Colín Ramiro Joel

Tarea 1 (Técnicas de conteo)

4CM2

1.- ¿En cuántas formas se pueden seleccionar dos personas de entre un grupo de 20 si el orden de selección es importante?

$$_nP_r = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$_{20}P_2 = \frac{20!}{(20-2)!} = \frac{20!}{18!} = \underline{380 \text{ formas}}$$

2.- Usted tiene cuatro pares de jeans, 12 playeras limpias y cuatro pares de zapatos tenis. ¿Cuántas combinaciones de ropa (jeans, playeras y zapatos tenis) puede crear?

4 pj

12 pl

4 pz

$$n_1 \times n_2 \times n_3 \ldots\ldots$$

$$4pj \times 12pl \times 4pz = \underline{192 \text{ combinaciones}}$$

3.- Un grupo de ocho personas consta de cinco hombres y tres mujeres ¿Cuántos comités de tres personas pueden formarse con dos hombres exactamente?

$$_5C_2 = \frac{3!}{2!(3!)} = 10$$

$$_6C_1 = \frac{6!}{1!(3!)} = 6$$

$$_5C_2 \cdot {}_6C_1 = 10 \cdot 6 = \underline{60 \text{ comités}}$$

$\binom{100}{95}$

4.- Supóngase que $a=\binom{99}{5}$ y $b=\binom{99}{4}$. Exprese $\binom{100}{95}$ en términos de a y b.

$\binom{100}{95}=\binom{n}{r}$

$\binom{n}{r}=\binom{n-1}{r}+\binom{n-1}{r-1}$ $\quad \binom{n}{r}=\binom{n}{n-r}$

$\binom{100}{5}=\underset{a}{\binom{99}{5}}+\underset{b}{\binom{99}{4}}$ $\quad \therefore \binom{100}{95}=\binom{100}{5}$

5.- ¿Cuántos subconjuntos que contengan al menos un elemento se pueden formar de un conjunto de 100 elementos?

$2^{100}=1.2676506\times10^{30}$

$\therefore {}_{100}C_0=C_{100}^{0}=\frac{100!}{0!(100!)}=1$

$\therefore 1.2676506\times10^{30}$ subconjuntos

7.- ¿De cuántas formas se tendrán 4 manos en un juego de poker (4 personas jugando)?

$\binom{52}{5}\rightarrow$ persona 1

$\binom{47}{5}\rightarrow$ persona 2

$\binom{42}{5}\rightarrow$ persona 3

$\binom{37}{5}\rightarrow$ persona 4

$\therefore C_5^{52}\cdot C_5^{47}\cdot C_5^{42}\cdot C_5^{37}$

6.- ¿De cuántas formas se pueden colocar en el tablero de ajedrez 8 torres de modo que no se puedan comer una con otra?

Considerando un tablero de ajedrez de 8x8 es decir 64 casillas, las torres se deberían colocar en distintas filas y columnas, es decir ninguna torre puede compartir fila ó columna con otro torre. Para calcularlo se puede ultilizar 8!

$\therefore$ 8! = 40,320 formas

8.- Un domador de fieras quiere sacar a la arena del circo 5 leones y 4 tigres. Un tigre no puede ir detrás de otro ¿De cuántas maneras se pueden distribuir las fieras?

$$C_9^{54} = \frac{9!}{5!\,4!} = \frac{9\cdot 8\cdot 7\cdot 6\cdot \cancel{5!}}{\cancel{5!}\,4!}$$

$$= \frac{9\cdot 8\cdot 7\cdot 6}{24} = \frac{3024}{24} = 126 \text{ maneras}$$

9.- En el domino 4 jugadores dividen en partes iguales 28 fichas ¿De cuántas formas pueden hacerlo.

$\binom{28}{7}$ -> jugador 1

$\binom{21}{7}$ -> jugador 2

$\binom{14}{7}$ -> jugador 3

$\binom{7}{7}$ -> jugador 4

$\therefore$ $C\binom{28}{7}\cdot C\binom{21}{7}\cdot C\binom{14}{7}\cdot C\binom{7}{7}$

10.- Dos niños recogieron 10 margaritas, 15 claveles, y 14 tupilanes.
¿De cuántas formas pueden dividir estas flores?

10m
15c
14t
39 flores

$$_{39}C_2 = C_{39}^{2} = \frac{39!}{2!(37!)} = \frac{39 \cdot 38 \cdot \cancel{37!}}{2! \cancel{37!}}$$

$$= \frac{39 \cdot 38}{2!} = \frac{1482}{2} = 741 \text{ formas}$$