

# Conception d'un système radar/communication audio

---

MATIN Joël

SYTI Thomas

HORLIN François

2022



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Conception du radar</b>	<b>1</b>
1.1	Signal audio . . . . .	1
1.2	Réponse en fréquence du canal audio . . . . .	3
1.3	Réponse impulsionnelle du canal audio . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Chaîne de communication</b>	<b>6</b>
2.1	Signal modulé en fréquence . . . . .	6
2.2	Récepteur à corrélation . . . . .	6
2.2.1	Récepteur cohérent . . . . .	6
2.2.2	Récepteur non cohérent . . . . .	7
2.3	Transmission d'images . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Étude de performance</b>	<b>9</b>
3.1	Chaîne de simulations numériques . . . . .	10
3.2	Probabilités . . . . .	10
3.3	Courbes ROC . . . . .	10
3.4	Taux d'erreur binaire . . . . .	11
	<b>Annexes</b>	<b>12</b>

## Conception du radar

### 1.1 Signal audio

La première étape de ce projet consiste à générer un pulse radio fréquence (RF). Celui-ci sera échantillonné à une fréquence qui dépend des spécifications de la carte son de notre ordinateur. Dans notre cas, la fréquence d'échantillonnage( $f_s$ ) sera de 48 kHz. Afin d'illustrer notre signal en temporel, nous allons utiliser comme paramètres initiaux, une fréquence de 8kHz, une durée de pulsation de 5ms et 1024 échantillons de signal. Pour illustrer un signal en temporel, nous partons d'une fenêtre rectangulaire qui est multiplié par un cosinus qui caractérise notre signal. Pour illustrer le signal en fréquence, il suffit d'évaluer la transformée de Fourier du pulse, et de centrer le résultat sur la fréquence 0.

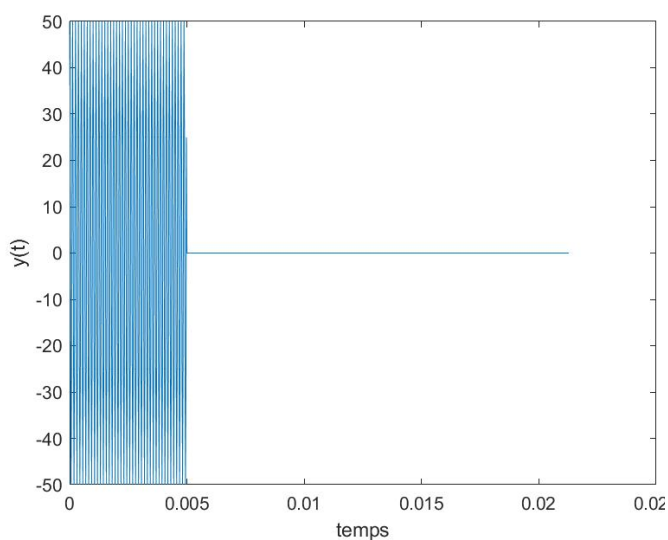


FIGURE 1.1: Courbe temporel

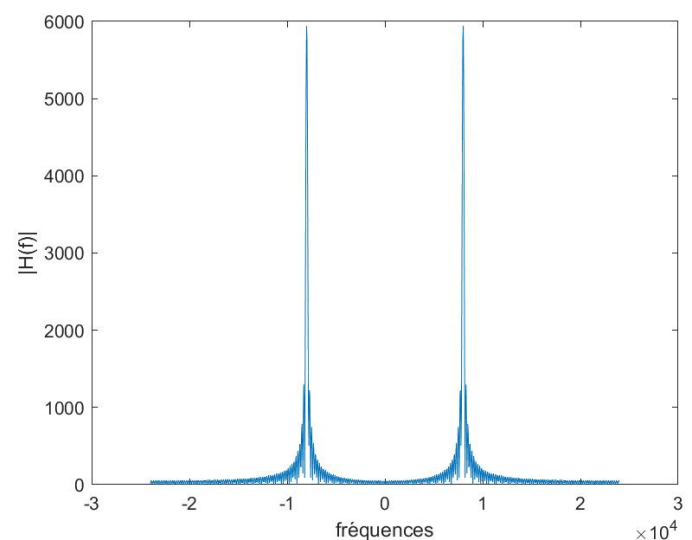


FIGURE 1.2: Courbe fréquentielle

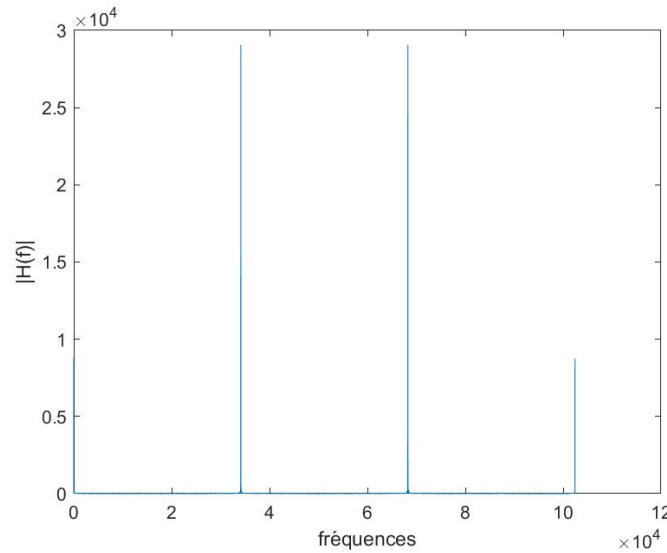


FIGURE 1.3: Courbe fréquentielle reçue

Nous pouvons ensuite discuter des paramètres tel que la fréquence( $f_p$ ) ou la durée du signal( $T_p$ ). Lorsqu'on multiplie le pulse rectangulaire par un cosinus, cela revient à le multiplier par une somme d'exponentielle. Ce qui en fréquentiel, par la propriété de déplacement, revient à décaler les pics du centre. Augmenter ou diminuer  $f_p$  revient donc à éloigner ou rapprocher les pics de fréquence par rapport au centre. Voici la démonstration :

$$g(t) = A \cdot \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \cdot \cos(2\pi f_c t) = \frac{A}{2} \cdot \text{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \cdot [\exp(j2\pi f_c t) + \exp(-j2\pi f_c t)]$$

$$G(f) = \frac{AT}{2} \cdot [\text{sinc}(T(f - f_c)) + \text{sinc}(T(f + f_c))]$$

Lorsqu'on augmente ou diminue  $T_p$ , cela revient à réduire ou augmenter la largeur des pics du domaine fréquentiel. Il y a donc un compromis à faire entre le domaine fréquentiel et temporel.

Le pulse audio étant de faible durée et le récepteur n'étant pas synchronisé avec l'émetteur, nous l'avons jouée sur plusieurs périodes afin d'avoir un son qui dure assez longtemps pour être enregistré aisément. La transformée de fourrier du son enregistré est illustrée à la figure 1.3. On voit qu'il y a des fréquences en plus dû à la qualité du micro. De plus, il est important de noter que cet enregistrement ainsi que les autres dans ce projet ont été effectués grâce aux applications "enregistreur vocal" et "groove musique" pour enregistrer et jouer sur le PC car Matlab ne reconnaît pas notre carte son comme ayant la fonctionnalité duplex.

## 1.2 Réponse en fréquence du canal audio

Le canal audio est un système linéaire qui produit un signal de sortie en réponse à un signal d'entrée. La réponse impulsionnelle  $h(t)$  est désignée comme la réponse du système à une fonction  $\delta(t)$ . Il peut être modélisé de la manière suivante :

$$h(t) = \alpha_d \delta(t - \tau_d) + \alpha_r \delta(t - \tau_r)$$

Le canal audio étant principalement constitué du trajet direct entre le haut-parleur et le microphone et du trajet réfléchi sur l'obstacle, sa réponse impulsionnelle comporte deux pics de dirac espacés dans le temps.

La réponse  $y(t)$  à une excitation arbitraire  $x(t)$  est donnée par la convolution avec  $h(t)$  :

$$y(t) = x(t) \otimes h(t)$$

Nous allons d'abord démontrer le principe d'estimation de la réponse en fréquence du canal, décrite dans l'énoncé du projet et ce analytiquement. On envoie un cosinus à une certaine fréquence  $f$  qu'on va décomposer en une somme d'exponentielles.

$$\begin{aligned} y(t) e^{-j2\pi f t + \phi} &= [\cos(2\pi f t) \otimes h(t)] e^{-j2\pi f t + \phi} = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau) \cos(2\pi f(t - \tau)) e^{-j(2\pi f t + \phi)} d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{h(\tau)}{2} [e^{j(2\pi f(t - \tau))} + e^{-j(2\pi f(t - \tau))}] e^{-j(2\pi f t + \phi)} d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{h(\tau)}{2} [e^{-j2\pi f \tau} + e^{-j(2\pi f(2t - \tau))}] e^{-j\phi} d\tau \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{h(\tau)}{2} e^{-j2\pi f \tau} d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} \frac{h(\tau)}{2} e^{-j4\pi f t} e^{j2\pi f \tau} d\tau = \frac{H(f)}{2} + \frac{H(-f)}{2} e^{-j4\pi f t} \end{aligned}$$

On fait pour l'instant abstraction de l'exponentielle en  $\phi$  car c'est une constante. Le terme de gauche est bien  $H(f)$  et on veut faire disparaître le terme de droite qui est  $e^{-j4\pi f t} \cdot H(-f)$ . L'étape suivante est d'intégrer sur une période qui est, comme mentionné dans l'énoncé de l'étape 2, un multiple de  $1/f$ .

$$= \int_0^T \frac{H(f) dt}{2} + \frac{H(-f)}{2} \cdot \int_0^T e^{-j4\pi f t} dt = T H(f) + \frac{H(-f)}{2} \int_0^T \cos(4\pi f t) + i \sin(4\pi f t) dt$$

On a  $T = k/f$  avec  $k \in \mathbb{Z}$ . Le terme de droite s'annule donc et on peut diviser par  $\frac{T}{2}$  au récepteur car c'est une constante connue.

$$= \frac{T H(f)}{2} + \frac{H(-f)}{2} \left( \frac{\sin(4\pi k) - \sin(0)}{4\pi f} - i \frac{\cos(4\pi k) - \cos(0)}{4\pi f} \right) = |H(f)|$$

Évaluons maintenant le module de la réponse en fréquence, ce qui permet d'ignorer le déphasage  $\phi$  mentionné auparavant car  $|H(f)e^{j\phi}| = |H(f)| = \sqrt{H(f)H^*(f)}$

$$|H(f)| = \sqrt{[\alpha_d e^{-j2\pi f\tau_d} + \alpha_r e^{-j2\pi f\tau_r}] \cdot [\alpha_d e^{j2\pi f\tau_d} + \alpha_r e^{j2\pi f\tau_r}]} = \sqrt{\alpha_d + \alpha_r + 2\alpha_d \alpha_r \cos(2(\tau_r - \tau_d))}$$

On choisit les paramètres raisonnables suivants et on obtiens la réponse fréquentielle suivante en décibels à la figure :  $\alpha_d = 1, \alpha_r = \frac{1}{5}, \tau_d = 1.47 \cdot 10^{-3}, \tau_r = 6.58 \cdot 10^{-3}$

Nous allons maintenant démontrer que plusieurs fréquences peuvent être sondées simultanément sans perte de performance.

Si  $f_n = f_m$  :

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{h(\tau)}{2} [e^{-j2\pi f_n \tau} + e^{-j2\pi(2f_m t - f_n \tau)}] d\tau &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{h(\tau)}{2} e^{-j2\pi f_n \tau} d\tau + \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j2\pi(2f_m t - f_n \tau)} d\tau \\ &= \frac{H(f_n)}{2} + \frac{H(-f_n)}{2} e^{-j4\pi f_m t} \end{aligned}$$

Nous intégrons sur une période comme précédemment

$$\begin{aligned} &= \int_0^T \frac{H(f_n) dt}{2} + \frac{H(-f_n)}{2} \cdot \int_0^T e^{-j4\pi f_m t} dt = TH(f_n) + \frac{H(-f_n)}{2} \int_0^T \cos(4\pi f_m t) + i \sin(4\pi f_m t) dt \\ &= \frac{TH(f_n)}{2} + \frac{H(-f_n)}{2} \left( \left| \frac{\sin(4\pi f_m t)}{4\pi f_m} \right|_0^T - i \left| \frac{\cos(4\pi f_m t)}{4\pi f_m} \right|_0^T \right) \\ &= \frac{TH(f_n)}{2} + \frac{H(-f_n)}{2} \left( \frac{\sin(4\pi k) - \sin(0)}{4\pi f_m} - i \frac{\cos(4\pi k) - \cos(0)}{4\pi f_m} \right) = |H(f_n)| \end{aligned}$$

Nous pouvons donc voir que lorsque  $f_n = f_m$ , le résultat obtenu reste inchangé.

Si  $f_n \neq f_m$  :  $f_m - f_n = k \frac{1}{T}$

Lorsque nous intégrons sur une période, le résultat est nul.

### 1.3 Réponse impulsionnelle du canal audio

Une fois la réponse fréquentielle du canal déterminée, on peut en prendre la transformée de fourier inverse afin de trouver  $h(t)$ , la réponse impulsionnelle. Pour cela, on génère un signal audio correspondant à une somme de 512 cosinus de 512 fréquences différentes et ce sur  $Q = 1024$  points temporels. Afin d'éviter que la somme ne soit nulle due à l'annulation des termes, chaque cosinus est multiplié par un facteur aléatoire égal à 1 ou -1. Le signal est dès lors joué et le son renvoyé

est enregistré en même temps, captant ainsi un trajet réfléchi de celui-ci sur le mûr. Comme la somme de cosinus a été répétée sur plusieurs période, un échantillon de  $Q$  points correspondant à une période est pris au milieu de l'enregistrement pour le traitement. Les résultats sont illustrés aux figures suivantes :

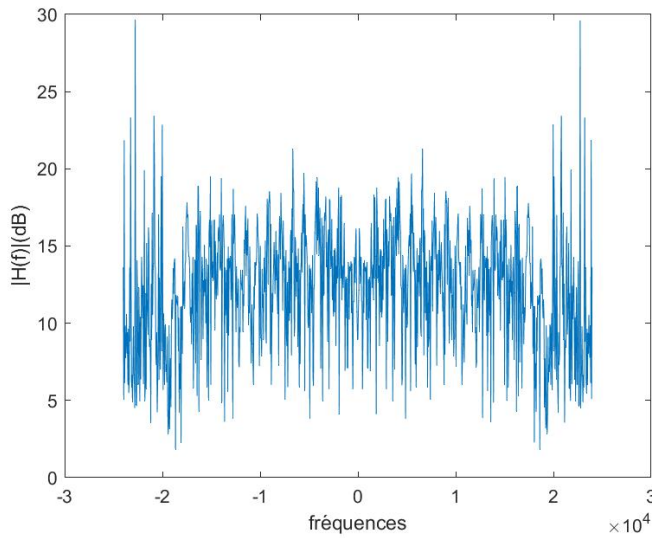


FIGURE 1.4: Réponse fréquentielle

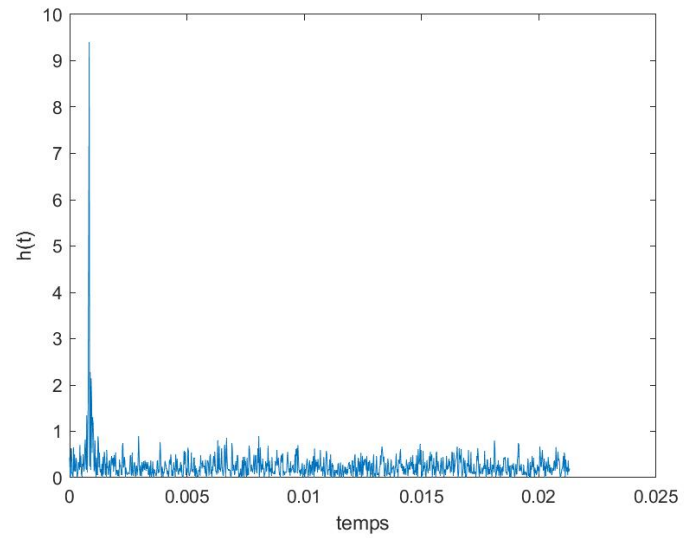


FIGURE 1.5: Réponse impulsionnelle

On voit que la réponse impulsionnelle ne présente pas de deuxième pic et ce dû à la trop faible valeur du son réfléchi par rapport au bruit environnant. Néanmoins, la réponse fréquentielle du canal est cohérente avec le modèle théorique.

## 2.1 Signal modulé en fréquence

Une image en noir et blanc est communiquée au travers d'un signal modulé en fréquence appelé FSK. Chaque bit correspond à un pixel, ceux-ci sont réunis en groupe de  $b$  bits et la valeur décimale du chiffre  $m$  formé par ces deux bits détermine la fréquence du signal sur un segment de durée  $T$ . Ces  $n_{tot}$  segments agencés donnent le FSK. Les paramètres de la génération influencent la qualité de la communication. Un  $T$  plus grand augmente le nombre de points par segments et augmente la précision et un  $\Delta f$  plus grand donne l'effet inverse.

## 2.2 Récepteur à corrélation

Les démonstrations analytiques des performances des deux types de récepteurs pour un certain déphasage  $\phi$  entre le récepteur et l'émetteur sont présentées ci-dessous. Un récepteur cohérent suppose que la différence de phase est pré-compensée avant que la communication n'ait lieu. La phase est donc supposée nulle lors de l'application. Un récepteur non-cohérent quant à lui ne considère pas que le déphasage est compensé, il fonctionne donc normalement et ne nécessite pas de pré-compensation.

### 2.2.1 Récepteur cohérent

On reçoit un signal à une fréquence  $f_m$  inconnue sur une segment de temps  $T$  qu'on va corrélérer avec un cosinus à une fréquence  $f_m \in f_0 + m\Delta f$  avec  $m \in [0, M - 1]$  tel que défini dans l'énoncé du projet. On considère de plus que la réponse impulsionnelle  $h(t) = \delta(t)$  ce qui permet de simplifier



la convolution car :  $g(t) * \delta(t) = g(t)$

$$x(t) = \cos(2\pi f_m t) \quad (\text{signal émis})$$

$$y(t) = \cos(2\pi f_n t + \phi) \quad (\text{signal de corrélation})$$

$$z(t) = x(t)y(t) = \frac{1}{2}[\cos(2\pi(f_m + f_n)t + \phi) + \cos(2\pi(f_m - f_n)t - \phi)]$$

Si  $f_m = f_n$  :

$$z(t) = \frac{1}{2}[\cos(4\pi f_m t + \phi) + \cos(-\phi)]$$

$$w(t) = \int_{t=0}^T z(t) dt = \frac{1}{2} \left[ \frac{\sin(4\pi f_m t + \phi)}{4\pi f_m} + t \cos(\phi) \right]_0^T = \frac{T}{2} \cos(\phi) \quad (\text{Corrélation})$$

La valeur de la norme de  $w(t)$  va varier et ne sera pas maximale pour toute valeur de  $\phi$ , cela démontre que le déphasage a un impact sur un récepteur cohérent.

## 2.2.2 Récepteur non cohérent

$$\int_0^T (h(t) \otimes \cos(2\pi f_m t)) e^{-j(2\pi f_i t + \phi)} dt$$

$$\int_0^T \cos(2\pi f_m t) e^{-j(2\pi f_i t + \phi)} dt = \frac{1}{2} \left[ \int_0^T e^{j(2\pi f_m t)} e^{-j(2\pi f_i t + \phi)} dt + \int_0^T e^{-j(2\pi f_m t)} e^{-j(2\pi f_i t + \phi)} dt \right]$$

Si  $f_m = f_n$  :

$$z(t) = \frac{1}{2} [e^{-j\phi} + e^{-j(4\pi f_m t + \phi)}] \text{ où } e^{-j(4\pi f_m t + \phi)} = \cos(4\pi f_m t + \phi) - j \sin(4\pi f_m t + \phi)$$

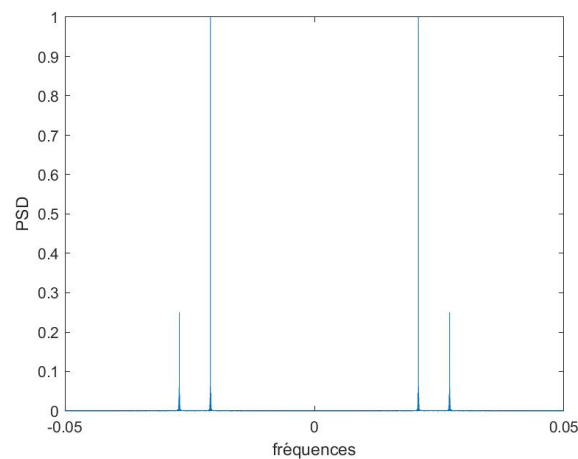
$$w(t) = \int_{t=0}^T z(t) dt = \frac{T}{2} e^{-j\phi} + \frac{1}{2} \int_{t=0}^T \cos(4\pi f_m t + \phi) - j \sin(4\pi f_m t + \phi) dt$$

$$w(t) = \frac{T}{2} e^{-j\phi} \rightarrow |w(t)| = \frac{T}{2}$$

Si  $f_m \neq f_n$  :

$$\frac{e^{-j\phi}}{2} \left[ \int_0^T e^{j2\pi t(f_m - f_i)} dt + \int_0^T e^{-j2\pi t(f_m + f_i)} dt \right] = \frac{e^{-j\phi}}{2} \left[ \int_0^T e^{j2\pi t \frac{k}{T}} dt + \int_0^T e^{-j2\pi t(f_m + f_i)} dt \right] = 0$$

On voit donc que dans le cas du récepteur cohérent, le déphasage n'influence pas la norme évaluée. Son maximum est donné par la corrélation effectuée à la même fréquence que le signal reçu.



Enfin, la PSD du signal envoyé peut être évaluée puis représentée comme à la figure précédente.

## 2.3 Transmission d'images

La transmission d'une image 200x200 s'est d'abord faite à l'aide d'un émetteur différent du récepteur. La communication entre les deux ordinateurs a été effectuée avec plusieurs distances donnant chacune un pourcentage d'erreurs différents. On remarque qu'au plus proche on se trouve, au plus le pourcentage est réduit comme illustré en annexe. L'image de droite est quant à elle obtenue en émettant le son tout en l'enregistrant sur le même ordinateur.



FIGURE 2.1: Image de base

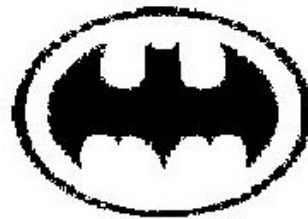
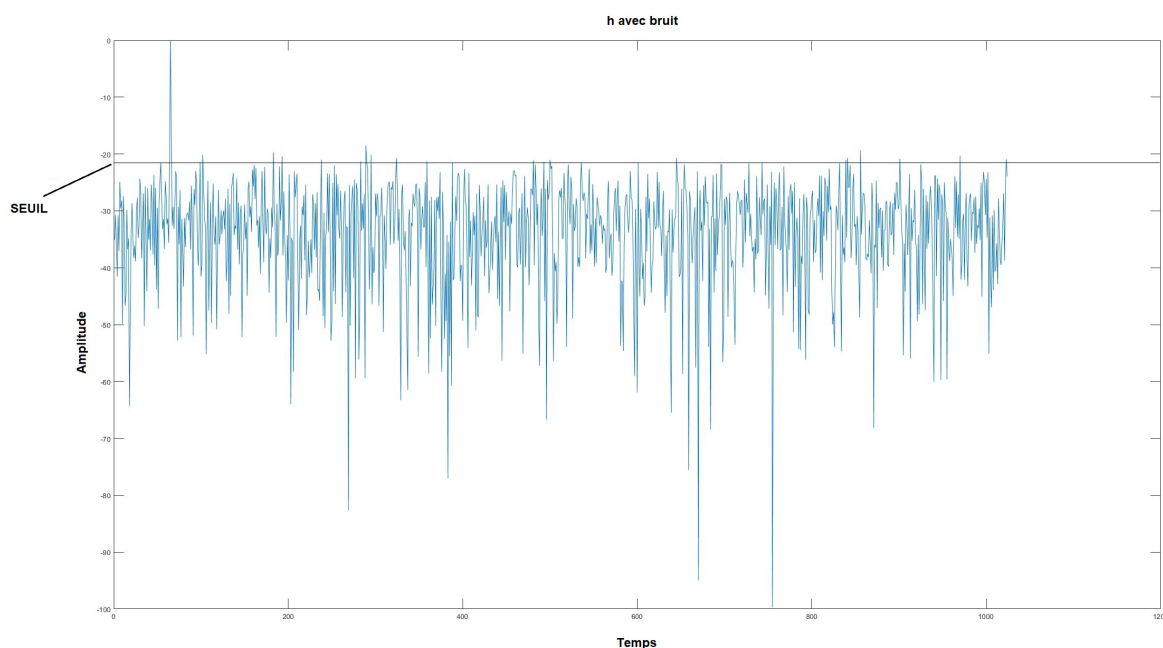


FIGURE 2.2: 0m : 0,42%

## Étude de performance

Une étude de performance d'un signal consiste à mesurer la qualité du signal d'origine lorsqu'il est affecté par d'autres signaux présents dans le même environnement de transmission. Lors de l'implémentation du radar et de la chaîne de communications, ces perturbations étaient présentes. Pour déterminer la qualité du signal, nous allons utiliser des courbes ROC, qui peuvent être utilisées pour évaluer la performance d'un système de transmission de signaux lorsqu'il est affecté par des signaux interférents. Elles indiquent la probabilité de détection d'un signal d'origine en fonction de la probabilité de détection d'un signal interférent. Chaque courbe ROC est défini par un SNR donné. Le SNR (signal-to-noise ratio) est le rapport entre la puissance du signal sur la puissance du bruit. Chaque point de la courbe ROC est défini par sa valeur de seuil. Le seuil est un filtre qui élimine tous les signaux d'amplitude inférieure à sa valeur. Afin d'avoir tous les points de notre courbe, nous faisons varier ce seuil. Voici un exemple de seuil :



### 3.1 Chaîne de simulations numériques

La première étape consiste à construire deux chaînes de simulation numériques sans bruit, une pour le système radar et l'autre pour le système de communications. Pour le système radar, nous implémentons ensuite le bruit avec une puissance déterminée par le SNR. Pour cela, il faut d'abord estimer la puissance du signal reçu à l'entrée du récepteur en moyennant le signal élevé au carré sur la durée du signal :

$$P_{signal} = \frac{\text{sum}(x^2)}{\text{length}(x)} \quad (3.1)$$

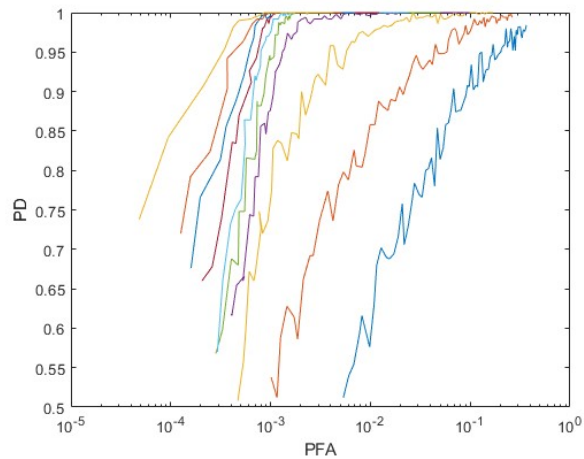
Après avoir réalisé cela, nous ajoutons un vecteur de bruit blanc Gaussien proportionnel à la puissance du bruit obtenu.

### 3.2 Probabilités

Afin d'avoir des probabilités les plus précises possible, nous itérons le processus 500 fois par seuil. La probabilité de fausse alarme peut être vue comme le nombre signaux interférents qui n'ont pas été filtrés sur le nombre total de signaux interférents. La probabilité de fausse détection quant à elle est le nombre de signaux à détecter qui ont été filtrés, sur le nombre total de signaux à détecter.

### 3.3 Courbes ROC

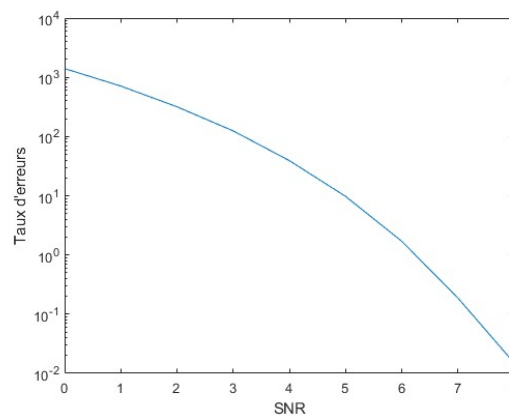
La courbe ROC ci-dessous désigne la probabilité de détection en ordonnée et la probabilité de fausse alarme en abscisse. Chaque courbe est caractérisée par un SNR.



Les courbes de SNR élevés (courbes à gauche) tendent vers une forme d'angle droit, celles avec un SNR faible (courbes à droite) ont une allure très courbée. Au plus le SNR est élevé, au plus la courbe tend vers une situation idéale où la probabilité de détection est maximale et la probabilité de fausse détection est minimale (allure d'angle droit). En conclusion, un grand SNR réduit bien l'impact des signaux interférant sur le signal d'origine.

### 3.4 Taux d'erreur binaire

Afin d'évaluer la performance de la chaîne de communication, on trace la courbe de taux d'erreurs binaire en fonction du SNR. Pour chaque SNR, on simule un bruit aléatoire qu'on ajoute au signal FSK et ce, lors de 500 réalisations. Le taux d'erreurs binaire est obtenu en divisant le nombre d'erreurs total à la fin de toutes les réalisations par le nombre de bits totaux transmis.



On voit que la courbe est cohérente car pour de faibles valeurs de SNR, le taux d'erreur est élevé. A l'inverse, pour un haut SNR le taux d'erreur est faible.

## **Annexes**

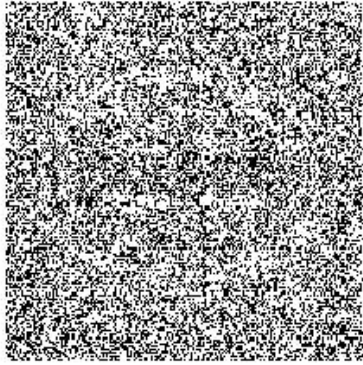


FIGURE 1: 3.5m : 41.9%

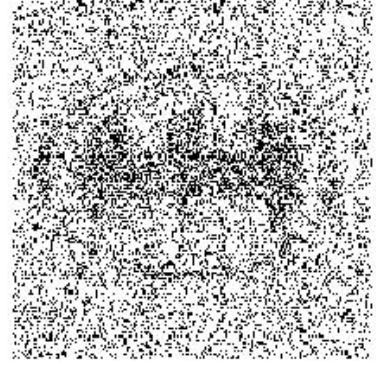


FIGURE 2: 2m : 17,5%



FIGURE 3: 1m : 17.5%

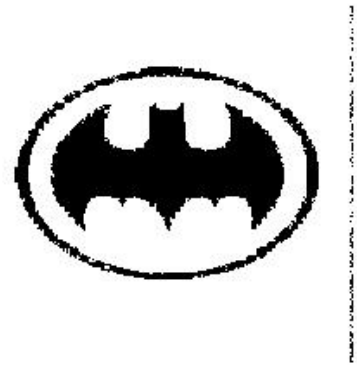


FIGURE 4: 0m : 0,42%