

MILP-Modelldokumentation

Flottenoptimierung mit Elektro- und Diesel-LKWs

Vollständige mathematische Referenzdokumentation

Maksim B., Karl S., Joel M.

MILP-Modelldokumentation

MILP = Mixed Integer Linear Programming

- **Mixed Integer:** Mischung aus ganzzahligen Variablen (z. B. „Wie viele Ladesäulen?“) und kontinuierlichen Variablen (z. B. „Mit wie viel kW laden?“)
- **Linear:** Alle Gleichungen und Ungleichungen sind linear (keine x^2 , keine $x \cdot y$)
- **Programming:** Mathematisches Optimierungsproblem

Voraussetzungen

- Python 3.10 oder höher
- Miniconda (empfohlen) oder Python mit pip

Installation

Option 1: Mit Google Colab

- Im Code Zeile 7 auskommentieren:
 `#!pip install pyomo -q`
- Inhalt von main.py in Colab kopieren und starten
- Teilaufgabe 4 ist analog dazu

Option 2: Mit Miniconda (empfohlen)

1. Miniconda installieren

- Download:
<https://docs.conda.io/en/latest/miniconda.html>
- Bei Installation: „Add to PATH“ ankreuzen

2. Terminal öffnen und Pakete installieren

```
conda install -c conda-forge pyomo highspy -y
```

Option 3: Mit pip (falls kein Miniconda)

```
pip install pyomo
```

Solver-Konfiguration

Gurobi (schnellster Solver – empfohlen)

1. Akademische Lizenz holen (kostenlos mit Uni-E-Mail)

- Registrieren:
<https://www.gurobi.com/academia/academic-program-and-licenses/>
- License Key per E-Mail erhalten

2. Gurobi installieren

```
conda install -c gurobi gurobi -y
```

3. Lizenz aktivieren

```
grbgetkey DEIN-LICENSE-KEY
```

(Enter drücken für Standard-Pfad)

HiGHS (Fallback – kostenlos, etwas langsamer)

```
conda install -c conda-forge highs -y
```

Skript starten

In VS Code

1. Terminal öffnen

2. Conda aktivieren (falls nötig)

```
conda activate base
```

3. Skript starten

```
python main.py
```

oder

```
python Teilaufgabe4.py
```

Solver-Vergleich

Solver: Gurobi

- Geschwindigkeit: sehr schnell
- Lizenz: akademisch kostenlos
- Installation: conda + Lizenz

Solver: HiGHS

- Geschwindigkeit: mittel
- Lizenz: Open Source
- Installation: conda

Empfehlung: Gurobi mit akademischer Lizenz für beste Performance.

Dateien:

main.py

- Teilaufgabe 2 – Basismodell

Teilaufgabe4.py

- Modell mit Erweiterungen (CO₂-Maut, HT/NT-Tarif, PV)

1. Indexmengen (Sets)

Die Indexmengen definieren die strukturellen Dimensionen des Modells. Sie legen fest, über welche Objekte indiziert wird und ermöglichen die kompakte mathematische Notation aller Modellbestandteile.

1.1 Tourenmenge R

Aspekt	Beschreibung
Formale Definition	$R = \{t-4, t-5, t-6, s-1, s-2, s-3, s-4, w1, w2, w3, w4, w5, w6, w7, r1, r2, r3, h3, h4, k1\}$
Kardinalität	$ R = 20$ Touren
Inhaltliche Bedeutung	Menge aller zu bedienenden Transportaufträge (Touren) innerhalb eines repräsentativen Tages. Jede Tour beschreibt eine vollständige Fahrt mit definierter Distanz, Start- und Endzeit.
Notwendigkeit	Ohne R wäre keine Zuordnung von Fahrzeugen zu Transportaufgaben möglich. Die Menge ist die zentrale Referenz für alle tourbezogenen Parameter und Constraints.
Verhinderte Fehler	Ohne explizite Tourenmenge könnten Touren doppelt bedient oder vergessen werden. Constraint C3 ($\sum a[r,k] = 1 \forall r$) erzwingt genau eine Zuordnung pro Tour.
Beziehungen	Indiziert die Parameter $dist[r]$, $mDist[r]$, $start[r]$, $end[r]$, $s_r(r)$, $e_r(r)$, $dur_z[r]$ sowie die binären Zeitparameter $start_at[r,z]$, $end_at[r,z]$, $active[r,z]$. Verknüpft mit K über die Zuordnungsvariable $a[r,k]$.

1.2 Diesel-LKW-Typen TD

Aspekt	Beschreibung
Formale Definition	$TD = \{\text{ActrosL}\}$
Kardinalität	$ TD = 1$ Typ
Inhaltliche Bedeutung	Menge der verfügbaren Diesel-LKW-Typen. Der ActrosL repräsentiert einen konventionellen Diesel-Schwerlast-LKW.
Notwendigkeit	Ermöglicht die separate Parametrisierung von Diesel-Fahrzeugen (Leasingkosten, Wartung, Verbrauch, KFZ-Steuer). Ohne TD wäre keine Unterscheidung zwischen Antriebstechnologien möglich.
Verhinderte Fehler	Ohne separate Typmenge würden Diesel- und Elektro-LKWs vermischt, was zu falschen Kostenberechnungen und physikalisch unsinnigen Constraints führen würde (z.B. Ladezustand für Diesel-LKW).
Beziehungen	Definiert den Wertebereich von $type_k[k]$ (zusammen mit TE). Indiziert die Parameter cap , opx , $avgDv_d$, kfz_d .

1.3 Elektro-LKW-Typen TE

Aspekt	Beschreibung
Formale Definition	$TE = \{eActros600, eActros400\}$
Kardinalität	$ TE = 2$ Typen
Inhaltliche Bedeutung	Menge der verfügbaren Elektro-LKW-Typen. eActros600 hat 621 kWh Batteriekapazität, eActros400 hat 414 kWh. Beide haben unterschiedliche Kosten- und Verbrauchsprofile.
Notwendigkeit	Ermöglicht die Modellierung verschiedener E-LKW-Varianten mit unterschiedlichen Batteriekapazitäten, Reichweiten und Kosten. Das Modell kann so die optimale Mischung verschiedener E-LKW-Typen ermitteln.
Verhinderte Fehler	Ohne differenzierte E-LKW-Typen wäre keine Optimierung der Fahrzeugauswahl nach Reichweitenanforderungen möglich. Lange Touren könnten fälschlich kleinen Batterien zugeordnet werden.
Beziehungen	Definiert (zusammen mit TD) den Wertebereich von $type_k[k]$. Indiziert cap , opx , $avgEv_e$, thg_e , max_p_e , soc_e .

1.4 Ladesäulentypen L

Aspekt	Beschreibung
Formale Definition	$L = \{Alpitronic-50, Alpitronic-200, Alpitronic-400\}$
Kardinalität	$ L = 3$ Typen
Inhaltliche Bedeutung	Menge der installierbaren Ladesäulentypen mit 50, 200 bzw. 400 kW maximaler Ladeleistung. Jeder Typ hat 2 Ladepunkte ($cs_l = 2$).
Notwendigkeit	Ermöglicht die Optimierung der Ladeinfrastruktur nach Kosten und Leistung. Langsame Säulen sind günstiger, schnelle ermöglichen kürzere Standzeiten.
Verhinderte Fehler	Ohne differenzierte Ladesäulentypen könnte das Modell keine Trade-off-Entscheidung zwischen Investitionskosten und Ladeleistung treffen.
Beziehungen	Indiziert $y_l[l]$ (Anzahl), cap_l , opx_l , max_p_l , cs_l . Verknüpft mit K und Z über $assign[k,l,z]$, $plug[k,l,z]$, $real_p[k,l,z]$.

1.5 Zeitintervalle Z

Aspekt	Beschreibung
Formale Definition	$Z = \{1, 2, \dots, 96\}$
Kardinalität	$ Z = 96$ Intervalle
Inhaltliche Bedeutung	Diskretisierung eines 24-Stunden-Tages in 15-Minuten-Intervalle. Intervall 1 entspricht 0:00–0:15 Uhr, Intervall 96 entspricht 23:45–24:00 Uhr.

Notwendigkeit	Ermöglicht die zeitliche Koordination von Touren, Ladevorgängen und Netzbelaufung. Die 15-Minuten-Granularität ist ein Kompromiss zwischen Genauigkeit und Rechenaufwand.
Verhinderte Fehler	Ohne Zeitdiskretisierung wäre keine Überprüfung möglich, ob ein LKW gleichzeitig fährt und lädt, oder ob die Netzkapazität in Spitzenzeiten ausreicht.
Beziehungen	Zentrale Dimension für alle zeitabhängigen Variablen und Parameter: active[r,z], start_at[r,z], end_at[r,z], assign[k,l,z], plug[k,l,z], real_p[k,l,z], soc[k,z], p_grid[z], soc_s[z], etc.

1.6 Tages- und Nachtintervalle Z_day, Z_night

Aspekt	Beschreibung
Formale Definition	$Z_{\text{day}} = \{25, \dots, 72\}$ (6:00–17:45 Uhr) $Z_{\text{night}} = Z \setminus Z_{\text{day}}$ (18:00–5:45 Uhr)
Kardinalität	$ Z_{\text{day}} = 48$, $ Z_{\text{night}} = 48$
Inhaltliche Bedeutung	Partitionierung des Tages in Tages- und Nachtzeiten. Relevant für Personalverfügbarkeit und Betriebsabläufe. Nur für Lesbarkeit und aus Modellierungszwecken, gilt nur für Plug ok. Hätte man direkt dort definieren können.
Notwendigkeit	Ermöglicht die Modellierung von Einschränkungen, die nur zu bestimmten Tageszeiten gelten (z.B. Abstecken von Ladesäulen nur tagsüber erlaubt via unplug_ok).
Verhinderte Fehler	Ohne diese Unterscheidung könnten LKWs nachts abgesteckt werden, wenn kein Personal verfügbar ist, in der Praxis nicht möglich wäre.
Beziehungen	Definiert den Parameter unplug_ok[z], der in Constraint C30 verwendet wird.

1.7 Fahrzeugmenge K

Aspekt	Beschreibung
Formale Definition	$K = \{1, 2, \dots, 14\}$
Kardinalität	$ K = 14$ Fahrzeuge
Inhaltliche Bedeutung	Menge der verfügbaren LKW-Slots. Jeder Slot k kann entweder ungenutzt bleiben oder mit einem Diesel- oder Elektro-LKW besetzt werden. Mathematisch einfachere Lösung um Constraints auf beide Fahrzeugtypen zu platzieren und auch um genau zu definieren wie viele LKWs wir benutzen (wir wissen aber schon das wir nur 14 brauchen und aus Modellierungszwecken dort den Cap gesetzt).

Notwendigkeit	Definiert die maximale Flottengröße und ermöglicht die individuelle Verfolgung von Ladezustand, Tourenzuordnung und Ladeaktivität für jedes Fahrzeug.
Verhinderte Fehler	Ohne explizite Fahrzeugindizierung könnte nicht sichergestellt werden, dass ein LKW nicht gleichzeitig zwei Touren fährt oder an mehreren Ladesäulen angesteckt ist.
Beziehungen	Indiziert type_k[k], truck_used[k], a[r,k], assign[k,l,z], plug[k,l,z], real_p[k,l,z], soc[k,z], depart[k,z], cons[k,z].

1.8 Modellierungslogik der Indexmengen

Warum separate Typmengen TD und TE?

Die Trennung von Diesel- und Elektro-LKW-Typen in zwei disjunkte Mengen ermöglicht:

- Typspezifische Constraints: E-LKWs haben SOC-Constraints (C8–C11), Diesel-LKWs nicht.
- Typspezifische Kosten: Unterschiedliche Kostenstrukturen (Maut, Diesel, Strom, THG-Quote).
- Klare Constraint-Formulierung: $\forall k \in K: type_k[k] \in TE$ statt komplexer Fallunterscheidungen.

Alternative (nicht gewählt): Eine einzige Typmenge $T = TD \cup TE$ mit zusätzlichem binären Parameter $is_electric[t]$ wäre möglich, würde aber die Constraint-Formulierung verkomplizieren.

Warum 96 Zeitintervalle (15 Minuten)?

Die 15-Minuten-Diskretisierung ist ein bewusster Kompromiss:

- Fein genug für realistische Ladeplanung (Ladevorgänge dauern oft 30–120 Minuten).
- Grob genug für akzeptable Rechenzeiten (96 statt 1440 Intervalle bei Minutenauflösung).
- Kompatibel mit üblichen Stromtarifen und Netzabrechnungsintervallen.
- Der Planungshorizont umfasst einen typischen Betriebstag, der in diskrete Zeitintervalle unterteilt ist (z. B. 15-Minuten-Zeitschritte).

Warum 14 Fahrzeugslots?

Die Anzahl $|K| = 14$ ist so gewählt, dass sie mindestens die maximale Anzahl gleichzeitig aktiver Touren abdeckt, plus Reserve für die Optimierung der Fahrzeugauswahl. Das Modell kann Slots ungenutzt lassen ($truck_used[k] = 0$), sodass die tatsächliche Flottengröße ein Optimierungsergebnis ist.

14 Tagetouren und 6 Nachtouren

Deshalb nur 14 Fahrzeuge, weil 6 aus diesen 14 die Nachtouren direkt nach ihrer Tagestour fahren (meistens sind dies E-LKWs, um Mautpflichtige Strecken nicht bezahlen zu müssen).

2. Parameter

Parameter sind exogen gegebene Größen, die nicht vom Modell optimiert werden. Sie beschreiben die Eigenschaften der Touren, Fahrzeuge, Ladeinfrastruktur und Kostenstrukturen.

2.1 Tourenparameter

dist[r] – Gesamtdistanz

Aspekt	Beschreibung
Formale Beschreibung	$\text{dist}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$, gemessen in Kilometern
Inhaltliche Bedeutung	Gesamte Fahrstrecke der Tour r , unabhängig davon ob auf mautpflichtigen Straßen oder nicht.
Verwendung im Modell	C6 (Energieverbrauch E-LKW): $\text{cons}[k,z] = \dots \cdot \text{dist}[r] \cdot \text{avgEv_e[type_k[k]]} / \text{dur_z}[r]$ Zielfunktion C_diesel,var: Dieselverbrauch proportional zu $\text{dist}[r]$
Notwendigkeit	Ohne $\text{dist}[r]$ wäre keine Berechnung von Energie- oder Dieselverbrauch möglich. Die Distanz bestimmt direkt die Betriebskosten und den SOC-Verbrauch.
Modellierungsentscheidung	Der Verbrauch wird gleichmäßig über die Tourdauer verteilt ($\text{dist}[r]/\text{dur_z}[r]$ pro Intervall), was eine vereinfachende Annahme darstellt.

mDist[r] – Mautpflichtige Distanz

Aspekt	Beschreibung
Formale Beschreibung	$\text{mDist}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$, gemessen in Kilometern, $\text{mDist}[r] \leq \text{dist}[r]$
Inhaltliche Bedeutung	Anteil der Tour r , der auf mautpflichtigen Straßen (typischerweise Autobahnen und Bundesstraßen) gefahren wird.
Verwendung im Modell	Ausschließlich in C_diesel,var: $c_{m_d} \cdot \text{mDist}[r]$ berechnet die Mautkosten für Diesel-LKWs.
Notwendigkeit	Die LKW-Maut gilt nur für Diesel-LKWs auf bestimmten Straßen. Ohne $\text{mDist}[r]$ wäre keine korrekte Mautkostenberechnung möglich.
Modellierungsentscheidung	E-LKWs zahlen im Modell keine Maut (THG-Quote als Kompensation), was der aktuellen deutschen Mautgesetzgebung entspricht.

start[r], end[r] – Zeitfenster

Aspekt	Beschreibung

Formale Beschreibung	start, end: $R \rightarrow$ Uhrzeiten (z.B. 06:45, 17:00)
Inhaltliche Bedeutung	Feste Start- und Endzeiten der Touren, vorgegeben durch Kundenanforderungen oder Logistikplanung.
Verwendung im Modell	Umgerechnet in Intervallindizes $s_r(r)$ und $e_r(r)$, die für $active[r,z]$, $start_at[r,z]$, $end_at[r,z]$ verwendet werden.
Notwendigkeit	Definieren das Zeitfenster, in dem ein LKW unterwegs ist und nicht laden kann. Essentiell für die zeitliche Koordination.
Modellierungsentscheidung	Start- und Endzeiten sind fix (keine Zeitfensterflexibilität), was das Modell vereinfacht aber auch einschränkt.

$s_r(r), e_r(r)$ – Intervallindizes

Aspekt	Beschreibung
Formale Beschreibung	$s_r, e_r: R \rightarrow Z$, berechnet als $s_r(r) = 4 \cdot start_h(r) + 1$, $e_r(r) = 4 \cdot end_h(r) + 1$
Inhaltliche Bedeutung	Übersetzung der Uhrzeiten in diskrete Intervallindizes für die Modellformulierung.
Verwendung im Modell	Definition von $start_at[r,z]$, $end_at[r,z]$, $active[r,z]$ und $dur_z[r]$.
Notwendigkeit	Ermöglicht die Verwendung von Zeitindizes in Constraints statt kontinuierlicher Uhrzeiten.
Modellierungsentscheidung	Die Formel $4 \cdot h + 1$ ergibt sich aus 4 Intervallen pro Stunde (15 min) mit 1-basierter Indizierung.

Konkrete Werte s_r / e_r für alle Touren

Tour	s_r	e_r	Tour	s_r	e_r
t-4	28	69	w4	25	65
t-5	27	70	w5	29	69
t-6	25	67	w6	23	63
s-1	23	63	w7	30	70
s-2	25	65	r1	73	91
s-3	37	65	r2	67	88
s-4	27	67	r3	72	87
w1	23	63	h3	76	92
w2	33	73	h4	75	91
w3	28	69	k1	67	91

dur_z[r] – Tourdauer in Intervallen

Aspekt	Beschreibung
Formale Beschreibung	$\text{dur_z}: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{Z}_+, \text{dur_z}[r] = e_r(r) - s_r(r)$
Inhaltliche Bedeutung	Anzahl der 15-Minuten-Intervalle, die eine Tour dauert.
Verwendung im Modell	C6: Normierung des Energieverbrauchs pro Intervall: $\text{dist}[r] \cdot \text{avgEv_e} / \text{dur_z}[r]$
Notwendigkeit	Ermöglicht die gleichmäßige Verteilung des Gesamtverbrauchs über die Tourdauer.
Modellierungsentscheidung	Vereinfachende Annahme: Verbrauch ist zeitlich gleichverteilt, nicht abhängig von Streckenabschnitten.

2.2 Abgeleitete binäre Zeitparameter

start_at[r,z], end_at[r,z], active[r,z]

Aspekt	Beschreibung
Formale Beschreibung	$\text{start_at}[r,z] = 1 \Leftrightarrow z = s_r(r)$ $\text{end_at}[r,z] = 1 \Leftrightarrow z = e_r(r)$ $\text{active}[r,z] = 1 \Leftrightarrow s_r(r) \leq z < e_r(r)$
Inhaltliche Bedeutung	Binäre Indikatoren für Tourstart, -ende und aktive Fahrt zu jedem Zeitpunkt.
Verwendung im Modell	start_at: C12 (depart-Definition) active: C4 (keine Überlappung), C6 (Verbrauchsberechnung), C20 (nicht fahren und laden)
Notwendigkeit	Ermöglichen die Formulierung zeitbezogener Constraints ohne explizite Intervallvergleiche in jedem Constraint.
Modellierungsentscheidung	Vorab berechnete Parameter statt Variablen, da Tourzeiten fix sind. Reduziert Modellkomplexität.

unplug_ok[z] – Absteckerlaubnis

Aspekt	Beschreibung
Formale Beschreibung	$\text{unplug_ok}: \mathbb{Z} \rightarrow \{0,1\}$ $\text{unplug_ok}[z] = 1$ wenn $z \in Z_{\text{day}}$ oder $z+1 = 25$ (d.h. $z = 24$)
Inhaltliche Bedeutung	Gibt an, ob zu Zeitpunkt z ein LKW von der Ladesäule abgesteckt werden darf.
Verwendung im Modell	C30: $\text{plug}[k,l,z] - \text{plug}[k,l,z+1] \leq \text{unplug_ok}[z]$ Wegen der Nachtlogik (C30). Nachts darf kein Stecker gezogen werden (kein Personal). Aber ein Fahrzeug mit vollem Akku muss trotzdem angesteckt bleiben können – nur ohne zu laden.

	Ohne Trennung gäbe es einen Widerspruch: Akku voll → Laden stoppt → müsste abstecken → aber nachts verboten
Notwendigkeit	Modelliert die betriebliche Einschränkung, dass nachts kein Personal zum Abstecken verfügbar ist.
Modellierungsentscheidung	Die Ausnahme z = 24 (5:45 Uhr) erlaubt das Abstecken kurz vor Tagesbeginn, um Fahrzeuge für frühe Touren vorzubereiten.

2.3 Diesel-LKW-Parameter

Parameter	Wert	Bedeutung	Verwendung
c_diesel	1,50 €/L	Dieselpreis	C_diesel,var

Modellierungsentscheidung: Alle Diesel-Parameter sind auf Jahresbasis (außer Verbrauch und Preise), was eine direkte Vergleichbarkeit der Gesamtkosten ermöglicht.

2.4 Elektro-LKW-Parameter

Parameter	eActros600	eActros400	Verwendung
avgEv_e (Verbrauch)	1,1 kWh/km	1,05 kWh/km	C6
thg_e (THG-Quote)	1.000 €/a	1.000 €/a	C_revenue
max_p_e (max. Ladeleistung)	400 kW	400 kW	C17
soc_e (Batteriekapazität)	621 kWh	414 kWh	C10

Modellierungsentscheidung: Der eActros600 hat höhere Kosten aber mehr Reichweite, der eActros400 ist günstiger aber eingeschränkter. Das Modell wählt den optimalen Mix.

2.5 LKW-Parameter für die Zielfunktion

Parameter	ActrosL	eActros600	eActros400	Bedeutung
avgDv_d	0,26 L/100km	0	0	Durschnittlicher Dieselverbrauch
c_m_d	0,34 €/km	0	0	Kosten Mautdistanz (nur für Diesel)
thg_e	0	1.000 €/a	1.000 €/a	THG-Erlöse Elektro
kfz	556 €/a	0	0	KFZ Steuer Diesel LKWs
cap	24.000 €	60.000 €	50.000 €	Jährliche Wartungskosten
opx	6.000 €	6.000 €	5.000 €	Jährliche Leasingkosten

Weil die Zielfunktion über alle k summiert und type_k[k] eine Entscheidungsvariable ist, können wir dort keine Einschränkung auf TE oder TD machen – stattdessen setzen wir die Parameter für den jeweils anderen Typ auf 0, sodass sie automatisch nichts beitragen.

2.6 Ladesäulen-Parameter

Parameter	Alpitronic-50	Alpitronic-200	Alpitronic-400
cap_I (Leasing)	3.000 €/a	10.000 €/a	16.000 €/a
opx_I (Wartung)	1.000 €/a	1.500 €/a	2.000 €/a
max_p_I (max. Leistung)	50 kW	200 kW	400 kW
cs_I (Ladepunkte)	2	2	2

Modellierungsentscheidung: Jede Ladesäule hat 2 Ladepunkte, d.h. 2 LKWs können gleichzeitig laden. Die Gesamtleistung der Säule wird dabei auf die ladenden LKWs aufgeteilt (C15).

2.7 Netz-, Speicher- und sonstige Parameter

Parameter	Wert	Bedeutung
delta_t	0,25 h	Dauer eines Zeitintervalls (15 min)
z6	25	Intervallindex für 6:00 Uhr
Nmax	3	Maximale Anzahl Ladesäulen insgesamt
p_grid_max	500 kW	Maximale Netzanschlussleistung ohne Upgrade
c_e	0,25 €/kWh	Arbeitspreis Strom
c_gr	1.000 €/a	Grundgebühr Strom
cPeak	150 €/kW·a	Leistungspreis Netzanschluss
capP_s	30 €/kW·a	Kapitalkosten Speicherleistung
capQ_s	350 €/kWh·a	Kapitalkosten Speicherkapazität
opx_s	0,02	Betriebskosten-Faktor Speicher (2%)
nrt	0,98	Round-Trip-Effizienz des Speichers Nur beim Entladen
dod	0,025	Depth of Discharge / Mindestreserve (2,5%)

Impliziter Parameter: 260 Arbeitstage

In den Kostenfunktionen C_diesel,var und C_electricity wird der Faktor 260 verwendet, um von Tageswerten auf Jahreswerte hochzurechnen. Dies entspricht 52 Wochen \times 5 Arbeitstage und stellt eine Annahme über den Betriebsumfang dar.

3. Entscheidungsvariablen

Entscheidungsvariablen repräsentieren die Freiheitsgrade des Modells – die Größen, die der Solver optimiert, um die Zielfunktion zu minimieren.

3.1 Fahrzeugbezogene Variablen

type_k[k] – Fahrzeugtypzuordnung

Aspekt	Beschreibung
Wertebereich	$\text{type_k}[k] \in \text{TD} \cup \text{TE} = \{\text{ActrosL}, \text{eActros600}, \text{eActros400}\}$
Bedeutung	Abstrakte diskrete Entscheidungsgröße, die jedem Fahrzeugslot k einen Fahrzeugtyp zuordnet.
Reale Interpretation	Bestimmt, ob an Position k ein Diesel-LKW oder ein E-LKW (welcher Variante) eingesetzt wird.
Vorkommen	Implizit in allen typabhängigen Constraints und Kostenfunktionen durch Fallunterscheidung.
Notwendigkeit	Ermöglicht die Optimierung der Flottenkomposition nach Antriebsart und Fahrzeugvariante.

truck_used[k] – Fahrzeugeinsatz

Aspekt	Beschreibung
Wertebereich	$\text{truck_used}[k] \in \{0,1\}$
Bedeutung	Binäre Variable: 1 wenn Fahrzeug k eingesetzt wird, 0 sonst.
Reale Interpretation	Entscheidet, ob ein Fahrzeugslot tatsächlich mit einem LKW besetzt und genutzt wird.
Vorkommen	C1, C2 (Verknüpfung mit Tourenzuordnung), C_trucks (Fixkosten), C_revenue (THG-Quote)
Notwendigkeit	Ermöglicht variable Flottengröße; das Modell könnte weniger als 14 Fahrzeuge nutzen.

a[r,k] – Tourenzuordnung

Aspekt	Beschreibung
Wertebereich	$a[r,k] \in \{0,1\}$
Bedeutung	Binäre Zuordnungsvariable: 1 wenn Tour r von LKW k gefahren wird.
Reale Interpretation	Bestimmt die Zuordnung von Transportaufträgen zu Fahrzeugen.
Vorkommen	C1-C5 (Einsatzlogik), C6 (Verbrauch), C12 (Abfahrt), C_diesel,var (Dieselkosten)
Notwendigkeit	Kernvariable des Tourenplanungsproblems; ohne a[r,k] keine Zuordnungsoptimierung.

3.2 Ladebezogene Variablen

y_I[I] – Anzahl Ladesäulen

Aspekt	Beschreibung
Wertebereich	$y_I[I] \in \mathbb{Z} \geq 0$, beschränkt durch C33: $\sum y_I[I] \leq N_{\max} = 3$
Bedeutung	Anzahl der installierten Ladesäulen vom Typ I.
Reale Interpretation	Investitionsentscheidung: Wie viele Ladesäulen welchen Typs sollen beschafft werden?
Vorkommen	C13-C15 (Kapazitätsgrenzen), C33 (Gesamtlimit), C_chargers (Kosten)
Notwendigkeit	Ermöglicht die Optimierung der Ladeinfrastruktur nach Kosten und Leistung.

assign[k,I,z] – Aktives Laden

Aspekt	Beschreibung
Wertebereich	$assign[k,I,z] \in \{0,1\}$
Bedeutung	1 wenn LKW k an Ladesäulentyp I zum Zeitpunkt z aktiv Strom bezieht.
Reale Interpretation	Zeitpunkt-genaue Entscheidung über Ladevorgänge.
Vorkommen	C13 (Ladepunktkapazität), C17 (Leistungsgrenze), C18 (nur E-LKWs), C32 (impliziert plug)
Notwendigkeit	Unterscheidung zwischen "angesteckt" und "aktiv ladend" für flexible Ladesteuerung.

Assign Variable ist optional wenn man real_p = 0 setzt, sobald man fertig ist mit dem Laden. Assign Entscheidungsvariable einfach nur aus Modellierungs- und Darstellungsgründen eingeführt.

plug[k,I,z] – Angesteckt

Aspekt	Beschreibung
Wertebereich	$plug[k,I,z] \in \{0,1\}$
Bedeutung	1 wenn LKW k einen Ladepunkt vom Typ I im Intervall z belegt (unabhängig vom Laden).
Reale Interpretation	Physische Belegung eines Ladepunkts, auch ohne aktiven Stromfluss.
Vorkommen	C14 (Belegungskapazität), C16 (nur ein Typ), C19-C20 (Diesel/Fahren), C30-C31 (Abstecklogik), C32
Notwendigkeit	Ermöglicht Modellierung von "Blockieren" eines Ladepunkts ohne Laden.

real_p[k,l,z] – Reale Ladeleistung

Aspekt	Beschreibung
Wertebereich	$\text{real_p}[k,l,z] \geq 0$
Bedeutung	Tatsächliche Ladeleistung in kW, mit der E-LKW k an Säule l zum Zeitpunkt z lädt.
Reale Interpretation	Kontinuierliche Steuerung der Ladegeschwindigkeit.
Vorkommen	C8 (SOC-Fortschreibung), C15 (Säulenkapazität), C17 (LKW-Kapazität), C22 (Netzlast)
Notwendigkeit	Ermöglicht variable Ladeleistung statt nur An/Aus-Entscheidung.

3.3 Energiezustandsvariablen

$\text{soc}[k,z]$ – Ladezustand E-LKW

Aspekt	Beschreibung
Wertebereich	$\text{soc}[k,z] \geq 0$
Bedeutung	State of Charge (Batterieladezustand) von E-LKW k zum Zeitpunkt z in kWh.
Reale Interpretation	Wie viel Energie ist in der Batterie des E-LKWs?
Vorkommen	C8 (Fortschreibung), C9 (≥ 0), C10 (\leq Kapazität), C11 (Zyklusbedingung)
Notwendigkeit	Kernvariable für E-Mobilität; ohne SOC keine Reichweitenplanung.

cons[k,z] – Energieverbrauch

Aspekt	Beschreibung
Wertebereich	$\text{cons}[k,z] \geq 0$
Bedeutung	Energieverbrauch von LKW k im Intervall z in kWh.
Reale Interpretation	Wie viel Energie verbraucht der LKW während der Fahrt?
Vorkommen	C6 (Definition E-LKW), C8 (SOC-Abzug)
Notwendigkeit	Verknüpft Tourenaktivität mit Energiebilanz.

depart[k,z] – Abfahrtsindikator Hilfsvariable !!!!!

Aspekt	Beschreibung
Wertebereich	$\text{depart}[k,z] \in \{0,1\}$
Bedeutung	1 wenn LKW k zum Zeitpunkt z eine Tour startet.
Reale Interpretation	Markiert den Moment, in dem ein LKW den Hof verlässt.
Vorkommen	C12 (Definition), C31 (Absteckverbot vor Abfahrt)
Notwendigkeit	Ermöglicht die Constraint-Formulierung für rechtzeitige Ladebeendigung.

3.4 Netzbezogene Variablen

p_grid[z] – Netzbezugsleistung

Aspekt	Beschreibung
Wertebereich	$p_{\text{grid}}[z] \geq 0$
Bedeutung	Leistung, die zum Zeitpunkt z aus dem Stromnetz bezogen wird (kW).
Reale Interpretation	Momentane Netzbelastung durch Ladevorgänge und Speicher.
Vorkommen	C21 (Netzkapazität), C22 (Definition), C23 (Peak), C_electricity (Arbeitskosten)
Notwendigkeit	Verknüpft Ladevorgänge mit Netzrestriktionen und Stromkosten.

p_peak – Spitzenleistung

Aspekt	Beschreibung
Wertebereich	$p_{\text{peak}} \geq 0$
Bedeutung	Maximale Netzbezugsleistung über alle Zeitintervalle (kW).
Reale Interpretation	Höchste gleichzeitige Netzbelastung, relevant für Leistungspreis.
Vorkommen	C23 (Definition als Maximum), C_electricity (Leistungskosten cPeak · p_peak)
Notwendigkeit	Modelliert den Anreiz zur Lastglättung (Peak-Shaving).

u – Transformator-Upgrade

Aspekt	Beschreibung
Wertebereich	$u \in \{0, 1\}$
Bedeutung	Binäre Entscheidung: 1 wenn Netzanschluss von 500 kW auf 1000 kW erweitert wird.
Reale Interpretation	Einmalige Investitionsentscheidung für größeren Trafo.
Vorkommen	C21 (Kapazitätserweiterung), C_grid_trafo (Kosten 10.000 €)
Notwendigkeit	Ermöglicht Abwägung: höhere Investition vs. Lastmanagement/Speicher.

P_truck[z] – Gesamtladeleistung

Aspekt	Beschreibung
Wertebereich	$P_{\text{truck}}[z] \geq 0$
Bedeutung	Summe aller E-LKW-Ladeleistungen zum Zeitpunkt z (kW).
Reale Interpretation	Gesamte Ladeleistung der Flotte ohne Speicher.
Vorkommen	C34 (Definition)
Notwendigkeit	Hilfsvariable zur Vereinfachung anderer Constraints.

3.5 Stationärer Speicher

p_s Leistung, q_s -> Kapazität– Speicherauslegung

Aspekt	Beschreibung
Wertebereich	$p_s \geq 0$ (kW), $q_s \geq 0$ (kWh)
Bedeutung	Nennleistung und Kapazität des stationären Batteriespeichers.
Reale Interpretation	Investitionsentscheidung: Wie groß soll der Speicher dimensioniert werden?
Vorkommen	C24-C25 (Leistungsgrenzen), C26-C27 (Kapazitätsgrenzen), C_storage (Kosten)
Notwendigkeit	Ermöglicht Peak-Shaving und zeitliche Verschiebung des Netzbezugs.

$p_l_s[z]$ Ladeleistung des Speichers, $p_e_s[z]$ Entladeleistung des Speichers – Speicherleistung

Aspekt	Beschreibung
Wertebereich	$p_l_s[z] \geq 0$, $p_e_s[z] \geq 0$
Bedeutung	Lade- bzw. Entladeleistung des Speichers zum Zeitpunkt z (kW).
Reale Interpretation	Steuerung des Speichers: Wann wird aus dem Netz geladen, wann an LKWs entladen?
Vorkommen	C22 (Netzbilanz), C24-C25 (Leistungsgrenzen), C28 (SOC-Fortschreibung)
Notwendigkeit	Ermöglicht zeitlich flexible Speichernutzung.

$soc_s[z]$ – Speicherfüllstand

Aspekt	Beschreibung
Wertebereich	$soc_s[z] \geq 0$
Bedeutung	Energieinhalt des stationären Speichers zum Zeitpunkt z (kWh).
Reale Interpretation	Wie voll ist der Pufferspeicher?
Vorkommen	C26 (\leq Kapazität), C27 (\geq Mindestreserve), C28 (Fortschreibung), C29 (Zyklusbedingung)
Notwendigkeit	Zustandsvariable für Speicherdynamik.

$mode_s[z]$ – Speichermodus

Aspekt	Beschreibung
Wertebereich	$mode_s[z] \in \{0,1\}$
Bedeutung	1 = Speicher lädt, 0 = Speicher entlädt.
Reale Interpretation	Verhindert gleichzeitiges Laden und Entladen.
Vorkommen	C24 (Laden nur wenn mode_s=1), C25 (Entladen nur wenn mode_s=0)
Notwendigkeit	Physikalisch notwendig: Speicher kann nicht gleichzeitig laden und entladen

Weitere Details zu mode_s:

mode_s[z] kann ohne Funktionsverlust entfernt werden, solange:

- $nrt < 1$ bleibt
- Keine Einspeisung ins Netz möglich ist
- Keine negativen Strompreise existieren

Die Constraints C24 und C25 würden dann zu:

- $p_l_s[z] \leq p_s \forall z \in Z$
- $p_e_s[z] \leq p_s \forall z \in Z$

Das spart 96 Binärvariablen und beschleunigt den Solver.

4. Nebenbedingungen (Constraints)

Die Nebenbedingungen definieren den zulässigen Lösungsraum und erzwingen die Einhaltung physikalischer, logischer und betrieblicher Restriktionen.

4.1 LKW-Einsatz und Tourenzuweisung

C1: $\text{truck_used}[k] \leq \sum_{r \in R} a[r,k] \quad \forall k \in K$

Aspekt	Beschreibung
Mathematische Funktion	Obere Schranke für truck_used: Wenn keine Tour zugewiesen, dann truck_used ≤ 0.
Inhaltliche Bedeutung	Ein LKW kann nicht als "genutzt" gelten, wenn er keine Tour fährt.
Verhindertes Verhalten	Ohne C1 könnte truck_used[k]=1 gesetzt werden, obwohl k keine Tour fährt, was zu unbegründeten Fixkosten führen würde.
Notwendigkeit	Verknüpft die Einsatzentscheidung mit der tatsächlichen Tourenausführung.
Abhängigkeiten	Wirkt zusammen mit C2 als Äquivalenzbeziehung.

Kann man theoretisch durch C2 ersetzen, da C1 nur in eine Richtung abdeckt.

C2: $\sum_{r \in R} a[r,k] \leq |R| \times \text{truck_used}[k] \quad \forall k \in K$

Aspekt	Beschreibung
Mathematische Funktion	Wenn truck_used[k]=0, dann können keine Touren zugewiesen werden.
Inhaltliche Bedeutung	Tourenzuweisung erfordert, dass der LKW als genutzt markiert ist.
Verhindertes Verhalten	Ohne C2 könnten Touren einem "nicht genutzten" LKW zugeordnet werden, was die Fixkostenberechnung verfälschen würde.
Notwendigkeit	Erzwingt Konsistenz zwischen Einsatzstatus und Tourenzuordnung.
Abhängigkeiten	C1 und C2 zusammen: truck_used[k]=1 ⇔ $\sum a[r,k] \geq 1$

C3: $\sum_{k \in K} a[r,k] = 1 \quad \forall r \in R$

Aspekt	Beschreibung
Mathematische Funktion	Jede Tour wird genau einem LKW zugeordnet.
Inhaltliche Bedeutung	Vollständige Bedienung aller Transportaufträge ohne Doppelzuordnung.
Verhindertes Verhalten	Ohne C3: Touren könnten ignoriert werden (< 1) oder doppelt bedient werden (> 1).
Notwendigkeit	Fundamentale Tourenplanungsrestriktion; garantiert Vollständigkeit und Eindeutigkeit.
Abhängigkeiten	Basis für alle tourbezogenen Berechnungen.

C4: $\sum_{r \in R} \text{active}[r,z] \cdot a[r,k] \leq 1 \quad \forall k \in K, z \in Z$

Aspekt	Beschreibung
Mathematische Funktion	Höchstens eine aktive Tour pro LKW zu jedem Zeitpunkt.
Inhaltliche Bedeutung	Ein LKW kann nicht gleichzeitig zwei Touren fahren.
Verhindertes Verhalten	Ohne C4: Ein LKW könnte überlappenden Touren zugeordnet werden, was physikalisch unmöglich ist.
Notwendigkeit	Physikalische Grundrestriktion der Fahrzeugverfügbarkeit.
Abhängigkeiten	Nutzt active[r,z]; ermöglicht aber sequenzielle Touren ($a[r1,k]=1$ und $a[r2,k]=1$ wenn nicht überlappend).

4.2 Energieverbrauch und Ladezustand (E-LKWs)

C6: $\text{cons}[k,z] = \sum_{r \in R} \text{active}[r,z] \cdot a[r,k] \cdot (\text{dist}[r] \cdot \text{avgEv}_e[\text{type_k}[k]] / \text{dur}_z[r]) \quad \forall k: \text{type_k}[k] \in TE, z \in Z$

Aspekt	Beschreibung
Mathematische Funktion	Berechnet den Energieverbrauch eines E-LKW pro Intervall aus aktiven Touren.
Inhaltliche Bedeutung	Während einer Tour verbraucht der E-LKW gleichmäßig verteilt Energie proportional zur Distanz.
Verhindertes Verhalten	Ohne C6: Energieverbrauch wäre undefiniert; SOC-Bilanz wäre nicht möglich.
Notwendigkeit	Verknüpft Tourenaktivität mit Batterieentladung.
Abhängigkeiten	Speist in C8 (SOC-Fortschreibung) ein. Nutzt typabhängigen Parameter avgEv_e.

C8: $\text{soc}[k,z+1] = \text{soc}[k,z] - \text{cons}[k,z] + \sum_{l \in L} \text{real_p}[k,l,z] \cdot \text{delta_t} \quad \forall k: \text{type_k}[k] \in TE, z=1,\dots,95$

Aspekt	Beschreibung
Mathematische Funktion	SOC-Fortschreibungsgleichung: neuer SOC = alter SOC – Verbrauch + Ladung.
Inhaltliche Bedeutung	Energiebilanz der Batterie über die Zeit.
Verhindertes Verhalten	Ohne C8: SOC wäre zeitlich entkoppelt; keine konsistente Batterieverfolgung.
Notwendigkeit	Kernconstraint für E-Mobilität; verbindet alle Energieflüsse.
Abhängigkeiten	Nutzt cons[k,z] aus C6 und real_p aus Ladevorgängen. Faktor 0,25 = delta_t (15 min = 0,25 h).

Überprüft alle Ladesäulen, deshalb summiert er über alle I & 0,25, weil real_p in kWh angegeben ist

C9: $\text{soc}[k,z] \geq 0 \quad \forall k: \text{type_k}[k] \in \text{TE}, z=1,\dots,96$

Aspekt	Beschreibung
Mathematische Funktion	Untere Schranke für Ladezustand.
Inhaltliche Bedeutung	Batterie kann nicht negativ geladen sein (Tiefentladeschutz).
Verhindertes Verhalten	Ohne C9: Solver könnte "Schulden" bei der Batterie machen.
Notwendigkeit	Physikalische Grundrestriktion.
Abhängigkeiten	Wirkt mit C8 zusammen; erzwingt ausreichende Ladung vor Touren.

C10: $\text{soc}[k,z] \leq \text{soc_e}[\text{type_k}[k]] \quad \forall k: \text{type_k}[k] \in \text{TE}, z=1,\dots,96$

Aspekt	Beschreibung
Mathematische Funktion	Obere Schranke für Ladezustand = Batteriekapazität.
Inhaltliche Bedeutung	Batterie kann nicht über 100% geladen werden.
Verhindertes Verhalten	Ohne C10: Überladen wäre möglich, was unrealistisch ist.
Notwendigkeit	Physikalische Kapazitätsgrenze.
Abhängigkeiten	Nutzt typabhängigen Parameter soc_e (621 kWh bzw. 414 kWh).

C11: $\text{soc}[k,1] = \text{soc}[k,96] \quad \forall k: \text{type_k}[k] \in \text{TE}$

Aspekt	Beschreibung
Mathematische Funktion	Zyklusbedingung: Anfangs-SOC = End-SOC.
Inhaltliche Bedeutung	Der Tag endet mit dem gleichen Ladezustand wie er begonnen hat.
Verhindertes Verhalten	Ohne C11: Modell könnte Energie "aus dem Nichts" nutzen, indem es mit vollem Akku startet und leer endet.
Notwendigkeit	Stellt Nachhaltigkeit und Reproduzierbarkeit des Tagesablaufs sicher.
Abhängigkeiten	Schließt die SOC-Bilanz zu einem konsistenten Kreislauf.

4.3 Abfahrt-Indikator

C12: $\text{depart}[k,z] = \sum_{r \in R} \text{start_at}[r,z] \cdot a[r,k] \quad \forall k \in K, z \in Z \quad ||\text{Binär}$

Aspekt	Beschreibung
Mathematische Funktion	Definiert depart als Summe der Tourstarts, die k zugeordnet sind.
Inhaltliche Bedeutung	Markiert, wann ein LKW eine Tour beginnt und den Hof verlässt.
Verhindertes Verhalten	Ohne C12: depart wäre undefiniert; C31 könnte nicht formuliert werden.
Notwendigkeit	Hilfsvariable für die Abstecklogik (rechtzeitig vor Abfahrt abstecken).
Abhängigkeiten	Nutzt start_at[r,z]; wird in C31 verwendet.

4.4 Ladeinfrastruktur

C13: $\sum_{k \in K} \text{assign}[k,l,z] \leq y_{l[l]} \cdot cs_{l[l]} \quad \forall l \in L, z \in Z$

Aspekt	Beschreibung
Mathematische Funktion	Anzahl aktiv ladender LKWs \leq verfügbare Ladepunkte.
Inhaltliche Bedeutung	Nicht mehr LKWs können gleichzeitig laden als Ladepunkte vorhanden sind.
Verhindertes Verhalten	Ohne C13: Beliebig viele LKWs könnten an einer Säule laden.
Notwendigkeit	Physikalische Kapazitätsgrenze der Ladeinfrastruktur.
Abhängigkeiten	$y_{l[l]}$ aus Investitionsentscheidung; $cs_{l[l]} = 2$ Ladepunkte pro Säule.

Redundant da C14 & C32 schon überdeckt. Erklärung: Da man nur laden kann wenn man angesteckt ist (C32), und die Anzahl der angesteckten LKWs bereits begrenzt ist (C14), sind somit automatisch auch die ladenden LKWs begrenzt.

C14: $\sum_{k \in K} \text{plug}[k,l,z] \leq y_{l[l]} \cdot cs_{l[l]} \quad \forall l \in L, z \in Z$

Aspekt	Beschreibung
Mathematische Funktion	Anzahl angesteckter LKWs \leq verfügbare Ladepunkte.
Inhaltliche Bedeutung	Auch ohne aktives Laden belegen angesteckte LKWs Ladepunkte.
Verhindertes Verhalten	Ohne C14: Ladepunkte könnten überbelegt werden durch "parkendes Anstecken".
Notwendigkeit	Unterscheidet Belegung von aktivem Laden; wichtig für

	Standzeiten.
Abhängigkeiten	Analog zu C13, aber für plug statt assign.

Erzwungen durch C19 das nur E Autos plügen können

$$C15: \sum_{k \in K} real_p[k, l, z] \leq y_l[l] \cdot max_p_l[l] \quad \forall l \in L, z \in Z$$

Aspekt	Beschreibung
Mathematische Funktion	Gesamtladeleistung an Säulentyp $l \leq$ installierte Gesamtleistung.
Inhaltliche Bedeutung	Die Säulen können nicht mehr Leistung abgeben als technisch möglich.
Verhindertes Verhalten	Ohne C15: Leistung könnte beliebig hoch sein, unabhängig von Säulenkapazität.
Notwendigkeit	Physikalische Leistungsgrenze der Ladesäulen.
Abhängigkeiten	$max_p_l[l] = 50/200/400 \text{ kW}$ je nach Säulentyp.

$$C15.5: real_p[k, l, z] = 0 \quad \forall k: type_k[k] \in TD, l \in L, z \in Z$$

Aspekt	Beschreibung
Mathematische Funktion	Ladeleistung für Diesel-LKWs ist in jedem Intervall, an jeder Säule gleich null.
Inhaltliche Bedeutung	Diesel-LKWs können keine elektrische Energie aufnehmen – $real_p$ ist ausschließlich für E-LKWs relevant.
Verhindertes Verhalten	Ohne C15.5: Der Solver könnte Diesel-LKWs eine positive Ladeleistung zuweisen, was physikalisch unsinnig ist.
Notwendigkeit	Ergänzt C18/C19 und stellt sicher, dass auch die kontinuierliche Variable $real_p$ (nicht nur die binären assign/plug) für Diesel-LKWs ausgeschlossen wird. Wird in C22 benötigt, da dort über alle k summiert wird.
Abhängigkeiten	Ermöglicht in C22 die Summation über alle $k \in K$ ohne Einschränkung auf TE, d

$$C16: \sum_{l \in L} plug[k, l, z] \leq 1 \quad \forall k \in K, z \in Z$$

Aspekt	Beschreibung
Mathematische Funktion	Höchstens ein Säulentyp pro LKW zu jedem Zeitpunkt.
Inhaltliche Bedeutung	Ein LKW kann nicht gleichzeitig an zwei verschiedenen Säulen angesteckt sein.
Verhindertes Verhalten	Ohne C16: Ein LKW könnte an mehreren Säulen gleichzeitig laden.

Notwendigkeit	Physikalische Grundrestriktion (ein LKW hat ein Ladekabel).
Abhängigkeiten	Wirkt pro Fahrzeug über alle Säulentypen.

C17: $\text{real_p}[k,l,z] \leq \text{assign}[k,l,z] \cdot \text{max_p_e}[\text{type_k}[k]] \quad \forall k: \text{type_k}[k] \in TE, l \in L, z \in Z$
(Kann nicht mehr laden als vorgegeben)

Aspekt	Beschreibung
Mathematische Funktion	Ladeleistung \leq maximale Ladeleistung des E-LKW-Typs (wenn zugewiesen).
Inhaltliche Bedeutung	Die Ladeleistung ist durch den LKW-Onboardlader begrenzt.
Verhindertes Verhalten	Ohne C17: LKW könnte schneller laden als sein Bordlader erlaubt.
Notwendigkeit	LKW-seitige Leistungsgrenze (zusätzlich zur Säulgrenze C15).
Abhängigkeiten	$\text{max_p_e} = 400 \text{ kW}$ für beide E-LKW-Typen; $\text{assign}=0 \Rightarrow \text{real_p}=0$.

C18: $\text{assign}[k,l,z] = 0 \quad \forall k: \text{type_k}[k] \in TD, l \in L, z \in Z$

Aspekt	Beschreibung
Mathematische Funktion	Diesel-LKWs können nicht aktiv laden.
Inhaltliche Bedeutung	Nur E-LKWs nutzen die Ladeinfrastruktur.
Verhindertes Verhalten	Ohne C18: Diesel-LKWs könnten fälschlich Ladezuweisungen erhalten.
Notwendigkeit	Logische Trennung der Antriebsarten.
Abhängigkeiten	Komplementär zu C19.

Redundant durch C19 & C32. Wenn Diesel nicht angesteckt sein darf (C19: $\text{plug} = 0$), und man nur laden kann wenn angesteckt (C32: $\text{assign} \leq \text{plug}$), dann kann Diesel auch nicht laden ($\text{assign} = 0$).

C19: $\text{plug}[k,l,z] = 0 \quad \forall k: \text{type_k}[k] \in TD, l \in L, z \in Z$

Aspekt	Beschreibung
Mathematische Funktion	Diesel-LKWs können nicht angesteckt sein.
Inhaltliche Bedeutung	Diesel-LKWs belegen keine Ladepunkte.
Verhindertes Verhalten	Ohne C19: Diesel-LKWs könnten Ladepunkte blockieren.
Notwendigkeit	Verhindert Ressourcenverschwendungen durch Diesel-LKWs.
Abhängigkeiten	Komplementär zu C18.

Basis für C14 (alle k) und ersetzt C18 (mit C32)

$$C20: \sum_{l \in L} \text{plug}[k, l, z] \leq 1 - \sum_{r \in R} \text{active}[r, z] \cdot a[r, k] \quad \forall k \in K, z \in Z$$

Aspekt	Beschreibung
Mathematische Funktion	Wenn eine Tour aktiv ist (rechte Seite = 0), dann plug = 0.
Inhaltliche Bedeutung	Ein LKW kann nicht gleichzeitig unterwegs sein und an einer Ladesäule stehen.
Verhindertes Verhalten	Ohne C20: LKW könnte während der Fahrt als "angesteckt" gelten.
Notwendigkeit	Physikalische Grundrestriktion der Fahrzeugverfügbarkeit.
Abhängigkeiten	Nutzt active[r, z] und a[r, k].

$$C32: \text{assign}[k, l, z] \leq \text{plug}[k, l, z] \quad \forall k \in K, l \in L, z \in Z$$

Aspekt	Beschreibung
Mathematische Funktion	Aktives Laden erfordert Angestecktsein.
Inhaltliche Bedeutung	Um zu laden, muss das Kabel eingesteckt sein.
Verhindertes Verhalten	Ohne C32: assign=1 wäre möglich ohne plug=1 (Laden ohne Kabel).
Notwendigkeit	Logische Implikation zwischen Belegung und Laden.
Abhängigkeiten	Verknüpft assign und plug; ermöglicht plug=1 mit assign=0 (angesteckt, aber nicht ladend).

$$C33: \sum_{l \in L} y_{l[l]} \leq N_{\max}$$

Aspekt	Beschreibung
Mathematische Funktion	Gesamtanzahl Ladesäulen ≤ 3 .
Inhaltliche Bedeutung	Platzbeschränkung oder Budgetlimit für Ladeinfrastruktur.
Verhindertes Verhalten	Ohne C33: Beliebig viele Säulen könnten installiert werden.
Notwendigkeit	Modelliert physische oder finanzielle Beschränkungen.
Abhängigkeiten	Begrenzt die Investitionsentscheidung $y_{l[l]}$.

4.5 Stecker- und Abfahrt-Logik

C30: $\text{plug}[k,l,z] - \text{plug}[k,l,z+1] \leq \text{unplug_ok}[z] \quad \forall k \in K, l \in L, z = 1, \dots, 95$

Aspekt	Beschreibung
Mathematische Funktion	Wechsel von plug=1 zu plug=0 nur wenn unplug_ok=1.
Inhaltliche Bedeutung	Abstecken nur erlaubt, wenn Personal verfügbar ist (tagsüber).
Verhindertes Verhalten	Ohne C30: LKWs könnten nachts abgesteckt werden, wenn niemand da ist.
Notwendigkeit	Modelliert betriebliche Personalrestriktion.
Abhängigkeiten	Nutzt unplug_ok[z]; Z_night führt zu unplug_ok=0.

C31: $\text{plug}[k,l,z] \leq 1 - \text{depart}[k,z+1] \quad \forall k \in K, l \in L, z = 1, \dots, 95$

Aspekt	Beschreibung
Mathematische Funktion	Wenn im nächsten Intervall eine Abfahrt ist, darf jetzt nicht angesteckt sein.
Inhaltliche Bedeutung	LKW muss vor Tourstart abgesteckt sein.
Verhindertes Verhalten	Ohne C31: LKW könnte mit eingestecktem Kabel losfahren.
Notwendigkeit	Zeitliche Koordination zwischen Laden und Fahren.
Abhängigkeiten	Nutzt depart[k,z+1] aus C12.

4.6 Netzanschluss und Leistung

C21: $\text{p_grid}[z] \leq \text{p_grid_max} + 500 \cdot u \quad \forall z \in Z$

Aspekt	Beschreibung
Mathematische Funktion	Netzbezug $\leq 500 \text{ kW}$ (ohne Upgrade) oder 1000 kW (mit Upgrade).
Inhaltliche Bedeutung	Netzanschlusskapazität begrenzt die gleichzeitige Ladeleistung.
Verhindertes Verhalten	Ohne C21: Beliebig hoher Netzbezug wäre möglich.
Notwendigkeit	Physikalische Netzanschlussgrenze; optional erweiterbar.
Abhängigkeiten	$u=1$ erhöht Kapazität auf 1000 kW ; kostet 10.000 € (C_grid_trafo).

$$C22: p_{grid}[z] = \sum_{k \in K} \sum_{l \in L} real_p[k, l, z] + p_{l_s}[z] - p_{e_s}[z] \quad \forall z \in Z$$

Aspekt	Beschreibung
Mathematische Funktion	Netzbezug = LKW-Ladung + Speicherladung – Speicherentladung.
Inhaltliche Bedeutung	Energiebilanz am Netzanschlusspunkt.
Verhindertes Verhalten	Ohne C22: Netzbezug wäre von Ladevorgängen entkoppelt.
Notwendigkeit	Verknüpft alle Energieflüsse mit dem Netz.
Abhängigkeiten	Speicher kann Netzbezug reduzieren (p_{e_s}) oder erhöhen (p_{l_s}).

15.5 deckt das Type TE Problem ab

$$C23: p_{grid}[z] \leq p_{peak} \quad \forall z \in Z$$

Aspekt	Beschreibung
Mathematische Funktion	Definiert p_{peak} als Maximum über alle $p_{grid}[z]$.
Inhaltliche Bedeutung	Die Spitzenleistung ist mindestens so hoch wie jeder einzelne Netzbezug.
Verhindertes Verhalten	Ohne C23: p_{peak} wäre nicht an tatsächliche Maxima gebunden.
Notwendigkeit	Ermöglicht Leistungskostenberechnung ($cPeak \cdot p_{peak}$).
Abhängigkeiten	Solver minimiert p_{peak} wegen Kostenimplikation.

15.5 deckt das Type TE Problem ab

4.7 Stationärer Speicher

$$C24: p_{l_s}[z] \leq mode_s[z] \cdot p_s \quad \forall z \in Z$$

Aspekt	Beschreibung
Mathematische Funktion	Speicherladung nur wenn $mode_s=1$; begrenzt durch Nennleistung.
Inhaltliche Bedeutung	Speicher lädt nur im Lademodus und maximal mit Nennleistung.
Verhindertes Verhalten	Ohne C24: Speicher könnte im Entlademodus laden oder überlastet werden.
Notwendigkeit	Physikalische Leistungsgrenze und Modustrennung.
Abhängigkeiten	Wirkt mit C25 zusammen zur Modustrennung.

C25: $p_e_s[z] \leq (1 - mode_s[z]) \cdot p_s \quad \forall z \in Z$

Aspekt	Beschreibung
Mathematische Funktion	Speicherentladung nur wenn mode_s=0; begrenzt durch Nennleistung.
Inhaltliche Bedeutung	Speicher entlädt nur im Entlademodus und maximal mit Nennleistung.
Verhindertes Verhalten	Ohne C25: Speicher könnte im Lademodus entladen oder überlastet werden.
Notwendigkeit	Physikalische Leistungsgrenze und Modustrennung.
Abhängigkeiten	C24 und C25 zusammen: nie gleichzeitig Laden und Entladen.

Umkehrfunktion von C24

C26: $soc_s[z] \leq q_s \quad \forall z \in Z$

Aspekt	Beschreibung
Mathematische Funktion	Speicherfüllstand \leq Kapazität.
Inhaltliche Bedeutung	Speicher kann nicht über 100% gefüllt werden.
Verhindertes Verhalten	Ohne C26: Überladen des Speichers wäre möglich.
Notwendigkeit	Physikalische Kapazitätsgrenze.
Abhängigkeiten	q_s ist Entscheidungsvariable (Investition).

C27: $soc_s[z] \geq dod \cdot q_s \quad \forall z \in Z$

Aspekt	Beschreibung
Mathematische Funktion	Speicherfüllstand \geq 2,5% der Kapazität.
Inhaltliche Bedeutung	Mindestreserve zum Schutz der Batterie (Tiefentladeschutz).
Verhindertes Verhalten	Ohne C27: Vollständige Entladung würde Batterie schädigen.
Notwendigkeit	Batterietechnische Anforderung für Lebensdauer.
Abhängigkeiten	dod = 0,025 (2,5%).

$$\text{C28: } \text{soc_s}[z+1] = \text{soc_s}[z] + p_{\text{l}}\text{s}[z] \cdot \Delta t - (1/nrt) \cdot p_{\text{e}}\text{s}[z] \cdot \Delta t \quad \forall z=1,\dots,95$$

Aspekt	Beschreibung
Mathematische Funktion	SOC-Fortschreibung mit Verlusten beim Entladen ($1/nrt \approx 1,02$).
Inhaltliche Bedeutung	Beim Entladen gehen 2% Energie verloren (Round-Trip-Effizienz 98%).
Verhindertes Verhalten	Ohne C28: Speicher-SOC wäre zeitlich inkonsistent.
Notwendigkeit	Energiebilanz des Speichers über die Zeit.
Abhängigkeiten	$nrt = 0,98$; $\Delta t = 0,25$ h.

$$\text{C29: } \text{soc_s}[1] = \text{soc_s}[96]$$

Aspekt	Beschreibung
Mathematische Funktion	Zyklusbedingung: Speicher endet wie er begonnen hat.
Inhaltliche Bedeutung	Tägliche Reproduzierbarkeit des Speicherzustands.
Verhindertes Verhalten	Ohne C29: Modell könnte Speicherenergie "verbrauchen" ohne sie zurückzugeben.
Notwendigkeit	Analog zu C11 für E-LKW-Batterien.
Abhängigkeiten	Schließt die Speicher-Energiebilanz.

5. Zielfunktion

Das Modell minimiert die jährlichen Gesamtkosten. Die Zielfunktion aggregiert alle relevanten Kostenkomponenten und subtrahiert Erlöse:

$$\min C_{\text{total}} = C_{\text{trucks}} + C_{\text{chargers}} + C_{\text{grid_trafo}} + C_{\text{storage}} + C_{\text{electricity}} + C_{\text{diesel_var}} - C_{\text{revenue}}$$

5.1 Kostenkomponenten im Detail

C_trucks – LKW-Fixkosten (jährlich)

Aspekt	Beschreibung
Formel	$C_{\text{trucks}} = \sum_{k \in K} \text{truck_used}[k] \times (\text{cap}_{\text{type_k}[k]} + \text{opx}_{\text{type_k}[k]} + \text{kfz_d}_{\text{type_k}[k]})$
Bedeutung	Jährliche Fixkosten für alle eingesetzten LKWs, bestehend aus Leasingkosten, Wartungskosten und (nur bei Diesel) KFZ-Steuer.
Diesel-Komponenten	$\text{cap} (24.000 \text{ €/a}) + \text{opx} (6.000 \text{ €/a}) + \text{kfz_d} (556 \text{ €/a}) = 30.556 \text{ €/a}$ pro Diesel-LKW
Elektro-Komponenten	eActros600: $\text{cap} (60.000 \text{ €/a}) + \text{opx} (6.000 \text{ €/a}) = 66.000 \text{ €/a}$ eActros400: $\text{cap} (50.000 \text{ €/a}) + \text{opx} (5.000 \text{ €/a}) = 55.000 \text{ €/a}$
Optimierungsanreiz	Minimierung der Flottengröße; Abwägung zwischen günstigeren Diesel-LKWs und teureren E-LKWs (die aber bei anderen Kostenkomponenten Vorteile haben).
Verknüpfte Variablen	truck_used[k], type_k[k]

C_chargers – Ladeinfrastruktur-Fixkosten (jährlich)

Aspekt	Beschreibung
Formel	$C_{\text{chargers}} = \sum_{l \in L} y_{\text{l}[l]} \cdot (\text{cap}_{\text{l}[l]} + \text{opx}_{\text{l}[l]})$
Bedeutung	Jährliche Kosten für Ladesäulen, bestehend aus Leasing und Wartung.
Alpitronic-50	$\text{cap}_{\text{l}} (3.000 \text{ €/a}) + \text{opx}_{\text{l}} (1.000 \text{ €/a}) = 4.000 \text{ €/a}$ pro Säule
Alpitronic-200	$\text{cap}_{\text{l}} (10.000 \text{ €/a}) + \text{opx}_{\text{l}} (1.500 \text{ €/a}) = 11.500 \text{ €/a}$ pro Säule
Alpitronic-400	$\text{cap}_{\text{l}} (16.000 \text{ €/a}) + \text{opx}_{\text{l}} (2.000 \text{ €/a}) = 18.000 \text{ €/a}$ pro Säule
Optimierungsanreiz	Minimierung der Säulenanzahl und -kosten; Abwägung zwischen schnellen (teuren) und langsamen (günstigen)

	Säulen.
Verknüpfte Variablen	y_I[I]

C_grid_trafo – Netzanschluss-Upgrade (Einmalkosten)

Aspekt	Beschreibung
Formel	$C_{grid_trafo} = 10.000 \cdot u$
Bedeutung	Einmalige Investitionskosten für die Erweiterung des Netzanschlusses von 500 kW auf 1000 kW.
Auslöser	$u = 1$ wenn das Modell entscheidet, dass die zusätzliche Kapazität benötigt wird.
Optimierungsanreiz	Vermeidung des Upgrades durch Lastmanagement, zeitliche Verschiebung der Ladevorgänge oder Speichereinsatz – nur wenn der Nutzen die 10.000 € überwiegt.
Hinweis	Dies sind Einmalkosten, während alle anderen Komponenten Jahreskosten sind. Für eine korrekte Vergleichbarkeit müssten diese Kosten eigentlich annualisiert werden.
Verknüpfte Variablen	u

C_storage – Stationärer Speicher (jährlich)

Aspekt	Beschreibung
Formel	$C_{storage} = (1 + opx_s) \cdot (capP_s \cdot p_s + capQ_s \cdot q_s)$ $= 1,02 \cdot (30 \cdot p_s + 350 \cdot q_s)$
Bedeutung	Jährliche Kapital- und Betriebskosten des stationären Batteriespeichers.
Leistungskosten	$capP_s = 30 \text{ €/kW}\cdot\text{a}$ – Kosten pro kW installierter Speicherleistung
Kapazitätskosten	$capQ_s = 350 \text{ €/kWh}\cdot\text{a}$ – Kosten pro kWh installierter Speicherkapazität
Betriebskosten	$opx_s = 0,02$ (2%) – Aufschlag auf die Kapitalkosten für Wartung und Betrieb
Optimierungsanreiz	Speicher nur installieren, wenn die eingesparten Leistungskosten (Peak-Shaving) die Speicherkosten überwiegen.
Verknüpfte Variablen	p_s, q_s

C_electricity – Stromkosten (jährlich)

Aspekt	Beschreibung
Formel	$C_{\text{electricity}} = c_{\text{gr}} + c_{\text{Peak}} \cdot p_{\text{peak}} + 260 \cdot c_e \cdot \sum_{z \in Z} p_{\text{grid}[z]} \cdot \Delta t$
Bedeutung	Jährliche Stromkosten, bestehend aus drei Komponenten: Grundgebühr, Leistungspreis und Arbeitspreis.
Grundgebühr	$c_{\text{gr}} = 1.000 \text{ €/a}$ – Fixer Jahresbetrag unabhängig vom Verbrauch
Leistungspreis	$c_{\text{Peak}} \cdot p_{\text{peak}} = 150 \text{ €/kW}\cdot\text{a} \times p_{\text{peak}}$ – Kosten für die maximale Bezugsleistung
Arbeitspreis	$260 \cdot c_e \cdot \sum p_{\text{grid}[z]} \cdot \Delta t = 260 \cdot 0,25 \text{ €/kWh} \cdot \text{Tagesverbrauch}$ – Kosten pro verbrauchter kWh, hochgerechnet auf 260 Arbeitstage
Optimierungsanreiz	Starker Anreiz zur Reduktion der Spitzenleistung (Peak-Shaving) durch den Leistungspreis von 150 €/kW. Gleichmäßige Lastverteilung ist wirtschaftlich vorteilhaft.
Verknüpfte Variablen	$p_{\text{peak}}, p_{\text{grid}[z]}$

C_diesel_var – Variable Dieselkosten (jährlich)

Aspekt	Beschreibung
Formel	$C_{\text{diesel, var}} = 260 \cdot \sum_{r \in R} \sum_{k \in K} a[r,k] \cdot (c_m_d \cdot mDist[r] + c_{\text{diesel}} \cdot (dist[r] / 100) \cdot avgDv_d[type_k[k]])$
Bedeutung	Jährliche variable Kosten für Diesel-LKWs, bestehend aus Mautkosten und Kraftstoffkosten.
Mautkosten	$c_m_d \cdot mDist[r] = 0,34 \text{ €/km} \times \text{mautpflichtige Kilometer pro Tour}$
Kraftstoffkosten	$c_{\text{diesel}} \cdot dist[r] \cdot avgDv_d / 100 = 1,50 \text{ €/L} \times \text{Distanz} \times \text{Verbrauch (0,26 L/100km)}$
Jahreshochrechnung	Faktor 260 für Arbeitstage pro Jahr
Optimierungsanreiz	E-LKWs vermeiden Maut- und Dieselkosten vollständig. Je länger und mautintensiver eine Tour, desto attraktiver wird die Elektrifizierung.
Verknüpfte Variablen	$a[r,k], type_k[k]$

C_revenue – THG-Quotenerlös (jährlich, negativ)

Aspekt	Beschreibung
Formel	$C_{\text{revenue}} = \sum_{k \in K} \text{truck_used}[k] \times \text{thg_e}[\text{type_k}[k]]$
Bedeutung	Jährliche Einnahmen aus dem Handel mit Treibhausgasquoten für E-LKWs.
Erlös pro E-LKW	$\text{thg_e} = 1.000 \text{ €/a}$ für beide E-LKW-Typen (eActros600 und eActros400)
Wirkung	Wird von den Gesamtkosten subtrahiert, reduziert also die effektiven Kosten der E-LKWs.
Optimierungsanreiz	Zusätzlicher wirtschaftlicher Vorteil für E-LKWs; macht die Elektrifizierung attraktiver.
Verknüpfte Variablen	<code>truck_used[k], type_k[k]</code>

Code Details:

Der Code nutzt getrennte Parameter für TD und TE und summiert in der Zielfunktion separat über beide Typmengen – das erreicht das gleiche Ergebnis wie die vereinheitlichte Parameterstruktur, nur auf andere Weise umgesetzt-

— Ende der Dokumentation —

Diese Dokumentation basiert ausschließlich auf den Aufgaben unseres Dozenten Alex Kressner.
Keine externen Annahmen oder Implementierungsdetails wurden hinzugefügt.