Econometría Básica

Capítulo 05: Asintótico

José Valderrama & Freddy Rojas
jtvalderrama@gmail.com & frojasca@gmail.com
Universidad Católica Santo Toribio de Mogrovejo

Septiembre de 2021

Contenido

Contenido

Contenido

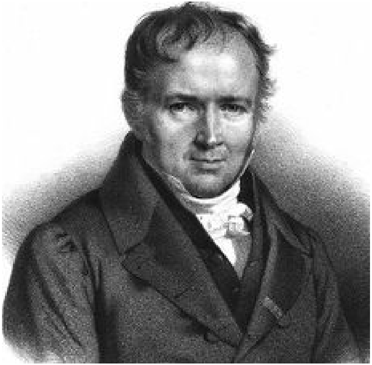
Supuesto para la inferencia

- Suposición RLM6: Normalidad. Con el fin de probar hipótesis se necesita agregar un supuesto adicional a los cinco supuestos ya vistos: $u \sim N(o, \sigma^2)$ El error poblacional se distribuye como una normal con media cero y varianza σ^2
- Lo anterior implica que $y/x \sim N(\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + ... + \beta_k x_k, \sigma^2)$
- También $\hat{\beta}_j = N(\beta_j, Var(\hat{\beta}_j))$, por lo que estandarizando se tiene:
- $\frac{\hat{\beta}_j - \beta_j}{Es(\hat{\beta}_j)} \sim N(0,1)$

Contenido

USAT Universidad Católica Santo Toribio de Mogrovejo

Contenido



Siméon Poisson (1781-1840)

'No se puede predecir el comportamiento individual, pero si el comportamiento promedio'.

La probabilidad que la media muestral se acerque a la media poblacional aumenta con el tamaño de la muestra.

$$\bar{y}_n \xrightarrow{p} \mu$$

Contenido

Teorema central del límite

Si X_1, X_2, ... es una secuencia de V.A. independientes con $E(X_i) = \mu$ y $Var(X_i) = \sigma^2 < \infty$, entonces:

$$\frac{(\bar{X}_n - \mu)}{\sigma/\sqrt{n}} \xrightarrow{d} N(0,1)$$

$$\sqrt{n}\frac{(\bar{X}_n - \mu)}{\sigma} \xrightarrow{d} N(0,1)$$

$$\sqrt{n}(\bar{X}_n - \mu) \xrightarrow{d} N(0,\sigma^2)$$

USAT Universidad Católica Santo Toribio de Mogrovejo

Contenido

Teorema de Slutsky

Sea a_n y b_n dos variables aleatorias donde la primera cuenta con una distribución asintótica y

$$b_n \xrightarrow{p} b$$

entonces:

1. $a_n + b_n \xrightarrow{d} a_n + b$
2. $a_n b_n \xrightarrow{d} a_n b$

USAT Universidad Católica Santo Toribio de Mogrovejo

Contenido

USAT Universidad Católica Santo Toribio de Mogrovejo

Contenido

Estimador MCO

Sea el modelo poblacional definido para el individuo i:

$$y_i = x_i\beta + \mu_i$$

donde i hace referencia a la unidad de análisis, x_i es el vector:

$$x_i = (1, x_{i1}, x_{i2}..., x_{ik})$$

y β es un vector de parámetros de orden $(k+1)x1$, donde el supuesto MCO $E(\mu_i/x_i') = 0$, implica, por la LEI, que el x_i es exógeno:

$$E(x_i'\mu_i) = 0$$

Estimador MCO

Es posible tener el vector de β poblacionales a partir de este último supuesto, premultiplicando pirmero por x_i':

$$x_i' y_i = x_i' x_i \beta + x_i' \mu_i$$

aplicando esperanza matemática:

$$E(x_i' y_i) = E(x_i' x_i)\beta + E(x_i' \mu_i)$$

usando la condición de exogeneidad $E(x_i' \mu_i) = 0$:

$$\beta = E(x_i' x_i)^{-1} E(x_i' y_i)$$

Que son los β poblacionales, que son identificados si es que la matriz $E(x_i' x_i)^{-1}$ existe.

Introducción

De acuerdo al método de los momentos la esperanza muestral es equivalente a su valor poblacional:

$$\hat{\beta}_{MCO} = \left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i' x_i\right]^{-1} \left[\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i' y_i\right]$$

Que en forma compacta puede ser presentada matricialmente:

$$\hat{\beta}_{MCO} = (X'X)^{-1}(X'Y)$$

Contenido

Distribución asintótica de MCO

$$\widehat{\beta}_{MCO} = \left[\sum_{i=1}^{n} x_i' x_i\right]^{-1} \sum_{i=1}^{n} x_i' y_i$$

$$y_i = x_i \beta + \varepsilon$$

$$\widehat{\beta} = \beta + \left[\sum_{i=1}^{n} x_i' x_i\right]^{-1} \sum_{i=1}^{n} x_i' \varepsilon_i$$

$$\sqrt{n}(\widehat{\beta} - \beta) = \left[\sum_{i=1}^{n} x_i' x_i / n\right]^{-1} \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{n} x_i' \varepsilon_i$$

Distribución asintótica de MCO

Por LGN:

$$\left[\sum_{i=1}^{n} x_i' x_i / n\right]^{-1} \xrightarrow{p} E(x_i' x_i)^{-1}$$

Por TCL:

$$\frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{i=1}^{n} x_i' \varepsilon_i \xrightarrow{d} N(0, E[x_i' x_i \varepsilon_i^2])$$

Finalmente por Slutsky:

$$\sqrt{n}(\widehat{\beta} - \beta) \xrightarrow{d} N(0, E[x_i' x_i]^{-1} E[x_i' x_i \varepsilon_i^2] E[x_i' x_i]^{-1})$$

Demostración TCL

$$\frac{1}{\sqrt{n}}\sum_{i=1}^{n} x_i'\varepsilon_i = \sqrt{n}\sum_{i=1}^{n}\frac{x_i'\varepsilon_i}{n}$$

Si $\bar{z}_n = \sum_{i=1}^{n}\frac{x_i'\varepsilon_i}{n}$, se tiene que los supuestos del TCL serían:

$$E(x_i'\varepsilon_i) = 0$$

$$V(x_i'\varepsilon_i) = E(x_i'x_i\varepsilon_i^2)$$

$$\sqrt{n}(\bar{z}_n - 0) \xrightarrow{d} N(0, E(x_i'x_i\varepsilon_i^2))$$

$$\sqrt{n}\left(\sum_{i=1}^{n}\frac{x_i'\varepsilon_i}{n}\right) \xrightarrow{d} N(0, E(x_i'x_i\varepsilon_i^2))$$

Contenido

Referencias

- Referencia 1
- Referencia 2. *colocar alguna referencia*
- Referencia 3. *colocar alguna referencia*

2021-09-24

Capítulo 05

└─Referencia

└─Referencias

Referencias

- Referencia 1
- Referencia 2. *colocar alguna referencia*
- Referencia 3. *colocar alguna referencia*

- Agregar alguna nota

Econometría Básica

Capítulo 05: Asintótico

José Valderrama & Freddy Rojas
jtvalderrama@gmail.com & frojasca@gmail.com
Universidad Católica Santo Toribio de Mogrovejo

Septiembre de 2021