ESCOM

Probabilidad y Estadística
4to semestre
1er examen
Fecha:23-septiembre-2021
Tiempo: 90 minutos

Nombre: Colín Ramiro Joel

Grupo: 4CM2

Profesor: *Dr. Alejandro González Cisneros*

Este examen contiene 4 planteamientos que corresponde a 60 puntos de la valoración final. Tenga presente que no esta autorizada la comunicación con sus compañeros, ni el uso de ayudas computacionales (calculadora, celular, etc). Resuelva de forma detallada cada uno de los problemas

1. (15 puntos) Considere una variable aleatoria X con resultados posibles: 0, 1, 2,..., supongamos que $P(X = j) = (1 - \alpha)\alpha^j$, $j = 0, 1, 2, \cdots$,

   a. ¿Para qué valores de α es significativo el modelo anterior?

   b. Verificar que lo anterior representa una distribución de probabilidades legítima

   c. Demostrar que para dos enteros positivos cualesquiera s y t

   $$P(X > s + t|X > s) = P(X \geq t)$$

2. (15 puntos) Una encuesta aplicada a quienes usan un software estadístico específico indica que 10 % no quedo satisfecho. La mitad de quienes no quedaron satisfechos le compraron el sistema al vendedor A. Tambien se sabe que 20 % de los encuestados se lo compraron al vendedor A. Dado que el proveedor del paquete de software fue al vendedor A, ¿Cuál es la probabilidad de que el usuario haya quedado insatisfecho?

3. (15 puntos) Un capataz en una fábrica tiene tres hombres y cuatro mujeres trabajando para él. Desea elegir dos trabajadores para una labor especial y decide seleccionarlos al azar. Sea Y el número de mujeres en su elección. Encuentra la probabilidad para cada uno de los valores de Y, la media y la varianza.

4. (15 puntos) Dos equipos de béisbol 1 y 2 tienen la misma capacidad y juegan el uno contra el otro una serie de 4 juegos, registrando el resultado de cada juego.

   a. ¿Cuáles son los resultados posibles?

   b. Si A es el conjunto de resultados en que el equipo 1 gana exactamente 3 veces, lista los elementos de A.

1er Examen

Probabilidad y Estadística

Nombre: Colín Ramiro Joel

Grupo: 4CM2

1.- a) ¿Para que valores de α es significativo el modelo anterior

$\sum_{n=0}^{\alpha} P(x=j)=1$

$\downarrow$

Se sustituye el valor de la Probabilidad

$$\sum_{n=0}^{\alpha}(1-\alpha)\alpha^j=(1-\alpha)\sum_{n=0}^{\alpha}\alpha^j=(1-\alpha)\frac{1}{1-\alpha}=1$$

$\therefore \frac{1-\alpha}{1-\alpha}=1 \rightarrow$ si $|\alpha|<1$ entonces α es significativo para $(0,1)$

b) Verificar que lo anterior representa una distribución de probabilidades legítima

$P(x=j)=(1-0)0^j \longrightarrow P(x=j)=(1-1)1^j$

$P(x=j)=1 \qquad\qquad P(x=j)=0$

$\therefore$ se verifica que $\sum_{n=0}^{a} P(x)=1$ y $0\leq P(x)=1$ es legítima

c) Demostrar que para dos enteros positivos cualquiera s y t

$P(X>s+t|X>s)=P(X\geq t)$

$$P(X>s+t|X>s)=\frac{P(X>t+s,X>s)}{P(X>S)}=\frac{1-P(X\leq t+s)}{1-P(X\leq s)}$$

$$=\frac{1-\sum_{j=0}^{t+s}(1-\alpha)\alpha^j}{1-\sum_{j=0}^{t}(1-\alpha)\alpha^j}=\frac{1-(1-\alpha)\sum_{j=0}^{t+s}\alpha^j}{1-(1-\alpha)\sum_{j=0}^{t}\alpha^j}$$

$$=\frac{1-(1-\alpha)\left(\frac{1-\alpha^{t+s+1}}{1-\alpha}\right)}{1-(1-\alpha)\left(\frac{1-\alpha^{t+1}}{1-a}\right)}\longrightarrow\frac{\alpha^{t+s+1}}{\alpha^{t+1}}=\alpha^s$$

2.- ¿Cuál es la probabilidad de que el usuario haya quedado insatisfecho?

S = Satisfecho, I = Insatisfecho $\rightarrow I = \bar{S}$

$P(I) = P(\bar{S}) = 0.1 \longrightarrow P(S) = 1 - P(\bar{S}) = 0.9$

$P(A) = 0.2 \rightarrow P(\bar{A}) = 0.8$

$P(A|I) = P(A|\bar{S}) = 0.5$

Se nos pide $P(\bar{S}|A)$ ó $P(I|A)$

$$P(\bar{S}|A) = \frac{P(A|\bar{S})\,P(\bar{S})}{P(A)}$$

$$P(A|\bar{S})\,P(\bar{S}) = (0.5)(0.1)$$

$$\therefore \frac{(0.5)(0.1)}{0.2} = 0.25 = 25\%$$

$\therefore$ La probabilidad de que el usuario quedara insatisfecho es de 0.25 ó 25%

3.- Encuentra la probabilidad para cada uno de los valores de "y", la media y la varianza

h = hombre
m = mujer

h,h – 0
m,h – 1
m m – 2

y	$f(y)$
0	1/7
1	4/7
2	2/7

$$P(x=0) = \frac{C^4_0 \, C^3_2}{C^7_2} = \frac{1(3)}{21} = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$$

Prob de cada un

$$P(x=1) = \frac{C^4_1 \, C^3_1}{C^7_2} = \frac{4(3)}{21} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$$

$$P(x=2) = \frac{C^4_2 \, C^3_0}{C^7_2} = \frac{6(1)}{21} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$$

$$E(x) = \sum_{x=0}^{\infty} x\,f(x)$$

$$= 0(1/7) + 1(4/7) + 2(2/7)$$

$$= 4/7 + 4/7 = \frac{8}{7}$$

Media

$\mu = E(x)$

$$Var(x) = E(x^2) - \mu^2$$

$$E(x^2) = 0^2(1/7) + 1^2(4/7) + 2^2(2/7)$$

$$= \frac{12}{7}$$

$$Var(x) = \frac{12}{7} - \left(\frac{8}{7}\right)^2$$

$$= \frac{20}{49} = 0.40$$

Varianza

4.- a) ¿Cuáles son los resultados posibles?

Sea X el equipo 1 y Z el equipo 2

XXXX
XXXZ
XXZX
XXZZ
XZXX
XZXZ
XZZX
XZZZ
ZXXX
ZXXZ
ZXZX
ZXZZ
ZZXX
ZZXZ
ZZZX
ZZZZ

Posibles resultados

b) Si A es el conjunto de resultados en que el equipo 1 gana exactamente 3 veces, lista los elementos de A

$$A = \{XXXZ, XXZX, XZXX, ZXXX\}$$