio 3CM11

$$F(t) = \begin{cases} \frac{t^2}{2} & t \geq 0 \\ 0 & t < 0 \end{cases}$$

Teorema de secuencia de entrada rampa:

Si $\mathbb{Z}\{f(t)\} = F(z)$, entonces $\mathbb{Z}\{t\, f(t)\} = -z \frac{dF}{dz}$

Sabemos que $\mathbb{Z}\{t\} = \frac{Tz}{(z-1)^2}$ y $\mathbb{Z}\{\frac{t^2}{2}\} = \mathbb{Z}\{\frac{t}{2} \cdot t\}$ periodo $\frac{T}{2} \cdot T = \frac{T^2}{2}$

Entonces:

$$\mathbb{Z}\left\{\frac{t^2}{2}\right\} = -z\frac{T^2}{2}\left(\frac{dF}{dt}\right) = -z\frac{T^2}{2} \cdot \frac{d}{dz}\left(\frac{z}{(z-1)^2}\right)$$

$$\therefore F(z) = -\frac{zT^2}{2}\left[\frac{(z-1)^2 - (z)(2)(z-1)}{(z-1)^4}\right] = -zT^2\left[\frac{z^2 \cancel{-2z} + 1 - 2z^2 \cancel{+2z}}{(z-1)^4}\right]$$

$$F(z) = -\frac{zT^2}{2}\left[\frac{1-z^2}{(z-1)^4}\right] = -\frac{zT^2}{2}\left[\frac{\cancel{(z-1)}(-z-1)}{(z-1)^4}\right] = \cancel{-}\frac{zT^2}{2}\left[\frac{-z-1}{(z-1)^3}\right]$$

$$\boxed{F(z) = \frac{zT^2}{2}\left(\frac{z+1}{(z-1)^3}\right) = \frac{T^2 z(z+1)}{2(z-1)^3}}$$

2. Dadas la siguiente función de transferencia, determinar su transformada en Z utilizando fracciones parciales y analizar su estabilidad en el plano Z. La frecuencia de cruce se obtiene utilizando el diagrama de Bode de la función de transferencia y con base en esta se define el periodo de muestreo.

$$Gp(s) = \frac{(s+2)}{(s+5)*(s^2+5s+6)}$$

$$G_p(s) = \frac{s+2}{(s+5)(s^2+5s+6)} = \frac{A}{s+5} + \frac{B}{s^2+5s+6}$$

$$= \frac{A(s^2+5s+6) + B(s+5)}{(s+5)(s^2+5s+6)} = \frac{s^2(A) + s(5A+B) + (6A+5B)}{(s+5)(s^2+5s+6)}$$

$$G_p(s) = \frac{s+2}{(s+5)(s^2+5s+6)} = \frac{A}{s+5} + \frac{Bs+C}{s^2+5s+6}$$

$$= \frac{A(s^2+5s+6) + Bs^2 + 5Bs + Cs + 5C}{(s+5)(s^2+5s+6)}$$

$$= \frac{s^2(A+B) + s(5A+5B+C) + (6A+5C)}{(s+5)(s^2+5s+6)}$$

$A + B = 0 \quad \therefore B = -A$

$5A + 5B + C = 1 \rightarrow \cancel{5A} - \cancel{5A} + C = 1 \quad \therefore \boxed{C = 1} \qquad \boxed{B = \frac{1}{2}}$

$6A + 5C = 2 \longrightarrow 6A = -3 \quad \therefore \boxed{A = -\frac{1}{2}}$

$$G_p(s) = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{s+5}\right) + \frac{\frac{1}{2}s + 1}{s^2+5s+6}$$

$$= -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{s+5}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{s}{s^2+5s+6}\right) + \left(\frac{1}{s^2+5s+6}\right)$$

$$= -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{s+5}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{s}{(s+3)(s+2)}\right) + \frac{1}{(s+3)(s+2)}$$

$$G_p(s) = -\frac{1}{2}\left(\frac{z}{z-e^{-5T}}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{(3-2)s}{(s+3)(s+2)}\right) + \frac{(3-2)}{(s+3)(s+2)}$$

$$p(z) = -\frac{1}{2}\left(\frac{z}{z-e^{-5T}}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{[z-(3e^{-2T}-2e^{-3T})]z}{(z-e^{-2T})(z-e^{-3T})}\right) + \frac{(e^{-2T}-e^{-3T})z}{(z-e^{-2T})(z-e^{-3T})}$$

$$= -\frac{1}{2}\left(\frac{z}{z-e^{-5T}}\right) + \frac{\frac{1}{2}[z-(3e^{-2T}-2e^{-3T})]z + (e^{-2T}-e^{-3T})z}{(z-e^{-2T})(z-e^{-3T})}\left(\frac{2}{2}\right)$$

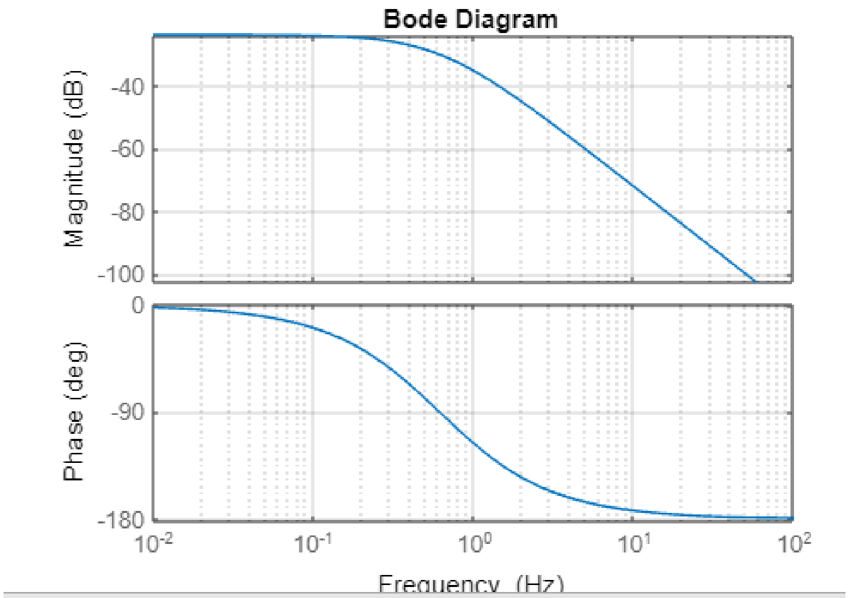
$$= -\frac{1}{2}\left(\frac{z}{z-e^{-5T}}\right) + \frac{[z-(3e^{-2T}-2e^{-3T})]z + (2e^{-2T}-2e^{-3T})z}{2(z-e^{-2T})(z-e^{-3T})}$$

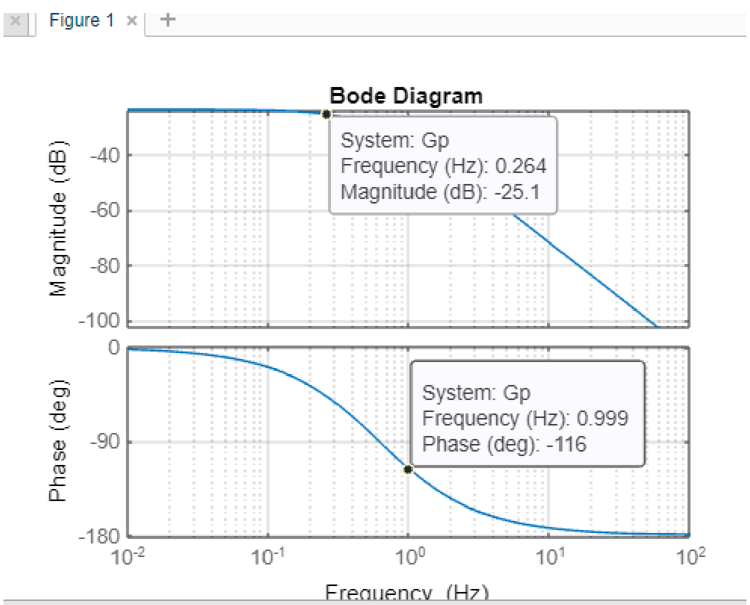
$$= \quad '' \quad '' \quad + \frac{[z-3e^{-2T}\cancel{+2e^{-3T}}+2e^{-2T}\cancel{-2e^{-3T}}]z}{2(z-e^{-2T})(z-e^{-3T})}$$

$$G_p(z) = -\frac{1}{2}\left(\frac{z}{z-e^{-5T}}\right) + \frac{\cancel{(z-e^{-2T})}\;z}{2\cancel{(z-e^{-2T})}(z-e^{-3T})}$$

$$G_p(z) = -\frac{1}{2}\left(\frac{z}{z-e^{-5T}}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{z}{z-e^{-3T}}\right)$$

$$G_p(z) = \frac{z(z-e^{-5T}) - z(z-e^{-3T})}{2(z-e^{-3T})(z-e^{-5T})}$$





Frecuencia de corte aproximada: 0.264 Hz, por lo que se podría tomar un valor para el periodo menor a ese valor.

T = 0.01

$T = 0.01$

$$G_p(z) = \frac{z^2 - 0.9512z - \cancel{z^2} + 0.9704z}{(2z - 1.9408)(z - 0.9512)} = \frac{0.0192z}{2z^2 - 1.9024z + 0.9231}$$

Lazo Cerrado

$$\frac{C(z)}{R(z)} = \frac{G(z)}{1 - G(z)H(z)} = \frac{\dfrac{0.0192z}{2z^2 - 1.9024z + 0.9231}}{1 - \dfrac{0.0192z}{2z^2 - 1.9024z + 0.9231}}$$

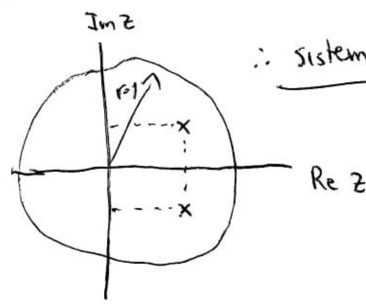
$$G(z) = \frac{0.0192z}{2z^2 - 1.9216z + 0.9231}$$ Lazo Cerrado

$a = 2 \quad b = -1.9216 \quad C = 0.9231$

$$z_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$z_1 = -0.4803j + 0.4804$

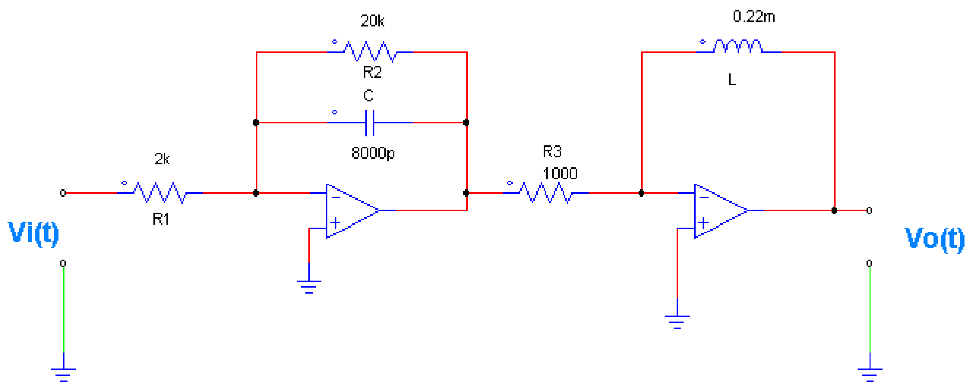
$z_2 = 0.4803j + 0.4803$



∴ sistema estable //

3. Dado el siguiente circuito eléctrico, determinar:

- El tipo de filtro que es
- La frecuencia de cruce empleando diagramas de Bode
- Discretizar el filtro empleando Matlab y PSIM
- Digitalizar el filtro empleando PSIM


20k
R2
C
8000p
0.22m
L
2k
R1
R3
1000
Vi(t)
Vo(t)