Lista de distribución normal

1. La presión de activación de una válvula producida por cierta compañía es una variable aleatoria normal con valor esperado de 26 libras por pulgada cuadrada y desviación estándar de 4 libras por pulgada cuadrada. ¿Qué porcentaje de las válvulas producidas por la compañía tienen una presión de activación comprendida entre 20 y 32 libras por pulgada cuadrada?
   Sol. 0.8664
2. Se especifica que el diámetro exterior de un árbol de transmisión (flecha), llamémoslo D, debe ser de 4 pulgadas. Supóngase que D es una variable aleatoria distribuida normalmente con media de 4 pulgadas y varianza 0.01 pulgadas cuadradas. Si el diámetro real se diferencia del valor especificado por más de 0.05 pulgadas, pero en menos de 0.08 pulgadas, la pérdida del fabricante es de $0.5, si el diámetro real se diferencia del diámetro especificado en más de 0.08 pulgadas, la perdida es de $1.00. La pérdida L, es una variable aleatoria, encuentra la distribución de probabilidad de L y calcula el valor esperado de la perdida.
   Sol. P(L=0.5)=0.1932, P(L=1)=0.4238, E(L)=$0.5204
3. Supóngase que X tiene una distribución normal con media μ y varianza σ^2. Determina c, como coeficiente y como función de la media y la varianza, tal que
   $P(X \leq c) = 2P(X > c)$

Sol. c = 0. 43σ + μ.

4. Un tipo particular de tanque de gasolina para un automóvil compacto está diseñado para contener 15 galones. Supón que la capacidad real X de un tanque escogido al azar de este tipo esté normalmente distribuido con media de 15 galones y desviación estándar de 0.2 galones.
   a) ¿Cuál es la probabilidad de que un tanque seleccionado al azar contenga entre 14.7 y 15.1 galones?
   b) Si el automóvil en el que se instala un tanque seleccionado al azar recorre exactamente 25 millas por galón, ¿Cuál es la probabilidad de que el automóvil pueda recorrer 370 millas sin reabastecerse?
   Sol. a) 0.62465, b)0.8414
5. La distribución del peso de paquetes enviados de cierto modo es Normal con valor medio de 10 libras y desviación estándar de 2 libras. El servicio de paquetería desea establecer un valor de peso c, más allá del cual habrá cargo extra. ¿Cuál es el valor de c tal que 99% de todos los paquetes pesen por lo menos 1 libra abajo del peso con cargo extra? **Sol. c=15.66**
6. Represente por X el número de páginas de texto, de una tesis de doctorado en matemáticas seleccionada al azar. Aun cuando X puede tomar solo valores enteros positivos, suponga que está distribuida normalmente en forma aproximada con valor esperado de 90 y desviación estándar de 15. ¿Cuál es la probabilidad de que una tesis seleccionada al azar contenga
   a) a lo sumo 100 páginas (empleando la corrección de continuidad)?
   b) Entre 80 y 110 páginas (empleando la corrección de continuidad)?

Sol. a) 0.76832 b) 0.68756

7. Un ensamble consta de 3 componentes colocados uno a lado de otro. La longitud de cada componente se distribuye normalmente con media de 2 pulgadas y desviación estándar 0.2 pulgadas. Las especificaciones requieren que todos los ensambles estén entre 5.7 y 6.3 pulgadas de longitud. ¿Cuántos ensambles cumplirán con estos requerimientos? **Sol. 61.02%**
8. Los pesos de los libros de texto de Química son una variable aleatoria normal con media de 3.5 libras y desviación estándar de 2.2 libras, mientras que los libros de texto de introducción a la Economía siguen una distribución normal con media de 4.6 libras y desviación estándar de 1.3 libras. Si Alicia pretende inscribirse en un curso de introducción a la Química y en uno de introducción a la Economía, calcula la probabilidad de que: a) el peso de ambos libros de texto sobrepase las 9 libras.
   b) el libro de Economía pese más que el libro de Química.
   Sol. a) 0.3632 b) 0.6664
9. La sala de conferencias de cierta universidad cuenta con 160 lugares. Por su experiencia, la universidad sabe que el 40% de los invitados a dicha conferencia no se presentan. Basándose en esto la universidad reparte 300 invitaciones. Aplicando la aproximación normal, calcula la probabilidad de que:
   a) se presenten menos de 150 invitados
   b) al menos una persona se quede sin asiento
   Sol. a) 0.8508, b) 0.0125

4CM2 Tarea 7. PyE: Distribución Normal Joel Colín Rami

1.-
$M=26$
$\sigma=4$
x = presión de activación

$\to P(20<x<32)$
dist normal estándar

$z=\frac{x-M}{\sigma}$, entonces:

$P(20<x<32)=P\left(\frac{20-26}{4}<z<\frac{32-26}{4}\right)=P(-3/2<z<3/2)$

$=P(z<3/2)-(1-P(z<3/2))=2P(z<3/2)-1$

$=2(0.9332)-1=0.8664$

2.-
Sea D = diámetro exterior del árbol de transmición
$D\sim N(d,\mu=4,\sigma^2=0.01)$

Función de pérdida $= L(D)=\begin{cases}\$0.5 & \text{si } 0.05<|D-4|<0.08\\ \$1 & \text{si } |D-4|>0.08\end{cases}$

$\to P(L=0.5)=P(0.05<|D-4|<0.08)=P(3.92<D<3.95)+P(4.05<D<4.08)$

$P\left(\frac{3.92-4}{0.1}<z<\frac{3.95-4}{0.1}\right)+P\left(\frac{4.05-4}{0.1}<z<\frac{4.08-4}{0.1}\right)$

$P(-0.8<z<-0.5)+P(0.5<z<0.8)=2[\phi(0.8)-\phi(0.5)]$

$=2[0.7881-0.6915]=0.1932$ $\therefore P(L=0.5)=0.1932$

$P(L=1)=P(|D-4|>0.08)$

$=P(D-4<0.08)+P(D-4>0.08)=P(D<3.92)+P(D>4.08)$

$=P\left(z<\frac{3.92-4}{0.1}\right)+P\left(D>\frac{4.08-4}{0.1}\right)=P(z<-0.8)+P(z>0.8)$

$=2\phi(-0.8)\to 2(0.2119)=0.4238$ $\therefore P(L=1)=0.4238$

$E(L)=\sum l\,P(L=l)=0(0.383)+0.5(0.1932)+1(0.4238)$

$=0+0.0966+0.4238$

$=0.5204$ $\therefore E(L)=0.5204$

3.-

$X \sim N(x; \mu, \sigma^2)$

$P(X \leq c) = 2P(X > c) = 2[1 - P(X \leq c)]$

$P(X \leq c) = 2/3$ → Si se "estandarizan" ambos lados de la desigualdad

$P\left(\frac{X-\mu}{\sigma} \leq \frac{c-\mu}{\sigma}\right) = 2/3$

$P(Z \leq \frac{c-\mu}{\sigma}) = 0.66$ → Buscando en las tablas de dist Normal

$\frac{c-\mu}{\sigma} = 0.43$

$\therefore c = 0.43\sigma + \mu$

4.- a) $z_1 = \frac{(14.7 - 15)}{0.2} = -1.5 \Rightarrow P(X = 15.1) = 0.06681$

$z_2 = \frac{(15.1 - 15)}{0.2} = 0.5 \Rightarrow P(X \leq 15.1) = 0.69146$

$P(14.7 \leq X \leq 15.1) = 0.69146 - 0.6681 = 0.0246$

b) 25 mill per galón
x mill

$25(15) = 375 = x$

$P = \frac{370}{375} = 0.8414$

5.-

Sea X = Peso del paquete

$X \sim N(x; \mu = 10, \sigma^2 = 4)$

$P(X \leq c - 1) = 0.99$

$P(Z \leq \frac{c-1-10}{2}) = P(Z \leq \frac{c-11}{2}) = 0.99$

Buscando en las tablas de dist normal

$\frac{c-11}{2} = 2.33$ $\therefore c = ((2.33)(2)) + 11 = 15.66$

6.- $\mu = 90$ $\quad X \sim N(x; \mu = 90, \sigma = 15)$, $x \to$ Num de páginas de texto

$\sigma = 15$

a) $P(X \leq 100) = P(X \leq 160 - 0.5)$ → por corrección de cantidad

$P(x \leq 100 - 0.5) = P(x \leq 99.5)$

$= P\left(x \leq \frac{99.5 - 90}{15}\right) = P(x \leq 0.63)$

$= 0.7683$

b) $P(80 \leq X \leq 110) = P(80 - 0.5 \leq X \leq 110 + 0.5)$

$P\left(\frac{79.5 - 90}{15} \leq x \leq \frac{110.5 - 90}{15}\right) = P(-0.7 \leq x \leq 1.36)$

$P(x \leq 1.36) - (1 - P(x \leq 0.7)) \to 0.9131 - (1 - 0.758)$

$= 0.9131 - 0.242$

$= 0.6875$

7.-

Sean las v.a.:

X_i = longitud del i componente $\to X_i \sim N(x_i; \mu = 2, \sigma^2 = 0.2^2)$

X = longitud del ensamble

↓

$X \sim N(x; \mu = 3(2) = 6, \sigma^2 = 3(0.2^2) = 0.12)$

$P(5.7 \leq X \leq 6.3) = P\left(\frac{5.7 - 6}{\sqrt{0.12}} \leq Z \leq \frac{6.3 - 6}{\sqrt{0.12}}\right)$

$P(-0.86 \leq Z \leq 0.86)$

↓

$0.6102 = 61.02\%$

8.- Quim

$M = 3.5$ lb

$\sigma = 2.2$ lb

Econom

$M = 4.6$ lb

$\sigma = 1.3$ lb

$M_{qte} = 3.5 + 4.6 = 8.1$ lb

$\sigma_{qte} (2.2)^2 + (1.3)^2 = 6.53$ lb^2

a) $X = (x, M = _{qte} 8.1$ lb$, \sigma^2 = 6.53$ lb$^2)$

$P(x > 9) = P\left(\frac{9 - 8.1}{16.33}\right)$

$P(x > A) = P(x = A) = 1 - P(A)$

$= 1 - P(0.35) \rightarrow 1 - 0.6368 = \underline{0.3632}$

b) Prob $P_E > P_Q$ $\quad P(0.43) = 0.6664$

$E \sim N(x_E, M_E = 4.6, \sigma_E = 4.3) =$

$E(x_E | X_2) = 4.6$

$V(X_2 | X_2) = 1.3$

$\rightarrow P\left(\frac{0 - 4.6}{1.3} > \frac{0 - 3.5}{2^2}\right)$

$P(0.43) = \underline{0.6664}$

9.-

Aprox binomial $\quad X$: número de invitados que se presentan

$M_x = np \quad \sigma^2 = npq$

con $n = 300$, $p = 0.4$, $q = 0.6$, así:

a) $P(x < 150) = N \sim (x < 150; M_x = np; \sigma_x^2 = npq)$

$P(x < 150) = P\left(Z < \frac{x - M_x}{\sigma_x}\right) = P\left(Z < \frac{150 - (300)(0.4) + 0.5}{\sqrt{300(0.4)(0.6)}}\right)$

$= \underline{0.8508}$

b) si almenos una persona se queda sin asiento:

$X > 160$, así

$P(x > 160) = P(x > 160 - 0.5) = P(x > 159.5)$

$\therefore = \underline{0.0125}$