Modèle PGG en Python
IMPERIO ASSURANCES

Joël Da Costa Oliveira,
Robin Wengi,
Frédéric Tauxe

29 octobre 2019

Table des matières

1 Introduction

L'objectif de cette documentation est d'expliquer le fonctionnement de notre nouveau modèle de calcul de la provision global de gestion. L'ancien modèle était entièrement calculé sur le logiciel Prophet, nous avons migré la totalité du modèle sur python.

Pour se faire nous avons tout d'abord répliqué les résultat obtenus de Prophet sur le nouveau modèle python, par la suite nous avons corrigé les incohérences de l'ancien modèle tout en mesurant l'impact de ceux-ci sur le résultat final.

Le résultat permettant de calculer la provision globale de gestion est le "Best Estimated Liabilities" (BEL), qui est l'actualisation des profits futurs. Ce BEL est stressé sur cinq différent scénario :

- Best Estimate (sans stress)
- Rendement et longévité
- Annulation plus
- Annulation moins
- Best Estimate plus marge
- Biométrie et frais

Nous avons alors effectué l'entier de nos calculs sur des vecteurs à trois dimensions : la police i de notre portefeuille pour la projection au temps t du scénario r.

2 Méthodologie

Nous avons tout d'abord commencé la modélisation avec un produit de risque temporaire décès, que nous considérons comme l'un des produits où les projections de cash-flows sont les plus facilement calculés.

Le but lors de la modélisation de ce produit était premièrement d'obtenir le même résultat que le BEL de notre ancien modèle. Pour arrivé à cela, nous commençons à obtenir la totalité des composantes du BEL pour une police test et testons ces composantes une par une afin d'obtenir les mêmes composantes de l'ancien modèle. Une fois que les résultats de la police test sont identiques à l'ancien modèle, nous déterminons le BEL de la totalité du portefeuille pour ce produit. Si le résultat est identique avec Prophet, nous validons le résultat, autrement nous tentons une autre police test afin de déterminé de quelle composante du BEL vient l'écart.

Durant la construction du nouveau modèle, nous avons mis en évidences plusieurs incohérences de l'ancien modèle. Premièrement nous répliquons tout de même ces erreurs, ensuite nous corrigeons ces incohérences à la dernière étape du processus, après avoir validé la totalités des résultats de tout les produits pour l'entier du portefeuille.

3 Les hypothèses utilisées

Explication brève des hypothèses, résumé la façon dont ces hypothèses sont calculées sans entrer dans les détails.

3.1 Taux de chute

Hypothèses de lapse ici

3.2 Courbe de rendement

Courbe de rendement ici

3.3 Coûts

Modèle de frais, coût par produit, inflation des coûts

3.4 Sinistralité

Sinistralité utilisées ici ainsi que la mortalité d'expérience

4 Les scénarios

Explication brève des scénarios, expliquer la façon dont les hypothèses sont stressée dans le modèle.

4.1 Scénario 0

Pas grand chose à dire, modèle de base

4.2 Scénario 1

Explication du stress des hypothèse pour ce scénario

4.3 Scénario 2

Explication du stress des hypothèse pour ce scénario

4.4 Scénario 3

Expliquer comment l'annulation est impacté dans le modèle

4.5 Scénario 4

Expliquer comment l'annulation est impacté dans le modèle

5 Calcul des variables utilisées

Les diverses variables utilisée pour calculer le ”Best estimated liabilities” varient en fonction du produit. En effet, le calcul des probabilités que la police soit toujours en vigueur va dépendre si il y a possibilité de réduction pour le produit en question.

La sinistralité va également dépendre si celle-ci est calculée avec un taux de sinistre sur primes ou alors simplement avec les probabilités de décès (pour les assurances temporaires décès).

En ce qui concerne les reserves, celles-ci sont spécifiques à chaque produits, ces valeurs seront alors calculées différemment pour chacun d'entre eux.

5.1 Sinistralité par produit

Le calcul de la sinistralité va également dépendre du produit. Tout les sinistres de nos produits (hors rachat) sont calculés avec un taux de sinitralité/-primes, à l'exception des produits suivants :

— Funérailles modalité 8 et 9

— Autre produits ???

Ces produits ont une sinistralité qui va dépendre des probabilités de décès mais aussi de l'hypothèse de mortalité d'expérience. Pour tout les autres produits, la sinistralité va donc dépendre de l'hypothèse de sinistralité ainsi que du montant des primes.

5.2 Sinistralité des complémentaires

Le taux de sinistralité des complémentaires est défini dans les hypothèses. La sinistralité des complémentaires sera donc déterminée en fonction de ce taux ainsi que de la prime complémentaire en question

5.3 Nombre de rachat

Le calcul du nombre de rachat sera différent si un produit permet la réduction ou non.

5.3.1 Nombre de rachat : Produits sans réduction possible

Nous avons la probabilité de décès mensuel qx^m qui est défini par

$$qx^m = 1 - (1 - qx)^{1/12} \tag{1}$$

avec IF_t^m la probabilité mensuelle au temps t que la police soit toujours en vigueur (In Force) au temps $t + 1$ (au mois prochain), w_t la probabilité au temps t qu'une police soit annulée l'année d'après ainsi que w_t^m la probabilité mensuelle au temps t que la police soit annulée au temps $t+1$ (au mois prochain).

w_t vien des hypothèses de rachat. Nous trouvons la probabilité d'annulation mensuel

$$w_t^m = 1 - (1 - w_t)^{1/12} \tag{2}$$

nous avons ensuite le nombre d'annulation $Surr_t$ au temps t

$$Surr_t = IF_{t-1} w_t^m (1 - \frac{qx^m}{2}) \tag{3}$$

en sachant que $IF_{t-1} = 1$ pour $t = 1$, ensuite pour calculer $Surr_t$ avec $t > 1$ il faudra connaître le nombre de police en vigueur au temps t (voir section 5.4.1, page 10 pour le calcul du nombre de police en vigueur au temps t)

5.3.2 Nombre de rachat : Produits avec réduction possible

Lorsque la réduction est possible nous aurons différents états possible :
- Police réduite
- Police en vigueur
- Police annulée

Nous devons donc connaître :
- $IFnotRed_t$ Le nombre de police en vigueur et non-réduite
- $Rnew_t$ Le nombre de nouvelles réductions pour une police en vigueur
- $RedTot_t$ Le nombre total de polices réduites
- $Surr_t$ Le nombre d'annulation pour une police en vigueur non-réduite
- $SurrRed_t$ Le nombre d'annulation pour une police réduite
- $Death_t$ Le nombre de décès pour une police en vigueur non-réduite
- $DeathRed_t$ Le nombre de décès pour une police réduite

Nous avons les variables qx, w_t, r_t venant des hypothèses, avec r_t la probabilité qu'une police en vigueur soit réduite l'année d'après et $frac$ étant le fractionnement de la police.

Nous trouvons d'abord $death_t^m$ le nombre de décès mensuel au temps t.

$$death_t^m = qx^m IFnotRed_{t-1} (1 - \frac{w_t^m}{2}) \tag{4}$$

pour tout $t > 0$ en sachant que $IFnotRed_t = 1$ au temps $t = 0$

Sachant r_t les probabilités de réduction venant des hypothèses, nous trouvons

$$r_t^m = 1 - (1 - r_t)^{1/12} \tag{5}$$

la probabilité de réduction mensuel.

Pour la suite des calculs il faut savoir que certaines variables sont déjà connues au temps $t = 1$:

$$IFnotRed_0 = \begin{cases} 1 & \text{si la police n'est pas réduite} \\ 0 & \text{si la police est déjà réduite} \end{cases} \tag{6}$$

$$IFred_0 = \begin{cases} 0 & \text{si la police n'est pas réduite} \\ 1 & \text{si la police est déjà réduite} \end{cases} \tag{7}$$

Nous avons besoin ensuite de connaître le nombre de nouvelles réductions $Rnew_t$. Nous connaissons $IFnotRed_{t-1}$ pour $t = 1$ et donc nous avons

$$Rnew_1 = r_1^m(IFnotRed_0 - Death_1 - Surr_1) \tag{8}$$

nous pouvons ensuite calculer $IFnotRed_1$

$$IFnotRed_1 = IFnotRed_0 - Death_1 - Surr_1 - Rnew_1 \tag{9}$$

ainsi par récursivité nous avons pour tout t

$$IFnotRed_t = IFnotRed_{t-1} - Death_t - Surr_t - Rnew_t \tag{10}$$

Nous connaissons désormais le nombre de police en vigueur non-réduite ainsi que le nombre de nouvelles réductions, donc nous pouvons à présent calculer le nombre d'annulation pour les polices non-réduite $SurrNotRed_t$

$$SurrNotRed_t = IFnotRed_{t-1} r_t^m (1 - q_{x+t}^m) \tag{11}$$

Afin de connaître le nombre total d'annulation, il nous manque à calculer le nombre d'annulation pour des polices qui sont déjà réduites $SurrRed_t$. Pour cela il nous faut connaître le nombre de polices réduites qui va dépendre du nombre de décès pour des polices déjà réduite $DeathRed_t$

$$DeathRed_t = IFred_{t-1} \cdot q_{x+t}^m \cdot (1 - \frac{w_t^m}{2}) \tag{12}$$

nous trouvons alors

$$SurrRed_t = IFred_{t-1} * r_t^m (1 - q_{x+t}^m) \tag{13}$$

Pour calculer $IFred$ il faut à nouveau procéder à un calcul récursif en s'aidant de la formule (7)

$$IFred_t = IFred_{t-1} + Rnew_t - DeathRed_t - SurrRed_t \tag{14}$$

5.4 Inforce probability

Calcul des inforce probability. Il existe deux façon de calculer les inforce probability qui va dépendre du produits. Il y a donc les produits sans possibilité de réduction et les produits avec possibilité de réduction.

5.4.1 Inforce pour les produits sans possibilité de réduction

Nous savons que $IF_{t-1} = 1$ pour $t = 1$ et donc nous pouvons calculer IF_{t-1} pour tout $t > 1$

$$IF_t = IF_{t-1} - death_t - Surr_t \tag{15}$$

5.4.2 Inforce pour les produits avec possibilité de réduction

Ici on insère le calcul

```python
   class Portfolio:


       def __init__(self,po=p,runs=[0,1,2,3,4,5], \
                   LapseNew=True,RateNew=True,SinistralityNew=True,CommissionNew=True,CostNew=True):
           self.tout=po
           self.p=po
           self.runs=runs
           self.un=self.one()
           self.zero=self.zeros()
           self.vide=self.vides()
           self.template= self.templateProjection()
           self.shape=list(self.un.shape)


```

Exemple insertion code python

Exemple d'ajout de calcul Latex :

La fonction f est définie par

$$f(x) = x - 1 \tag{16}$$

On a alors

$$f(x) = 0 \iff x = 1 \tag{17}$$

.

A Annexes

qx : probabilité de décès annuel pour une personne agée de x années
w_t : probabilité qu'une police en vigueur au temps t soit annulée au temps $t+1$
$frac$: fractionnement de la police
$deathR_t$: nombre de décès pour des polices déjà réduites