Teoría Microeconómica II
Tema 8: Riesgo moral

José A. Valderrama
jvalder@ulima.edu.pe

Universidad de Lima - Carrera de Economía

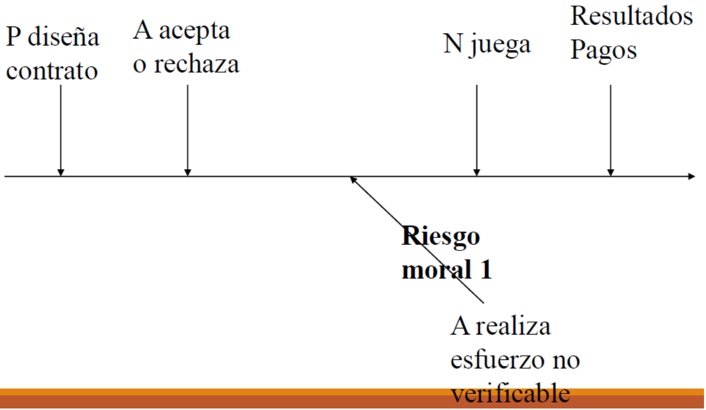
31 de octubre de 2021

Contenido

Contenido

Desarrollo temporal del riesgo moral

Desarrollo temporal del riesgo moral



Ejemplo

Una empresa de catering contrata un cocinero para el diseño y realización de menús de alta calidad. El propietario de la empresa es neutral ante el riesgo. La función de utilidad del cocinero es

$$U(w, e) = \sqrt{w} - v(e)$$

Si el cocinero realiza un trabajo de alta calidad, $v = 36$ y si realiza un trabajo rutinario $v = 16$. La utilidad de reserva del cocinero es 114. Si el cocinero realiza un trabajo de alta calidad, la probabilidad de éxito es $2/3$ mientras que si realiza un trabajo rutinario la probabilidad de éxito disminuye a $1/3$.
El éxito implica unos beneficios de 60 000 para la empresa mientras que el fracaso implica un nivel de beneficios de 30 000.

Ejemplo

A) Suponiendo que el esfuerzo es observable por parte de la empresa, hallar el contrato óptimo.

B) Si la empresa no puede observar el esfuerzo del trabajador, ¿le conviene a la empresa aplicar la solución a) para que el trabajo sea de calidad alta?

Con Riesgo Moral

- Si el principal neutral al riesgo ofrece al agente un contrato basado en un pago fijo, el agente decidirá realizar un esfuerzo mínimo
- El principal elegirá aquel contrato que remunere al agente exactamente por el esfuerzo que va a realizar
- El pago del agente no puede depender del esfuerzo realizado, sino del resultado obtenido (observado por el principal).

Con Riesgo Moral

Si el principal quiere inducir el esfuerzo alto:

- Tiene que dar al agente incentivos a esforzarse.
- El agente tiene que estar mejor cuando su esfuerzo es alto que cuando su esfuerzo es bajo

Si el principal quiere inducir el esfuerzo bajo:

- no es necesario poner ningún tipo de incentivo para inducir el esfuerzo bajo.
- El contrato que el principal ofrece al agente es el mismo que cuando el esfuerzo es observable: se ofrece siempre el salario de reserva para el esfuerzo bajo.

Programa de Riesgo Moral

Con información asimétrica , el principal debe estudiar qu é esfuerzo desea incorporar el agente, pero no puede introducirlo en los términos del contrato.

Dado que el agente decide en la última etapa cuánto esfuerzo realiza, si el principal desea cierto nivel de esfuerzo del agente, debe darle incentivos (=pagar según los resultados obtenidos.

Programa de Riesgo Moral

Si e principal desea un esfuerzo e, se debe satisfacer:

$$e \in \arg \mathrm{Max} \left\{ \sum p_i(\hat{e}) u \left[w\left(x_i \right) \right] - v\left(\hat{e} \right) \right\}$$

Esta condición (restricción de incentivos) refleja el hecho que una vez aceptado el contrato y dado que el esfuerzo no es verificable, el agente elige el esfuerzo que maximiza su función objetivo.

Programa de Riesgo Moral

Luego de conocer el contrato, el agente decide si lo acepta o no.

Igual que con información simétrica, esto se presenta por la restricción de participación:

$$\sum p_i(e)u\left[w\left(x_i\right)\right] - v\left(e\right) \geq \underline{U}$$

Programa de Riesgo Moral

Por tanto, el problema (o programa) del principal es de la forma:

$$
\begin{aligned}
\text{Max} \quad & \sum_{1}^{n} p_i(e) B\left[x_i - w\left(x_i\right)\right] \\
\text{s.a:} \quad & \sum p_i(e) u\left[w\left(x_i\right)\right] - v\left(e\right) \geq \underline{U} \\
& e \in \arg\text{Max} \sum p_i(\hat{e}) u\left[w\left(x_i\right)\right] - v\left(\hat{e}\right)
\end{aligned}
$$

Programa de Riesgo Moral

Es decir:

- el contrato debe ofrecer una utilidad mayor que la utilidad de reserva (restricción de participación, o de racionalidad individual).
- el contrato debe ofrecer una utilidad más alta para el esfuerzo más alto (restricción de incentivos).
- para que el contrato que induce el esfuerzo más alto sea óptimo, el principal debe de obtener más beneficio que cuando induce el esfuerzo bajo (restricción adicional.

Contrato Óptimo Compatible con los Incentivos que induce el esfuerzo alto.

Deben cumplirse las siguientes restricciones:

- **Restricción de participación**: : el agente tienen que obtener una utilidad superior a su utilidad de reserva, si no, no aceptará el contrato.
- **Restricción de incentivos**: : el agente tiene que tener incentivos a realizar el nivel de esfuerzo e que se intenta inducir con el contrato.
- **Restricción Adicional**: : el principal debe de obtener más beneficio induciendo el esfuerzo alto que induciendo el esfuerzo bajo.

Modelo sencillo: agente que elige entre dos esfuerzos

Caso más sencillo : el agente sólo tiene la posibilidad de escoger entre dos niveles de esfuerzo:

- Nivel e^H = situación en la que el agente trabaja
- Nivel e^L = el esfuerzo es bajo

Supuestos:

1. El esfuerzo puede tomar únicamente dos valores:
   - Por tanto:

$$e \in \left\{e^H, e^L\right\}$$

$$v\left(e^H\right) > v\left(e^L\right)$$

2. El principal es neutral. Concretamente:

$$B\left(x - w\right) = x - w$$

3. El conjunto de resultados se ordena de peor a mejor:

$$x_1 < x_2 < \ldots < x_n$$

Supuestos:

4. Como el resultado no depende sólo del esfuerzo del agente, sino que tiene un componente aleatorio, el resultado es a su vez una variable aleatoria:

$$p_i^H = p_i\left(e^H\right) = p\left(x = x_i \mid e^H\right); \sum p_i^H = 1$$
$$p_i^L = p_i\left(e^L\right) = p\left(x = x_i \mid e^L\right); \sum p_i^L = 1$$

4. Para todo resultado, las probabilidades de que se obtengan dichos resultados cuando el esfuerzo es alto (o bajo) son mayores que cero:

$$0 < p_i < 1, \forall i$$

Supuestos:

6. Dominancia estocástica de primer orden: es más fácil obtener resultados malos cuando se trabajo poco que cuando se trabaja duro.
   Por tanto, si eliminamos el mejor resultado:

$$\sum_{i=1}^{k} p_i\left(e^H\right) < \sum_{i=1}^{k} p_i\left(e^L\right), \forall k = 1, \ldots, n-1$$

Contrato óptimo si el principal desea esfuerzo bajo

En este caso no existirá el problema de riesgo moral, ya que bastará con hacer un pago fijo.

$$w^L = u^{-1}\left[\overline{U} + v\left(e^L\right)\right]$$

El agente escogerá el esfuerzo bajo, ya que es el que maximiza su utilidad.

$$u\left(w^L\right) - v\left(e^L\right) > u\left(w^L\right) - v\left(e^H\right)$$

Contrato óptimo si el principal desea esfuerzo alto

Para conseguir que el principal realice el esfuerzo alto, el esquema salarial debe cumplir la siguiente condición (restricción de incentivos):

$$\sum p_i^H u\left[w(x_i)\right] - v\left(e^H\right) \geq \sum p_i^L u\left[w\left(x_i\right)\right] - v\left(e^L\right)$$

$$\sum \left(p_i^H - p_i^L\right) u\left[w\left(x_i\right)\right] \geq v\left(e^H\right) - v\left(e^L\right)$$

El agente elige el esfuerzo e^H, si la esperanza de ganancia asociada a este esfuerzo es superior al costo que implica realizarlo.
El esquema salarial debe lograr que el agente tenga interés en lograr el esfuerzo alto e^H.

Contrato óptimo si el principal desea esfuerzo alto

Por lo tanto: para determinar el esquema salarial que consigue inducir en el agente el esfuerzo alto y proporciona máximos beneficios al principal, éste deberá resolver el siguiente problema:

$$\text{Max} \quad \sum_{1}^{n} p_i^H \left[x_i - w\left(x_i\right)\right]$$

$$\text{s.a:} \quad \sum p_i^H u\left[w\left(x_i\right)\right] - v\left(e^H\right) \geq \underline{U} \text{ R.P.}$$

$$\sum \left(p_i^H - p_i^L\right) u\left[\left(x_i\right)\right] \geq v\left(e^H\right) - v\left(e^L\right) \text{ R.I.}$$

Contrato óptimo si el principal desea esfuerzo alto

El Lagrangiano será:

$$L = \sum_{1}^{n} p_i^H \left[x_i - w\left(x_i\right)\right]$$

$$\lambda \left\{ \sum p_i^H u\left[w\left(x_i\right)\right] - v\left(e^H\right) - \underline{U} \right\} +$$

$$\mu \left\{ \sum \left(p_i^H - p_i^L\right) u\left[\left(x_i\right)\right] - v\left(e^H\right) + v\left(e^L\right) \right\}$$

La CPO, para cada i:

$$\frac{\partial L}{\partial w\left(x_i\right)} = 0 \rightarrow -p_i^H + \lambda p_i^H u'\left[w\left(x_i\right)\right] + \mu\left(p_i^H - p_i^L\right) u'\left[w\left(x_i\right)\right] = 0$$

O:

$$\left[\lambda p_i^H + \mu\left(p_i^H - p_i^L\right)\right] u'\left[w\left(x_i\right)\right] = p_i^H$$

$$\frac{p_i^H}{u'\left[w\left(x_i\right)\right]} = \lambda p_i^H + \mu\left(p_i^H - p_i^L\right)$$

Contrato óptimo si el principal desea esfuerzo alto

Sumando las n ecuaciones:

$$\sum \frac{p_i^H}{u'\left[w\left(x_i\right)\right]} = \lambda \sum p_i^H + \mu \sum \left(p_i^H - p_i^L\right)$$

La R.P. Está saturada

$$\lambda = \sum \frac{p_i^H}{u'\left[w\left(x_i\right)\right]} > 0$$

Propiedades del contrato óptimo

Reescribiendo las CPO:

$$\frac{p_i^H}{u'\left[w\left(x_i\right)\right]} = p_i^H + \mu \sum \left(p_i^H - p_i^L\right)$$

$$\frac{1}{u'\left[w\left(x_i\right)\right]} = \lambda + \mu \left(1 - \frac{p_i^L}{p_i^H}\right)$$

$$u'\left[w\left(x_i\right)\right] = \frac{1}{\lambda + \mu \left(1 - \frac{p_i^L}{p_i^H}\right)}$$

Si $\mu = 0$, entonces:

$$u'\left[w\left(x_i\right)\right]$$

Lo que supondría que el salario sería constante, pero el esfuerzo elegido por el agente sería el menor, no el mayor. Por tanto, para inducir esfuerzo alto: $\mu \neq 0$

Propiedades del contrato óptimo

¿Qué implica $\mu > 0$

- Que el riesgo moral tiene un costo positivo para el principal.
- Que los beneficios del principal son mayores cuando la información respecto al esfuerzo es simétrica, en comparación a una situación de riesgo moral.
- Que los pagos del agente varían en función al resultado.

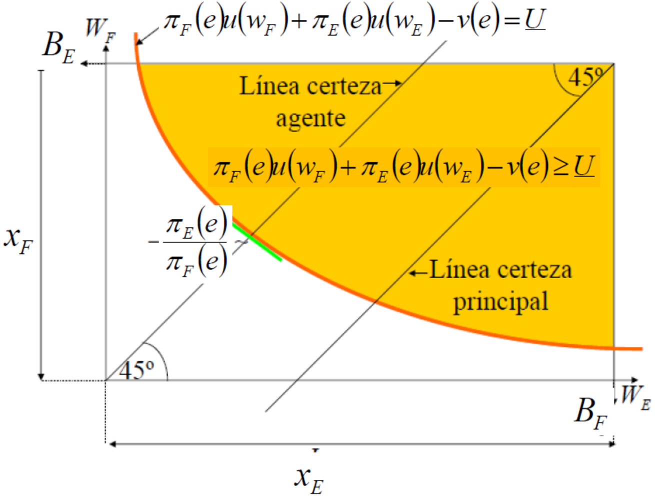
Es decir:

$$w\left(x_i\right) = \left(u'\right)^{-1}\left[\frac{1}{\lambda + \mu\left(1 - \frac{p_i^L}{p_i^H}\right)}\right]$$

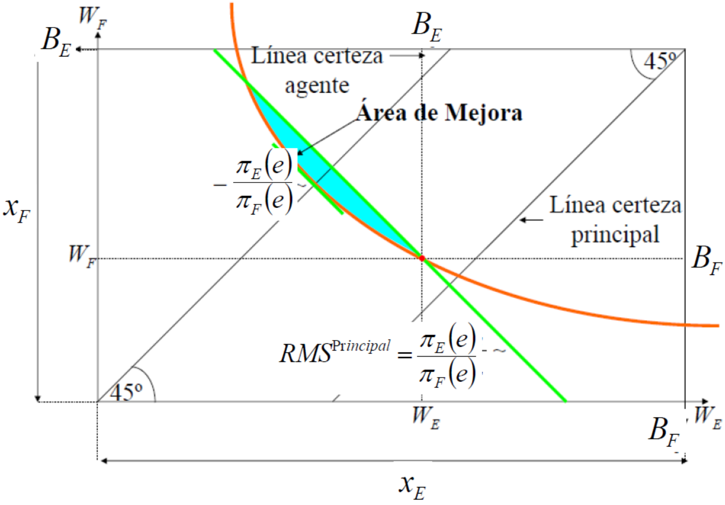
$\frac{p_i^L}{p_i^H}$ = ratios de verosimilitud.
Cuanto menor sea el ratio, mayor será el pago, porque mayor será la señal de que el resultado procede de un esfuerzo alto

GRÁFICAMENTE

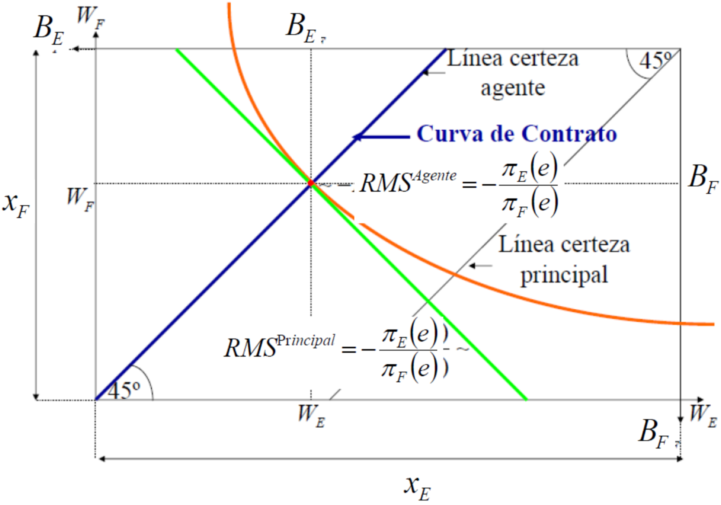
Restricción de Participación para un nivel de esfuerzo dado



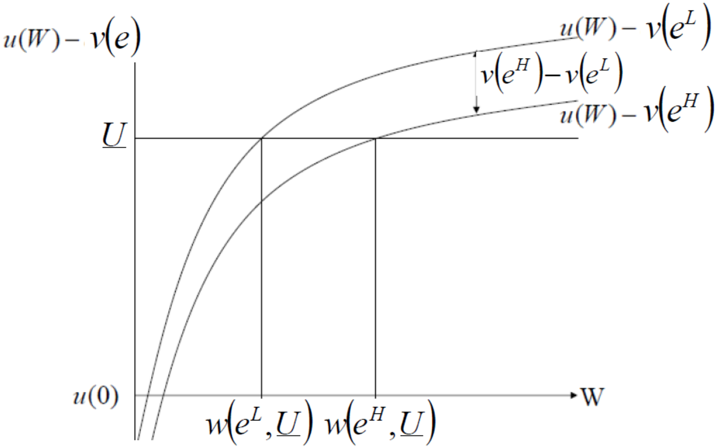
Gráficamente



Gráficamente

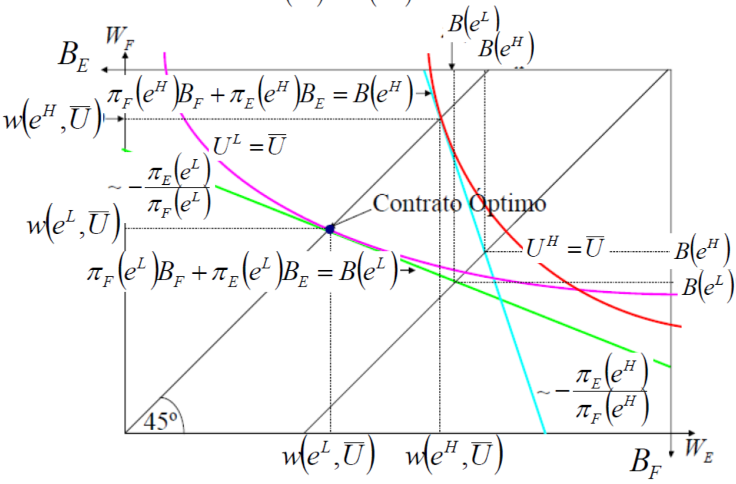


Gráficamente



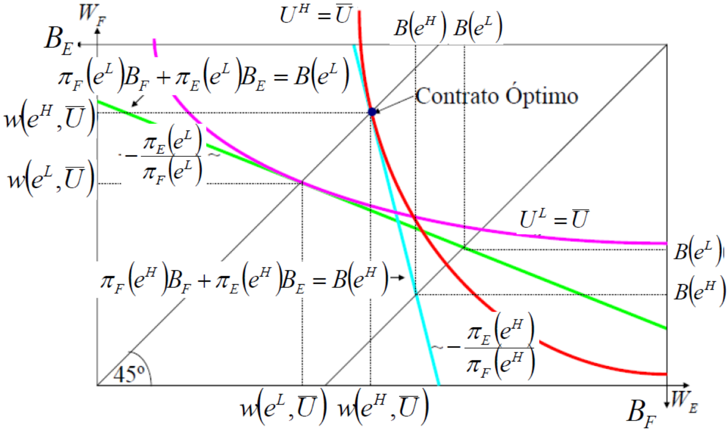
Gráficamente

Contrato Óptimo con esfuerzo observable que no induce al esfuerzo alto: $B(e^L) > B(e^H)$

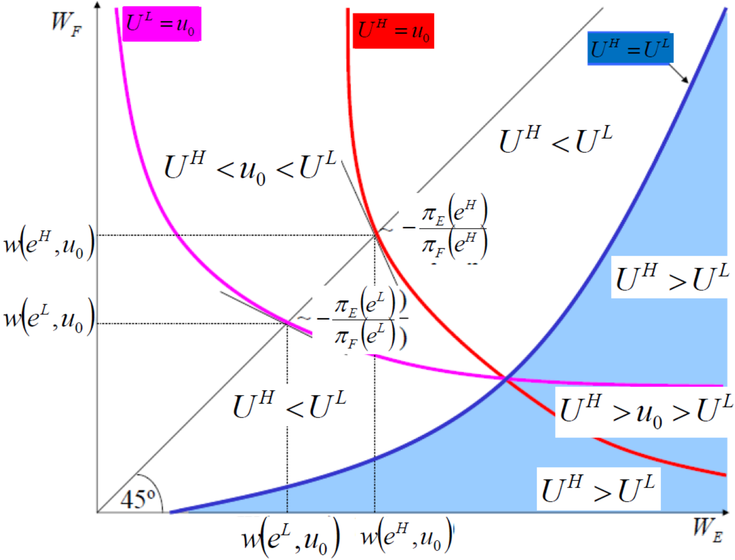


Gráficamente

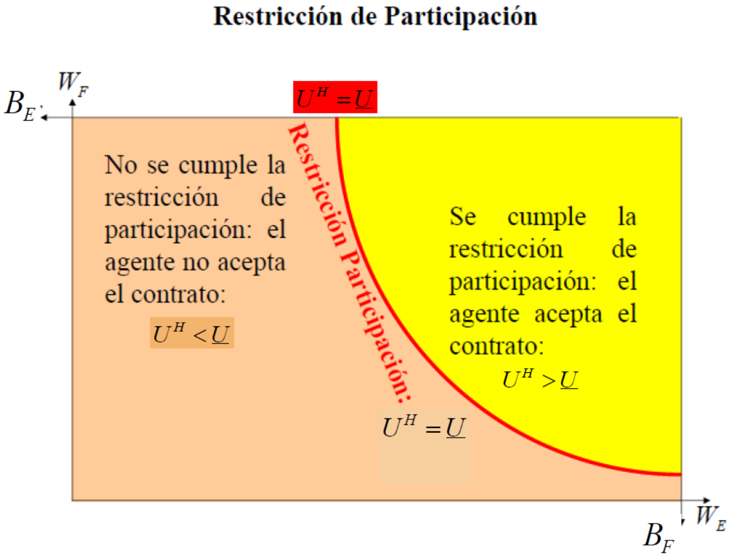
Contrato Óptimo con esfuerzo observable en el caso que el principal induce al esfuerzo alto: $B(e^H) > B(e^L)$



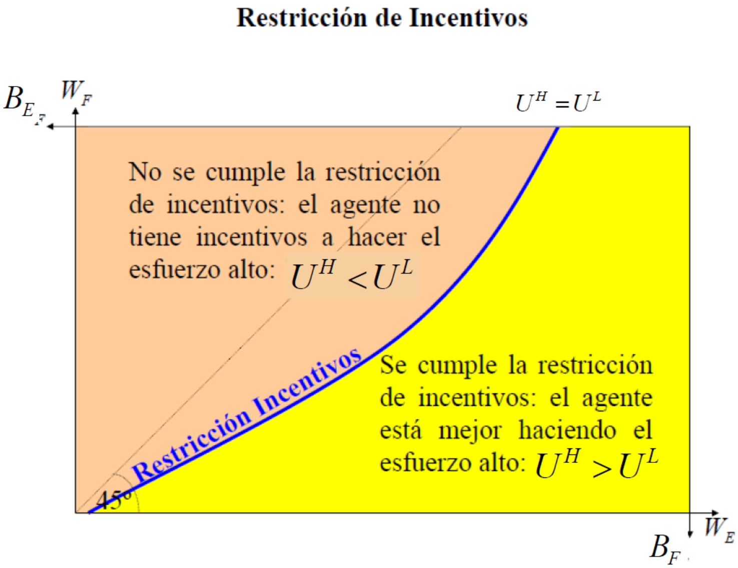
Gráficamente



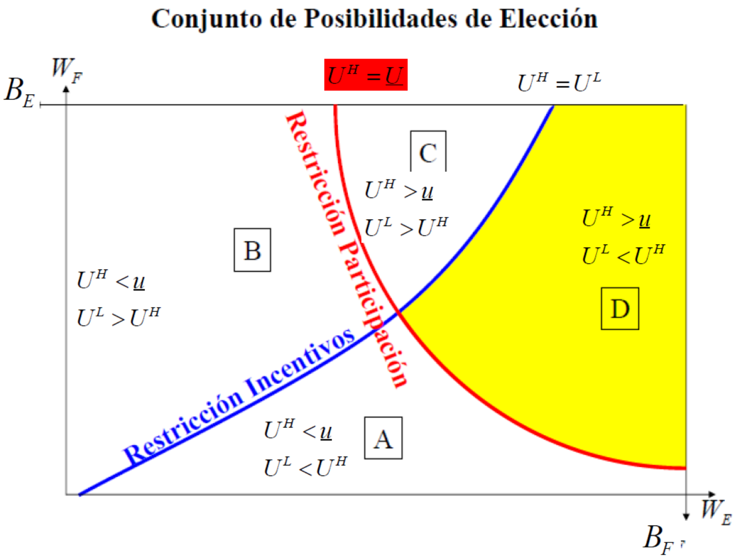
Gráficamente



Gráficamente

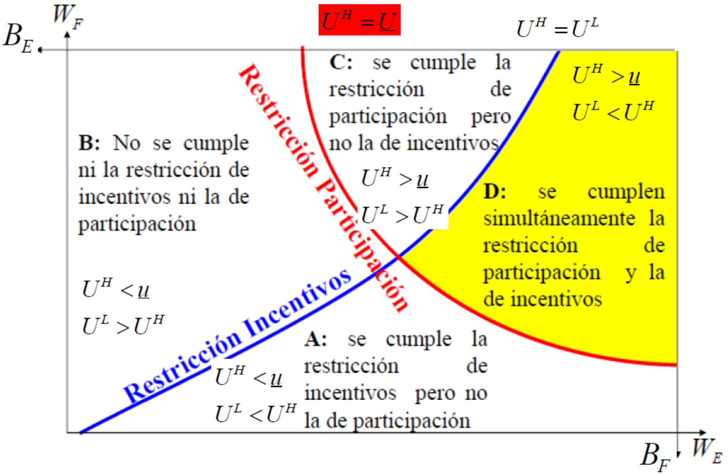


Gráficamente

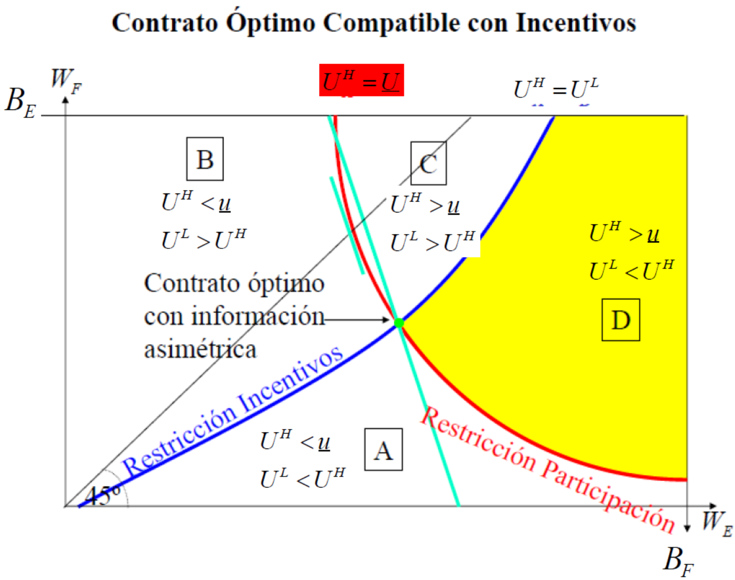


GRÁFICAMENTE

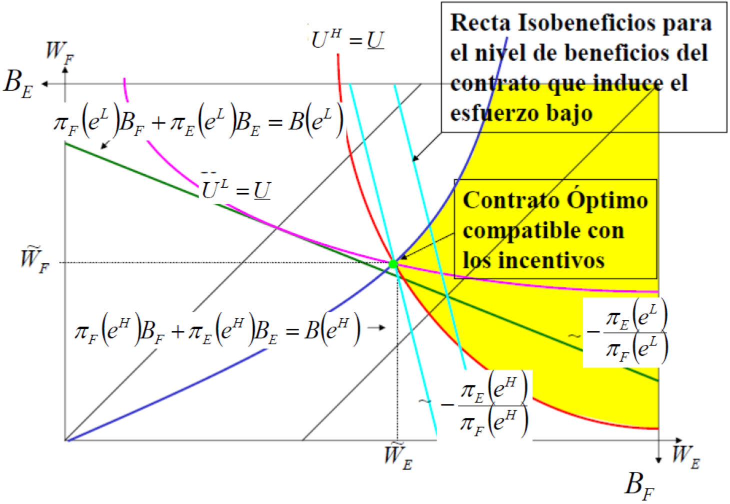
Conjunto de Posibilidades de Elección: se cumplen simultáneamente la restricción de participación y la de incentivos



Gráficamente



GRÁFICAMENTE



Contenido

El enfoque de Primer Orden

El modelo general implica una doble maximización:

$$\begin{array}{ll} \text{Max} \sum p_i\,(e)\,B\,(x_i - w_i) & \text{Para el principal} \\ \text{Max} \sum p_i u\,(w_i) - v\,(e) & \text{Para el agente} \end{array}$$

La maximización del agente opera como restricción (RI) en el problema de maximización del principal.

El enfoque de primer orden consiste en sustituir el problema de maximización del agente por su *CPO*:

$$\sum p_i'(e)u\,(w) - v'\,(e)$$

El enfoque de Primer Orden

Por tanto, el problema de max del principal se transforma en:

$$
\begin{aligned}
\text{Max} \quad & \sum p_i(e) B\left[x_i - w_i\right] \\
\text{s.a:} \quad & \sum p_i(e) u\left(w_i\right) - v\left(e\right) \geq \underline{U} \text{ R.P.} \\
& \sum p_i'(e) u\left(w_i\right) - v'\left(e\right) = 0 \text{ R.I.}
\end{aligned}
$$

El Lagrangiano:

$$
\begin{aligned}
L = \sum p_i(e) B\left[x_i - w_i\right] + \\
\lambda\left[p_i(e) u\left(w_i\right) - v\left(e\right) - \underline{U}\right] + \\
\mu\left[\sum p_i'(e) u\left(w_i\right) - v'\left(e\right)\right]
\end{aligned}
$$

El enfoque de Primer Orden

CPO respecto a salarios:

$$\frac{\partial L}{\partial w} = -p_i(e) + \lambda p_i(e) u'(w_i) + \mu p_i'(e) u'(w_i) = 0$$

$$u'(w_i)\left[\lambda p_i(e) + \mu p_i'(e)\right] = p_i(e)$$

$$u'(w_i) = \frac{1}{\lambda + \mu \frac{p_i'(e)}{p_i(e)}}$$

El enfoque de Primer Orden

La variación de los pagos en función del resultado depende de la forma de la función: $\frac{p_i'(e)}{p_i(e)}$

Cuando $\frac{p'}{p}$ crece en i, un resultado alto es señal de que el esfuerzo fue incorporado con mayor probabilidad.

- es más verosimil que cuando el esfuerzo es alto, el resultado sea bueno.
- w_i depende positivamente de x_i.

Reescribiendo CPO con dos esfuerzos:

$$u'\left[w\left(x_i\right)\right] = \frac{1}{\lambda + \mu\left(1 - \frac{p_i^L}{p_i^H}\right)} = \frac{1}{\lambda + \mu\left(\frac{p_i^H - p_i^L}{p_i^H}\right)}$$

$$p_i^H - p_i^L \cong p_i'(e)$$

Variación de la probabilidad cuando el esfuerzo aumenta de eL a eH.$\cong$ Variación de la probabilidad cuando el esfuerzo aumenta en una cantidad infinitesimal

En resumen

El modelo de riesgo moral analiza una situación en la que el comportamiento del agente una vez iniciada la relación no es verificable.

En este caso, los contratos que el principal propondría al agente en un marco de información simétrica ya no son los más beneficiosos para el principal.

Para determinar qué contrato resulta más beneficioso, el principal ha de tener en cuenta cuál será el comportamiento del agente una vez firmado el contrato.

No poder controlar el comportamiento del agente supone una pérdida de eficiencia importante: el agente seguirá obteniendo su utilidad de reserva pero el principal obtendrá menos beneficios que los que lograría si la información fuese simétrica:

El contrato no será eficiente en el sentido de Pareto.

En resumen

El contrato óptimo ha de resolver un arbitraje entre dos objetivos en conflicto: la eficiencia (el reparto óptimo del riesgo entre principal y agente) y los incentivos (para que el agente se esfuerce).

Para darle incentivos al agente, el contrato debe pagar más cuanto mayor sea la señal proporcionada por los resultados respecto a que el esfuerzo elegido por el agente es el esfuerzo deseado por el principal.

Teoría Microeconómica II
Tema 8: Riesgo moral

José A. Valderrama
jvalder@ulima.edu.pe

Universidad de Lima - Carrera de Economía

31 de octubre de 2021

LaTeX support and edition:
Joel Vicencio-Damian
joel.nestor.damian@gmail.com