

Leonhard Euler



conocido como **Leonhard Euler** y también llamado **Leonardo Euler** en español,⁴ fue un matemático y físico suizo. Se trata del principal matemático del siglo XVIII y uno de los más grandes y prolíficos de todos los tiempos, muy conocido por el número de Euler (e), número que aparece en muchas fórmulas de cálculo y física.

Vivió en San Petersburgo (Rusia), y también en Berlín (Prusia) la mayor parte de su vida adulta y realizó importantes descubrimientos en áreas tan diversas como el cálculo o la teoría de grafos. También introdujo gran parte de la terminología moderna y notación matemática, particularmente para el área del análisis matemático, como, por ejemplo, la noción de función matemática.⁵ Asimismo se le conoce por sus trabajos en los campos de la mecánica, la óptica y la astronomía.

Euler ha sido uno de los matemáticos más grandes, más prolíficos, y se calcula que sus obras completas reunidas podrían ocupar entre 60 y 80 volúmenes.⁶ Una afirmación atribuida a Pierre Simon Laplace expresa la influencia de Euler en los matemáticos posteriores: «Lean a Euler, lean a Euler, él es el maestro de todos nosotros».⁷

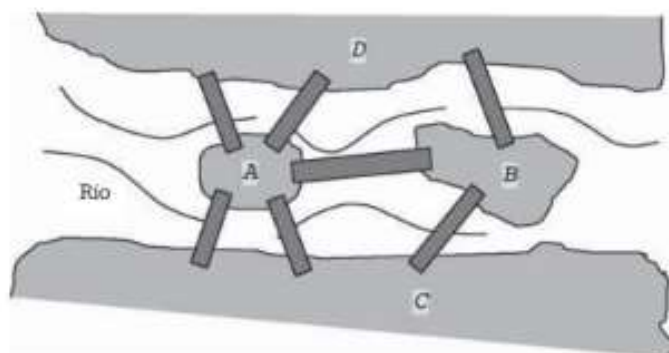
Pequeña introducción introduce dos importantes estructuras de datos y conceptos fundamentales en teoría de grafos y ciencias de la computación. Un grafo es una representación visual y abstracta de un conjunto de objetos, donde los objetos se llaman vértices y las conexiones entre ellos se denominan aristas. Los grafos pueden ser dirigidos (con aristas con dirección) o no dirigidos (sin dirección en las aristas).

Los grafos tienen una amplia gama de aplicaciones en diversas áreas, como redes de computadoras, sistemas de transporte, redes sociales, entre otros. Se pueden usar para modelar y resolver problemas complejos mediante algoritmos y técnicas de búsqueda.

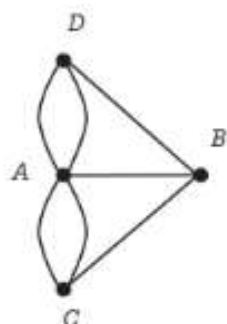
Por otro lado, los árboles son una forma especial de grafo acíclico, lo que significa que no tienen ciclos o bucles. Un árbol consta de un nodo raíz y una jerarquía de nodos conectados a través de aristas. Cada nodo en un árbol puede tener cero o más nodos hijos, pero solo puede tener un padre, excepto el nodo raíz que no tiene un padre.

Los árboles tienen aplicaciones en estructuras de datos, como árboles binarios de búsqueda, donde se organizan los datos para permitir búsquedas eficientes. También se utilizan en la resolución de problemas como los algoritmos de recorrido en profundidad y recorrido en anchura.

Uno de los primeros resultados de la teoría de grafos fue el que obtuvo Leonhard Euler en el siglo XVIII al resolver el problema de los puentes de Königsberg. Este problema consiste en recorrer 7 puentes que conectan 4 porciones de tierra, bajo la condición de pasar por cada puente una sola vez. En la siguiente figura se muestra la forma en que están distribuidos los puentes:



Euler representó este problema por medio de una figura como la siguiente



y la llamó "grafo". A las porciones de tierra representadas por un punto las llamó "vértices", a los puentes representados por líneas les dio el nombre de "aristas" y al número de líneas que salen o entran a un vértice lo llamó "orden del vértice", el cual más tarde se llamó valencia.

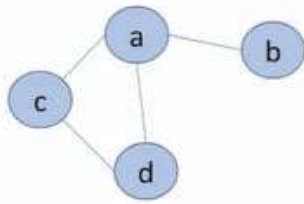
Los grafos son representaciones de las redes, y por medio de ellos se puede expresar en forma visual y sencilla la relación entre elementos de distinto tipo, por ejemplo se pueden usar para representar la estructura de una empresa en lo que se conoce como "organigrama", o bien para modelar una red eléctrica, telefónica, de carreteras, de agua potable, de alcantarillado, etcétera. Los vértices pueden ser postes, transformadores, teléfonos, ciudades, centrales telefónicas, válvulas, registros, y las aristas que tienen relación entre esos vértices pueden ser cables, tubos y carreteras, entre otras cosas. Por medio de la teoría de grafos, se pueden aprovechar mejor los recursos eliminando conexiones redundantes y reduciendo costos y distancias.

En computación los grafos se utilizan para mostrar las relaciones entre archivos (en las bases de datos), entre registros (en la estructura de datos), entre computadoras y entre redes como lo hace la red internet.

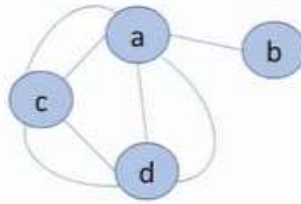
Los grafos son relaciones, como las que se expusieron en el capítulo anterior, que resultan ser muy útiles gracias a la forma en la que se les puede representar ya que es más claro ver la relación entre dos elementos en un grafo que en una matriz o en un conjunto.

Tipos de grafos

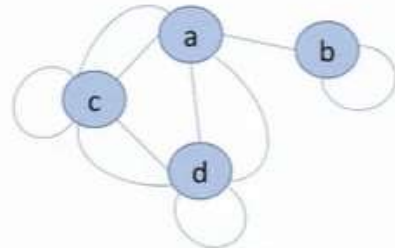
Simple



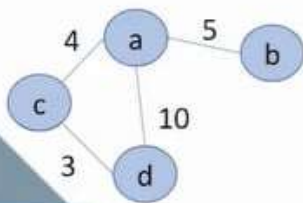
Multigrafo



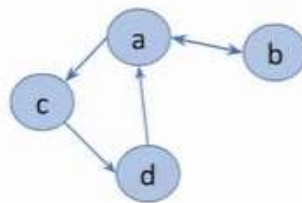
Pseudografo



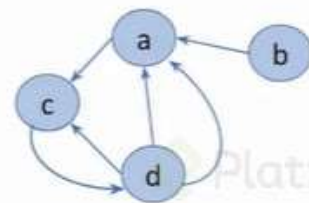
Ponderado



Grafo Dirigido



Multigrafo Dirigido



Platzi

ARBOLES

Uno de los problemas principales para el tratamiento de los grafos es que no guardan una estructura establecida y que no respetan reglas, ya que la relación entre los nodos puede ser tan compleja como la misma naturaleza. Sin embargo, este es un problema cuando se trata de usarlos para el tratamiento y organización de información, dentro del campo de la computación. En lugar de usar grafos que están estructurados sin regla alguna, en computación se utilizan grafos con características particulares que permiten un mejor tratamiento de la información y que se conocen como árboles.

En computación hay dos objetivos básicos: el primero es que cada vez se desarrollen equipos con una capacidad de almacenamiento mayor y el segundo es que cada vez se exige que la computadora entregue los resultados en forma más rápida y ordenada. De la mayor capacidad de almacenamiento se encargan los diseñadores de hardware, los cuales han creado equipos computacionales y de comunicación cada vez más pequeños que permiten almacenar mayores cantidades de información en dispositivos de almacenamiento secundario de dimensiones cada vez menores que se usan en computadoras, celulares y diferentes sistemas de comunicación. De lo segundo se encargan los diseñadores de software y aquí se ha avanzado muy poco en comparación con el desarrollo de equipo. Sin embargo uno de los progresos más significativos en el desarrollo de software es la utilización de árboles para el almacenamiento y manipulación de datos. Los árboles son estructuras jerárquicas que permiten una organización ordenada de la información, de forma que cuando se requiera se pueda encontrar en forma rápida y precisa.

Una de las primeras aplicaciones de los árboles se presentó en 1847 cuando Gustav Kirchhoff los utilizó en la manipulación de redes eléctricas; otra aplicación importante la llevó a cabo Grace Harper en 1951 al utilizarlos en el manejo de expresiones matemáticas. En la actualidad los árboles se usan en la computación en los procesos de clasificación de información, bases de datos, codificación de información, estructuras de datos y reconocimiento de patrones.

PROPIEDADES

Las propiedades básicas de un árbol son las siguientes:

- a) Es un grafo conexo en donde existe un camino entre cualquier par de vértices (w, x) .
- b) Este grafo no tiene ciclos ni lados paralelos.
- c) Todo árbol con al menos dos vértices tiene al menos una hoja (si se considera al otro vértice la raíz).

Un grafo con características de árbol es el que se parece a un árbol real con sus ramas hacia abajo, como se muestra en la figura 8.1.

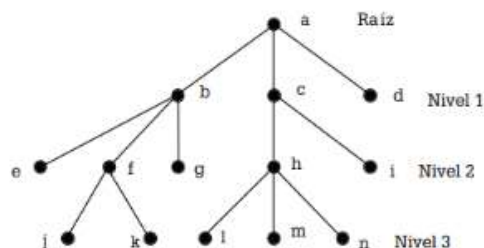
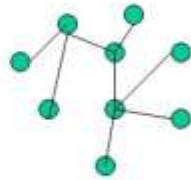


Figura 8.1 Ejemplo de árbol.

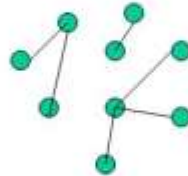
TIPOS

Árboles

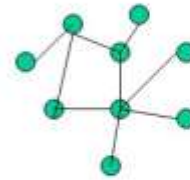
- **Árbol libre:** es un grafo no dirigido acíclico conexo.
- **Foresta:** es menos restrictivo, es un grafo no dirigido acíclico. Es decir, da la posibilidad que sea no-conexo.



Árbol libre



Foresta



Ni árbol ni foresta, sólo un grafo

- **Árbol con raíz:** es un árbol libre en el cual un vértice se distingue del resto. Este vértice es la raíz.
- **Nodo:** es el término usado para referirse a un vértice de un árbol con raíz.

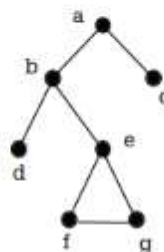
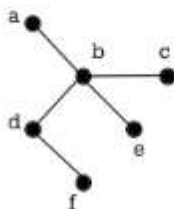
5

También están binarios y binarios completos

Un **bosque** es un conjunto de árboles, en otras palabras un árbol es un bosque conectado.

De un árbol se pueden obtener varios subárboles, mismos que conforman un bosque. A su vez un árbol puede considerarse como un bosque conectado, sólo se debe tener en cuenta que el árbol más pequeño está integrado por cuando menos dos nodos conectados por una arista.

En la figura 8.5 se muestra un ejemplo de un árbol y de un grafo que no es árbol, mientras que en la figura 8.6 se presentan dos ejemplos de bosque.



En resumen, los grafos y árboles son conceptos esenciales en ciencias de la computación y matemáticas, que proporcionan

herramientas poderosas para la modelización de problemas y la resolución de algoritmos. Su comprensión es fundamental para cualquier persona interesada en el desarrollo de software, algoritmos y solución de problemas complejos en el mundo de la informática.