


ECONOMETRÍA BÁSICA

CAPÍTULO 03: MODELO DE REGRESIÓN LINEAL MÚLTIPLE-ESTIMACIÓN

José Valderrama & Freddy Rojas

jtvalderrama@gmail.com & frojasca@gmail.com 

Universidad Católica Santo Toribio de Mogrovejo

Septiembre de 2021

CONTENIDO

- 1 MOTIVACIÓN PARA LA REGRESIÓN MÚLTIPLE
 - El modelo con dos variables independientes
 - El modelo con k variables independientes
- 2 MECÁNICA E INTERPRETACIÓN DE MÍNIMOS CUADRADOS ORDINARIOS
 - Obtención de las estimaciones de MCO
 - Interpretación de la ecuación de regresión de MCO
 - Sobre el significado de "mantener otros factores fijos.^{en} regresión múltiple
 - Cambiar más de una variable independiente simultáneamente
 - Valores ajustados y residuales de MCO
 - Una interpretación "parcializada" de la regresión múltiple
 - Comparación de estimaciones de regresión simple y múltiple
 - Bondad de ajuste
 - Regresión por el origen
- 3 EL VALOR ESPERADO DE LOS ESTIMADORES DE MCO
 - Incluir variables irrelevantes en un modelo de regresión
 - Sesgo variable omitido: el caso simple
 - Sesgo variable omitido: casos más generales
- 4 LA VARIANZA DE LOS ESTIMADORES DE MCO

CONTENIDO

- 1 MOTIVACIÓN PARA LA REGRESIÓN MÚLTIPLE
 - El modelo con dos variables independientes
 - El modelo con k variables independientes
- 2 MECÁNICA E INTERPRETACIÓN DE MÍNIMOS CUADRADOS ORDINARIOS
 - Obtención de las estimaciones de MCO
 - Interpretación de la ecuación de regresión de MCO
 - Sobre el significado de "mantener otros factores fijos.^{en} regresión múltiple
 - Cambiar más de una variable independiente simultáneamente
 - Valores ajustados y residuales de MCO
 - Una interpretación "parcializada" de la regresión múltiple
 - Comparación de estimaciones de regresión simple y múltiple
 - Bondad de ajuste
 - Regresión por el origen
- 3 EL VALOR ESPERADO DE LOS ESTIMADORES DE MCO
 - Incluir variables irrelevantes en un modelo de regresión
 - Sesgo variable omitido: el caso simple
 - Sesgo variable omitido: casos más generales
- 4 LA VARIANZA DE LOS ESTIMADORES DE MCO

CONTENIDO

- 1 MOTIVACIÓN PARA LA REGRESIÓN MÚLTIPLE
 - El modelo con dos variables independientes
 - El modelo con k variables independientes
- 2 MECÁNICA E INTERPRETACIÓN DE MÍNIMOS CUADRADOS ORDINARIOS
 - Obtención de las estimaciones de MCO
 - Interpretación de la ecuación de regresión de MCO
 - Sobre el significado de "mantener otros factores fijos.^{en} regresión múltiple
 - Cambiar más de una variable independiente simultáneamente
 - Valores ajustados y residuales de MCO
 - Una interpretación "parcializada" de la regresión múltiple
 - Comparación de estimaciones de regresión simple y múltiple
 - Bondad de ajuste
 - Regresión por el origen
- 3 EL VALOR ESPERADO DE LOS ESTIMADORES DE MCO
 - Incluir variables irrelevantes en un modelo de regresión
 - Sesgo variable omitido: el caso simple
 - Sesgo variable omitido: casos más generales
- 4 LA VARIANZA DE LOS ESTIMADORES DE MCO

REGRESIÓN MÚLTIPLE

Tenemos el siguiente modelo (o PGD) con una constante y más de un regresor, en el caso de 2 regresores

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + u$$

el subíndice i va de $i = 1$ a $i = n$ (última observación). y es la variable dependiente; x_1 y x_2 son la variable independiente; β_0 es el intercepto, constante o coeficiente no asociado con variables; β_1 es la pendiente o coeficiente relacionado con x_1 , β_2 es la pendiente o coeficiente relacionado con x_2 y u es el término de error.

CONTENIDO

- 1 MOTIVACIÓN PARA LA REGRESIÓN MÚLTIPLE
 - El modelo con dos variables independientes
 - El modelo con k variables independientes
- 2 MECÁNICA E INTERPRETACIÓN DE MÍNIMOS CUADRADOS ORDINARIOS
 - Obtención de las estimaciones de MCO
 - Interpretación de la ecuación de regresión de MCO
 - Sobre el significado de "mantener otros factores fijos.^{en} regresión múltiple
 - Cambiar más de una variable independiente simultáneamente
 - Valores ajustados y residuales de MCO
 - Una interpretación "parcializada" de la regresión múltiple
 - Comparación de estimaciones de regresión simple y múltiple
 - Bondad de ajuste
 - Regresión por el origen
- 3 EL VALOR ESPERADO DE LOS ESTIMADORES DE MCO
 - Incluir variables irrelevantes en un modelo de regresión
 - Sesgo variable omitido: el caso simple
 - Sesgo variable omitido: casos más generales
- 4 LA VARIANZA DE LOS ESTIMADORES DE MCO

REGRESIÓN MÚLTIPLE

Es la generalización del modelo de regresión simple:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + u$$

Donde:

- β_0 es el intercepto.
- β_1 a β_k se suelen llamar pendientes.
- u es el término de error que se supone $E(u/x_1, x_2 \dots x_k) = 0$.
- El criterio de optimización es el mismo sólo que ahora se tienen $k + 1$ condiciones de primer orden.

CONTENIDO

- 1 MOTIVACIÓN PARA LA REGRESIÓN MÚLTIPLE
 - El modelo con dos variables independientes
 - El modelo con k variables independientes
- 2 MECÁNICA E INTERPRETACIÓN DE MÍNIMOS CUADRADOS ORDINARIOS
 - Obtención de las estimaciones de MCO
 - Interpretación de la ecuación de regresión de MCO
 - Sobre el significado de "mantener otros factores fijos.^{en} regresión múltiple
 - Cambiar más de una variable independiente simultáneamente
 - Valores ajustados y residuales de MCO
 - Una interpretación "parcializada" de la regresión múltiple
 - Comparación de estimaciones de regresión simple y múltiple
 - Bondad de ajuste
 - Regresión por el origen
- 3 EL VALOR ESPERADO DE LOS ESTIMADORES DE MCO
 - Incluir variables irrelevantes en un modelo de regresión
 - Sesgo variable omitido: el caso simple
 - Sesgo variable omitido: casos más generales
- 4 LA VARIANZA DE LOS ESTIMADORES DE MCO

CONTENIDO

- 1 MOTIVACIÓN PARA LA REGRESIÓN MÚLTIPLE
 - El modelo con dos variables independientes
 - El modelo con k variables independientes
- 2 MECÁNICA E INTERPRETACIÓN DE MÍNIMOS CUADRADOS ORDINARIOS
 - Obtención de las estimaciones de MCO
 - Interpretación de la ecuación de regresión de MCO
 - Sobre el significado de "mantener otros factores fijos.^{en} regresión múltiple
 - Cambiar más de una variable independiente simultáneamente
 - Valores ajustados y residuales de MCO
 - Una interpretación "parcializada" de la regresión múltiple
 - Comparación de estimaciones de regresión simple y múltiple
 - Bondad de ajuste
 - Regresión por el origen
- 3 EL VALOR ESPERADO DE LOS ESTIMADORES DE MCO
 - Incluir variables irrelevantes en un modelo de regresión
 - Sesgo variable omitido: el caso simple
 - Sesgo variable omitido: casos más generales
- 4 LA VARIANZA DE LOS ESTIMADORES DE MCO

ESTIMACIÓN (1)

Es la generalización del modelo de regresión simple:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + u$$

Donde:

- $y = X\hat{\beta} + e$
- $\sum e_i^2 = e'e$
- El criterio de optimización es el mismo sólo que ahora se tienen $k + 1$ condiciones de primer orden:
 - $\sum e_i = e'1 = 0$
 - $\sum e_i x_{1i} = e'x_1 = 0$
 - $\sum e_i x_{2i} = e'x_2 = 0$, etc

ESTIMACIÓN (2)

Las $k + 1$ ecuaciones pueden expresarse matricialmente de la siguiente forma:

$$e'X = [0, 0, \dots, 0]$$

$$X'e = [0, 0, \dots, 0]'$$

$$X'(y - X\hat{\beta}) = [0, 0, \dots, 0]'$$

$$\hat{\beta} = (X'X)^{-1}X'y$$

ESTIMACIÓN (3)

Alternativamente, cómo el objetivo es minimizar $\sum e_i^2 = e'e =$

$$\begin{aligned}(y - X\beta)'(y - X\beta) &= y'y - y'X\beta - \beta'X'y + \beta'X'X\beta \\ &= y'y - 2y'X\beta + \beta'X'X\beta\end{aligned}$$

Condiciones de optimización:

$$\text{CPO: } \frac{\partial e'e}{\partial \beta} = 0 - 2X'y + 2X'X\hat{\beta} = 0$$

$$\text{CSO: } \frac{\partial^2 e'e}{\partial \beta^2} = 2X'X, \text{ (Definida positiva)}$$

CONTENIDO

- 1 MOTIVACIÓN PARA LA REGRESIÓN MÚLTIPLE
 - El modelo con dos variables independientes
 - El modelo con k variables independientes
- 2 MECÁNICA E INTERPRETACIÓN DE MÍNIMOS CUADRADOS ORDINARIOS
 - Obtención de las estimaciones de MCO
 - Interpretación de la ecuación de regresión de MCO
 - Sobre el significado de "mantener otros factores fijos.^{en} regresión múltiple
 - Cambiar más de una variable independiente simultáneamente
 - Valores ajustados y residuales de MCO
 - Una interpretación "parcializada" de la regresión múltiple
 - Comparación de estimaciones de regresión simple y múltiple
 - Bondad de ajuste
 - Regresión por el origen
- 3 EL VALOR ESPERADO DE LOS ESTIMADORES DE MCO
 - Incluir variables irrelevantes en un modelo de regresión
 - Sesgo variable omitido: el caso simple
 - Sesgo variable omitido: casos más generales
- 4 LA VARIANZA DE LOS ESTIMADORES DE MCO

INTERPRETACIÓN

- $\hat{y} = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \hat{\beta}_2 x_2 + \dots + \hat{\beta}_k x_k$

Tomando el operador diferencial:

- $\Delta \hat{y} = \hat{\beta}_1 \Delta x_1 + \hat{\beta}_2 \Delta x_2 + \dots + \hat{\beta}_k \Delta x_k$

Así, manteniendo fijos x_2, \dots, x_k , entonces

- $\Delta \hat{y} = \hat{\beta}_1 \Delta x_1$

Interpretar

- 1 $\ln(y) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \ln(x_1)$

- 2 $\ln(y) = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1$

- 3 $y = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 \ln(x_1)$

CONTENIDO

- 1 MOTIVACIÓN PARA LA REGRESIÓN MÚLTIPLE
 - El modelo con dos variables independientes
 - El modelo con k variables independientes
- 2 MECÁNICA E INTERPRETACIÓN DE MÍNIMOS CUADRADOS ORDINARIOS
 - Obtención de las estimaciones de MCO
 - Interpretación de la ecuación de regresión de MCO
 - Sobre el significado de "mantener otros factores fijos.^{en} regresión múltiple
 - Cambiar más de una variable independiente simultáneamente
 - Valores ajustados y residuales de MCO
 - Una interpretación "parcializada" de la regresión múltiple
 - Comparación de estimaciones de regresión simple y múltiple
 - Bondad de ajuste
 - Regresión por el origen
- 3 EL VALOR ESPERADO DE LOS ESTIMADORES DE MCO
 - Incluir variables irrelevantes en un modelo de regresión
 - Sesgo variable omitido: el caso simple
 - Sesgo variable omitido: casos más generales
- 4 LA VARIANZA DE LOS ESTIMADORES DE MCO

CONTENIDO

- 1 MOTIVACIÓN PARA LA REGRESIÓN MÚLTIPLE
 - El modelo con dos variables independientes
 - El modelo con k variables independientes
- 2 MECÁNICA E INTERPRETACIÓN DE MÍNIMOS CUADRADOS ORDINARIOS
 - Obtención de las estimaciones de MCO
 - Interpretación de la ecuación de regresión de MCO
 - Sobre el significado de "mantener otros factores fijos.^{en} regresión múltiple
 - Cambiar más de una variable independiente simultáneamente
 - Valores ajustados y residuales de MCO
 - Una interpretación "parcializada" de la regresión múltiple
 - Comparación de estimaciones de regresión simple y múltiple
 - Bondad de ajuste
 - Regresión por el origen
- 3 EL VALOR ESPERADO DE LOS ESTIMADORES DE MCO
 - Incluir variables irrelevantes en un modelo de regresión
 - Sesgo variable omitido: el caso simple
 - Sesgo variable omitido: casos más generales
- 4 LA VARIANZA DE LOS ESTIMADORES DE MCO

CONTENIDO

- 1 MOTIVACIÓN PARA LA REGRESIÓN MÚLTIPLE
 - El modelo con dos variables independientes
 - El modelo con k variables independientes
- 2 MECÁNICA E INTERPRETACIÓN DE MÍNIMOS CUADRADOS ORDINARIOS
 - Obtención de las estimaciones de MCO
 - Interpretación de la ecuación de regresión de MCO
 - Sobre el significado de "mantener otros factores fijos.^{en} regresión múltiple
 - Cambiar más de una variable independiente simultáneamente
 - **Valores ajustados y residuales de MCO**
 - Una interpretación "parcializada" de la regresión múltiple
 - Comparación de estimaciones de regresión simple y múltiple
 - Bondad de ajuste
 - Regresión por el origen
- 3 EL VALOR ESPERADO DE LOS ESTIMADORES DE MCO
 - Incluir variables irrelevantes en un modelo de regresión
 - Sesgo variable omitido: el caso simple
 - Sesgo variable omitido: casos más generales
- 4 LA VARIANZA DE LOS ESTIMADORES DE MCO

VALOR AJUSTADO O PREDICHO

La línea de regresión poblacional es la relación que se mantiene entre y y x en promedio en la población.

$$E(y|x_1, x_2) = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2$$

Los valores predichos \hat{y} y residuales \hat{u} por MCO son

$$\begin{aligned}\hat{u} &= y - \hat{y} \\ &\equiv y - (\hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \hat{\beta}_2 x_2)\end{aligned}$$

CONTENIDO

- 1 MOTIVACIÓN PARA LA REGRESIÓN MÚLTIPLE
 - El modelo con dos variables independientes
 - El modelo con k variables independientes
- 2 MECÁNICA E INTERPRETACIÓN DE MÍNIMOS CUADRADOS ORDINARIOS
 - Obtención de las estimaciones de MCO
 - Interpretación de la ecuación de regresión de MCO
 - Sobre el significado de "mantener otros factores fijos.^{en} regresión múltiple
 - Cambiar más de una variable independiente simultáneamente
 - Valores ajustados y residuales de MCO
 - Una interpretación "parcializada" de la regresión múltiple
 - Comparación de estimaciones de regresión simple y múltiple
 - Bondad de ajuste
 - Regresión por el origen
- 3 EL VALOR ESPERADO DE LOS ESTIMADORES DE MCO
 - Incluir variables irrelevantes en un modelo de regresión
 - Sesgo variable omitido: el caso simple
 - Sesgo variable omitido: casos más generales
- 4 LA VARIANZA DE LOS ESTIMADORES DE MCO

RECORDANDO

❶ Si $y = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \hat{u} = \hat{y} + \hat{u}$

- CPO:

- $\sum \hat{u} = 0$

- $\sum \hat{u} x_1 = 0$

❷ Dos ecuaciones, dos incógnitas. Resolviendo (Probar):

❸
$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})y_i}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

GENERALIZANDO

1 Si $y = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_1 + \hat{\beta}_2 x_2 + \hat{v} = \hat{y} + \hat{v}$

$$\sum \hat{v} = 0 \quad (1)$$

$$\sum \hat{v} x_1 = 0 \quad (2)$$

$$\sum \hat{v} x_2 = 0 \quad (3)$$

2 Imagina que:

$$x_1 = \gamma_0 + \gamma_1 x_2 + \hat{e} = \hat{x}_1 + \hat{e} \quad (4)$$

entonces CPO:

- $\sum \hat{e} = 0$
- $\sum \hat{e} x_2 = 0$

ESTIMACIÓN

De (2):

$$\sum \hat{v}x_1 = 0 \quad (5)$$

$$\sum \hat{v}(\gamma_0 + \gamma_1x_2 + \hat{e}) = 0 \quad (6)$$

$$\sum \hat{v}\hat{e} = 0 \quad (7)$$

$$\sum (y - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1x_1 - \hat{\beta}_2x_2)\hat{e} = 0 \quad (8)$$

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum y\hat{e}}{\sum \hat{e}^2} \quad (9)$$

CONTENIDO

- 1 MOTIVACIÓN PARA LA REGRESIÓN MÚLTIPLE
 - El modelo con dos variables independientes
 - El modelo con k variables independientes
- 2 MECÁNICA E INTERPRETACIÓN DE MÍNIMOS CUADRADOS ORDINARIOS
 - Obtención de las estimaciones de MCO
 - Interpretación de la ecuación de regresión de MCO
 - Sobre el significado de "mantener otros factores fijos.^{en} regresión múltiple
 - Cambiar más de una variable independiente simultáneamente
 - Valores ajustados y residuales de MCO
 - Una interpretación "parcializada" de la regresión múltiple
 - Comparación de estimaciones de regresión simple y múltiple
 - Bondad de ajuste
 - Regresión por el origen
- 3 EL VALOR ESPERADO DE LOS ESTIMADORES DE MCO
 - Incluir variables irrelevantes en un modelo de regresión
 - Sesgo variable omitido: el caso simple
 - Sesgo variable omitido: casos más generales
- 4 LA VARIANZA DE LOS ESTIMADORES DE MCO

CONDICIONES DE PRIMER ORDEN

$y_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 x_i + e_i$, resultado de minimizar la función $\sum e_i^2$ se tiene que las CPO son:

$$\frac{\partial \sum e_i^2}{\partial \hat{\beta}_0} = \sum (y_i - \beta_0 - \hat{\beta}_1 x_i)(-1) = 0$$

$$\frac{\partial \sum e_i^2}{\partial \hat{\beta}_1} = \sum (y_i - \hat{\beta}_0 - \beta_1 x_i)(-x_i) = 0$$

$(y - X\beta)'(y - X\beta) = y'y - y'X\beta - \beta'x'y + \beta'X'X\beta = y'y - 2y'X\beta + \beta'X'X\beta$ Condiciones de optimización :

CPO: $\frac{\partial e'e}{\partial \hat{\beta}} = 0 - 2X'y + 2X'X\hat{\beta} = 0$

CSO: $\frac{\partial^2 e'e}{\partial \hat{\beta}^2} = 2X'X$, (Definida positiva)

CONTENIDO

- 1 MOTIVACIÓN PARA LA REGRESIÓN MÚLTIPLE
 - El modelo con dos variables independientes
 - El modelo con k variables independientes
- 2 MECÁNICA E INTERPRETACIÓN DE MÍNIMOS CUADRADOS ORDINARIOS
 - Obtención de las estimaciones de MCO
 - Interpretación de la ecuación de regresión de MCO
 - Sobre el significado de "mantener otros factores fijos.^{en} regresión múltiple
 - Cambiar más de una variable independiente simultáneamente
 - Valores ajustados y residuales de MCO
 - Una interpretación "parcializada" de la regresión múltiple
 - Comparación de estimaciones de regresión simple y múltiple
 - Bondad de ajuste
 - Regresión por el origen
- 3 EL VALOR ESPERADO DE LOS ESTIMADORES DE MCO
 - Incluir variables irrelevantes en un modelo de regresión
 - Sesgo variable omitido: el caso simple
 - Sesgo variable omitido: casos más generales
- 4 LA VARIANZA DE LOS ESTIMADORES DE MCO

UN PASO MÁS

$$Var(\beta_1|x) = Var\left(\frac{\sum y\hat{e}}{\sum \hat{e}^2}|x\right) \quad (10)$$

$$= \frac{\sum \hat{e}^2 Var(y|x)}{(\sum \hat{e}^2)^2} \quad (11)$$

$$= \frac{\sigma^2}{\sum \hat{e}^2} \quad (12)$$

De la ecuación (4) se podría calcular el R cuadrado:

$R_1^2 = 1 - SCR_1/SCT_1 = 1 - \sum \hat{e}^2 / \sum (x_1 - \bar{x})^2$; entonces

$\sum \hat{e}^2 = (1 - R_1^2) \sum (x_1 - \bar{x})^2$, entonces:

$$= \frac{\sigma^2}{SCT_1(1 - R_1^2)} \quad (13)$$

EJEMPLO

Por favor, usando STATA ,descargue el conjunto de datos de crecimiento del sitio web de recursos de SW y realice una regresión basada en el siguiente modelo

$$\begin{aligned} Growth_i = & \beta_0 + \beta_1 TradeShare_i + \beta_2 YearSchool_i \\ & + \beta_3 rev_coups_i + \beta_4 Assassinations_i \\ & + \beta_5 rgdp60_i \end{aligned}$$

La líneas de código son

STATA CODE

```
use "http://wps.aw.com/wps/media/objects/11422/11696965/empirical/empex_tb/Growth.dta", clear

browse

describe

reg growth tradeShare yearsSchool rev_coups assassinations rgdp60
```

CONTENIDO

- 1 MOTIVACIÓN PARA LA REGRESIÓN MÚLTIPLE
 - El modelo con dos variables independientes
 - El modelo con k variables independientes
- 2 MECÁNICA E INTERPRETACIÓN DE MÍNIMOS CUADRADOS ORDINARIOS
 - Obtención de las estimaciones de MCO
 - Interpretación de la ecuación de regresión de MCO
 - Sobre el significado de "mantener otros factores fijos.^{en} regresión múltiple
 - Cambiar más de una variable independiente simultáneamente
 - Valores ajustados y residuales de MCO
 - Una interpretación "parcializada" de la regresión múltiple
 - Comparación de estimaciones de regresión simple y múltiple
 - Bondad de ajuste
 - Regresión por el origen
- 3 EL VALOR ESPERADO DE LOS ESTIMADORES DE MCO
 - Incluir variables irrelevantes en un modelo de regresión
 - Sesgo variable omitido: el caso simple
 - Sesgo variable omitido: casos más generales
- 4 LA VARIANZA DE LOS ESTIMADORES DE MCO

CONTENIDO

- 1 MOTIVACIÓN PARA LA REGRESIÓN MÚLTIPLE
 - El modelo con dos variables independientes
 - El modelo con k variables independientes
- 2 MECÁNICA E INTERPRETACIÓN DE MÍNIMOS CUADRADOS ORDINARIOS
 - Obtención de las estimaciones de MCO
 - Interpretación de la ecuación de regresión de MCO
 - Sobre el significado de "mantener otros factores fijos.^{en} regresión múltiple
 - Cambiar más de una variable independiente simultáneamente
 - Valores ajustados y residuales de MCO
 - Una interpretación "parcializada" de la regresión múltiple
 - Comparación de estimaciones de regresión simple y múltiple
 - Bondad de ajuste
 - Regresión por el origen
- 3 EL VALOR ESPERADO DE LOS ESTIMADORES DE MCO
 - Incluir variables irrelevantes en un modelo de regresión
 - Sesgo variable omitido: el caso simple
 - Sesgo variable omitido: casos más generales
- 4 LA VARIANZA DE LOS ESTIMADORES DE MCO

SUPUESTOS

SUPOSICIÓN RLM1 Lineal en los parámetros:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_k x_k + u$$

SUPOSICIÓN RLM2 Muestreo aleatorio: La muestra de n observaciones es escogida al azar de la población

SUPOSICIÓN RLM3 Media condicionada cero: $E(u/x_1, x_2, \dots, x_k) = 0$

SUPOSICIÓN RLM4 Colinealidad imperfecta: No hay relaciones exactas entre las variables independientes

CONTENIDO

- 1 MOTIVACIÓN PARA LA REGRESIÓN MÚLTIPLE
 - El modelo con dos variables independientes
 - El modelo con k variables independientes
- 2 MECÁNICA E INTERPRETACIÓN DE MÍNIMOS CUADRADOS ORDINARIOS
 - Obtención de las estimaciones de MCO
 - Interpretación de la ecuación de regresión de MCO
 - Sobre el significado de "mantener otros factores fijos.^{en} regresión múltiple
 - Cambiar más de una variable independiente simultáneamente
 - Valores ajustados y residuales de MCO
 - Una interpretación "parcializada" de la regresión múltiple
 - Comparación de estimaciones de regresión simple y múltiple
 - Bondad de ajuste
 - Regresión por el origen
- 3 EL VALOR ESPERADO DE LOS ESTIMADORES DE MCO
 - Incluir variables irrelevantes en un modelo de regresión
 - Sesgo variable omitido: el caso simple
 - Sesgo variable omitido: casos más generales
- 4 LA VARIANZA DE LOS ESTIMADORES DE MCO

CONTENIDO

- 1 MOTIVACIÓN PARA LA REGRESIÓN MÚLTIPLE
 - El modelo con dos variables independientes
 - El modelo con k variables independientes
- 2 MECÁNICA E INTERPRETACIÓN DE MÍNIMOS CUADRADOS ORDINARIOS
 - Obtención de las estimaciones de MCO
 - Interpretación de la ecuación de regresión de MCO
 - Sobre el significado de "mantener otros factores fijos.^{en} regresión múltiple
 - Cambiar más de una variable independiente simultáneamente
 - Valores ajustados y residuales de MCO
 - Una interpretación "parcializada" de la regresión múltiple
 - Comparación de estimaciones de regresión simple y múltiple
 - Bondad de ajuste
 - Regresión por el origen
- 3 EL VALOR ESPERADO DE LOS ESTIMADORES DE MCO
 - Incluir variables irrelevantes en un modelo de regresión
 - Sesgo variable omitido: el caso simple
 - Sesgo variable omitido: casos más generales
- 4 LA VARIANZA DE LOS ESTIMADORES DE MCO

CONTENIDO

- 1 MOTIVACIÓN PARA LA REGRESIÓN MÚLTIPLE
 - El modelo con dos variables independientes
 - El modelo con k variables independientes
- 2 MECÁNICA E INTERPRETACIÓN DE MÍNIMOS CUADRADOS ORDINARIOS
 - Obtención de las estimaciones de MCO
 - Interpretación de la ecuación de regresión de MCO
 - Sobre el significado de "mantener otros factores fijos.^{en} regresión múltiple
 - Cambiar más de una variable independiente simultáneamente
 - Valores ajustados y residuales de MCO
 - Una interpretación "parcializada" de la regresión múltiple
 - Comparación de estimaciones de regresión simple y múltiple
 - Bondad de ajuste
 - Regresión por el origen
- 3 EL VALOR ESPERADO DE LOS ESTIMADORES DE MCO
 - Incluir variables irrelevantes en un modelo de regresión
 - Sesgo variable omitido: el caso simple
 - Sesgo variable omitido: casos más generales
- 4 LA VARIANZA DE LOS ESTIMADORES DE MCO

CONTENIDO

- 1 MOTIVACIÓN PARA LA REGRESIÓN MÚLTIPLE
 - El modelo con dos variables independientes
 - El modelo con k variables independientes
- 2 MECÁNICA E INTERPRETACIÓN DE MÍNIMOS CUADRADOS ORDINARIOS
 - Obtención de las estimaciones de MCO
 - Interpretación de la ecuación de regresión de MCO
 - Sobre el significado de "mantener otros factores fijos.^{en} regresión múltiple
 - Cambiar más de una variable independiente simultáneamente
 - Valores ajustados y residuales de MCO
 - Una interpretación "parcializada" de la regresión múltiple
 - Comparación de estimaciones de regresión simple y múltiple
 - Bondad de ajuste
 - Regresión por el origen
- 3 EL VALOR ESPERADO DE LOS ESTIMADORES DE MCO
 - Incluir variables irrelevantes en un modelo de regresión
 - Sesgo variable omitido: el caso simple
 - Sesgo variable omitido: casos más generales
- 4 LA VARIANZA DE LOS ESTIMADORES DE MCO

VARIANZA DE LOS ESTIMADORES

- **Suposición RLM5** Homocedasticidad: $Var(u/x_1, x_2, \dots, x_k) = \sigma^2 \Leftrightarrow Var(y/x) = \sigma^2$
- Los cinco supuestos hasta ahora mencionados son conocidos como los supuestos de **Gauss-Markov**
- $Var(\hat{\beta}_j) = \frac{\sigma^2}{SC_j(1-R_j^2)}$, donde
- $SC_j = \sum (x_{ij} - \bar{x}_j)$ y R_j^2 es el R^2 de regresionar x_j sobre todos los otros x'_i s

VARIANZA DE LOS ESTIMADORES

- Sin embargo, no conocemos σ^2 porque no observamos los errores poblacionales u_i
- Lo que se conoce son los residuos o errores muestrales de la estimación \hat{u}_i
- Entonces el σ^2 se estima a partir de los errores:

$$\hat{\sigma}^2 = \sum(\hat{u}_i^2)/(n - k - 1) = SRC/GL$$
- GL (Grados de libertad) es el número de observaciones menos el número de parámetros estimados (constante más k pendientes)

CONTENIDO

- 1 MOTIVACIÓN PARA LA REGRESIÓN MÚLTIPLE
 - El modelo con dos variables independientes
 - El modelo con k variables independientes
- 2 MECÁNICA E INTERPRETACIÓN DE MÍNIMOS CUADRADOS ORDINARIOS
 - Obtención de las estimaciones de MCO
 - Interpretación de la ecuación de regresión de MCO
 - Sobre el significado de "mantener otros factores fijos.^{en} regresión múltiple
 - Cambiar más de una variable independiente simultáneamente
 - Valores ajustados y residuales de MCO
 - Una interpretación "parcializada" de la regresión múltiple
 - Comparación de estimaciones de regresión simple y múltiple
 - Bondad de ajuste
 - Regresión por el origen
- 3 EL VALOR ESPERADO DE LOS ESTIMADORES DE MCO
 - Incluir variables irrelevantes en un modelo de regresión
 - Sesgo variable omitido: el caso simple
 - Sesgo variable omitido: casos más generales
- 4 LA VARIANZA DE LOS ESTIMADORES DE MCO

CONTENIDO

- 1 MOTIVACIÓN PARA LA REGRESIÓN MÚLTIPLE
 - El modelo con dos variables independientes
 - El modelo con k variables independientes
- 2 MECÁNICA E INTERPRETACIÓN DE MÍNIMOS CUADRADOS ORDINARIOS
 - Obtención de las estimaciones de MCO
 - Interpretación de la ecuación de regresión de MCO
 - Sobre el significado de "mantener otros factores fijos.^{en} regresión múltiple
 - Cambiar más de una variable independiente simultáneamente
 - Valores ajustados y residuales de MCO
 - Una interpretación "parcializada" de la regresión múltiple
 - Comparación de estimaciones de regresión simple y múltiple
 - Bondad de ajuste
 - Regresión por el origen
- 3 EL VALOR ESPERADO DE LOS ESTIMADORES DE MCO
 - Incluir variables irrelevantes en un modelo de regresión
 - Sesgo variable omitido: el caso simple
 - Sesgo variable omitido: casos más generales
- 4 LA VARIANZA DE LOS ESTIMADORES DE MCO

CONTENIDO

- 1 MOTIVACIÓN PARA LA REGRESIÓN MÚLTIPLE
 - El modelo con dos variables independientes
 - El modelo con k variables independientes
- 2 MECÁNICA E INTERPRETACIÓN DE MÍNIMOS CUADRADOS ORDINARIOS
 - Obtención de las estimaciones de MCO
 - Interpretación de la ecuación de regresión de MCO
 - Sobre el significado de "mantener otros factores fijos.^{en} regresión múltiple
 - Cambiar más de una variable independiente simultáneamente
 - Valores ajustados y residuales de MCO
 - Una interpretación "parcializada" de la regresión múltiple
 - Comparación de estimaciones de regresión simple y múltiple
 - Bondad de ajuste
 - Regresión por el origen
- 3 EL VALOR ESPERADO DE LOS ESTIMADORES DE MCO
 - Incluir variables irrelevantes en un modelo de regresión
 - Sesgo variable omitido: el caso simple
 - Sesgo variable omitido: casos más generales
- 4 LA VARIANZA DE LOS ESTIMADORES DE MCO

CONTENIDO

- 1 MOTIVACIÓN PARA LA REGRESIÓN MÚLTIPLE
 - El modelo con dos variables independientes
 - El modelo con k variables independientes
- 2 MECÁNICA E INTERPRETACIÓN DE MÍNIMOS CUADRADOS ORDINARIOS
 - Obtención de las estimaciones de MCO
 - Interpretación de la ecuación de regresión de MCO
 - Sobre el significado de "mantener otros factores fijos.^{en} regresión múltiple
 - Cambiar más de una variable independiente simultáneamente
 - Valores ajustados y residuales de MCO
 - Una interpretación "parcializada" de la regresión múltiple
 - Comparación de estimaciones de regresión simple y múltiple
 - Bondad de ajuste
 - Regresión por el origen
- 3 EL VALOR ESPERADO DE LOS ESTIMADORES DE MCO
 - Incluir variables irrelevantes en un modelo de regresión
 - Sesgo variable omitido: el caso simple
 - Sesgo variable omitido: casos más generales
- 4 LA VARIANZA DE LOS ESTIMADORES DE MCO

TEOREMA DE GAUSS-MARKOV

Dados los cinco supuestos de Gauss-Markov se puede mostrar que la estimación por MCO es MELI:

- Mejor
- Estimador
- Linealmente
- Insesgado

CONTENIDO

- 1 MOTIVACIÓN PARA LA REGRESIÓN MÚLTIPLE
 - El modelo con dos variables independientes
 - El modelo con k variables independientes
- 2 MECÁNICA E INTERPRETACIÓN DE MÍNIMOS CUADRADOS ORDINARIOS
 - Obtención de las estimaciones de MCO
 - Interpretación de la ecuación de regresión de MCO
 - Sobre el significado de "mantener otros factores fijos.^{en} regresión múltiple
 - Cambiar más de una variable independiente simultáneamente
 - Valores ajustados y residuales de MCO
 - Una interpretación "parcializada" de la regresión múltiple
 - Comparación de estimaciones de regresión simple y múltiple
 - Bondad de ajuste
 - Regresión por el origen
- 3 EL VALOR ESPERADO DE LOS ESTIMADORES DE MCO
 - Incluir variables irrelevantes en un modelo de regresión
 - Sesgo variable omitido: el caso simple
 - Sesgo variable omitido: casos más generales
- 4 LA VARIANZA DE LOS ESTIMADORES DE MCO

CONTENIDO

- 1 MOTIVACIÓN PARA LA REGRESIÓN MÚLTIPLE
 - El modelo con dos variables independientes
 - El modelo con k variables independientes
- 2 MECÁNICA E INTERPRETACIÓN DE MÍNIMOS CUADRADOS ORDINARIOS
 - Obtención de las estimaciones de MCO
 - Interpretación de la ecuación de regresión de MCO
 - Sobre el significado de "mantener otros factores fijos.^{en} regresión múltiple
 - Cambiar más de una variable independiente simultáneamente
 - Valores ajustados y residuales de MCO
 - Una interpretación "parcializada" de la regresión múltiple
 - Comparación de estimaciones de regresión simple y múltiple
 - Bondad de ajuste
 - Regresión por el origen
- 3 EL VALOR ESPERADO DE LOS ESTIMADORES DE MCO
 - Incluir variables irrelevantes en un modelo de regresión
 - Sesgo variable omitido: el caso simple
 - Sesgo variable omitido: casos más generales
- 4 LA VARIANZA DE LOS ESTIMADORES DE MCO

REFERENCIAS



Referencia 1



Referencia 2. *colocar alguna referencia*



Referencia 3. *colocar alguna referencia*

Capítulo 03

Referencias

Referencias

REFERENCIAS

 Referencia 1


 Referencia 2. *colocar alguna referencia*

 Referencia 3. *colocar alguna referencia*

- Agregar alguna nota

ECONOMETRÍA BÁSICA

CAPÍTULO 03: MODELO DE REGRESIÓN LINEAL MÚLTIPLE-ESTIMACIÓN

José Valderrama & Freddy Rojas
jtvalderrama@gmail.com & frojasca@gmail.com 
Universidad Católica Santo Toribio de Mogrovejo

Septiembre de 2021