VOLLSTÄNDIGES MILP-OPTIMIERUNGSMODELL

---

1 INDEXMENGEN

R = {t-4, t-5, t-6, s-1, s-2, s-3, s-4, w1, w2, w3, w4, w5, w6, w7, r1, r2, r3, h3, h4, k1}
→ Menge der Touren

K = {1, 2, 3, 4, 5}
→ Menge der LKWs

TD = {ActrosL}
→ Menge der Diesel-LKW-Typen

TE = {eActros600, eActros400}
→ Menge der Elektro-LKW-Typen

L = {Alpitronic-50, Alpitronic-200, Alpitronic-400}
→ Menge der Ladesäulentypen

Z = {1, ..., 96}
→ Zeitintervalle eines Tages (je 15 Minuten)

Z_day = {25, ..., 72}
→ Tagzeit (06:00–17:45 Uhr)

Z_night = Z \ Z_day
→ Nachtzeit (18:00–05:45 Uhr)

rAfter[z] = {r ∈ R | s_r(r) > z}
→ Menge der Touren, die nach Zeitpunkt z starten

---

2 PARAMETER

Tourenparameter

dist[r] ∈ $\mathbb{R}_+$
→ Gesamtdistanz der Tour r (km)

mDist[r] ∈ $\mathbb{R}_+$
→ Mautpflichtige Distanz der Tour r (km)

start[r]
→ Startzeit der Tour r (Uhrzeit, nur Eingabedaten)

end[r]
→ Endzeit der Tour r (Uhrzeit, nur Eingabedaten)

s_r(r) ∈ Z
→ Startintervall der Tour r

e_r(r) ∈ Z
→ Endintervall der Tour r

dur_z[r] = e_r(r) – s_r(r)
→ Dauer der Tour r in Zeitintervallen

start_at[r,z] ∈ {0,1}
→ = 1 ⇔ z = s_r(r), sonst 0 #1 zu dem Zeitpunkt s_r

end_at[r,z] ∈ {0,1}
→ = 1 ⇔ z = e_r(r), sonst 0

active[r,z] ∈ {0,1}
→ = 1 ⇔ s_r(r) ≤ z < e_r(r), sonst 0

Diesel-LKW-Parameter

cap_d[type] ∈ $\mathbb{R}_+$
→ Leasingkosten Diesel-LKW (€/Jahr)

opx_d[type] ∈ $\mathbb{R}_+$
→ Wartungskosten Diesel-LKW (€/Jahr)

kfz_d[type] ∈ $\mathbb{R}_+$
→ KFZ-Steuer Diesel-LKW (€/Jahr)

avgDv_d[type] ∈ $\mathbb{R}_+$
→ Durchschnittlicher Dieselverbrauch (Liter/km)

c_diesel = 1.68
→ Dieselpreis (€/Liter)

c_m_d = 0.34
→ Mautkosten (€/km)

Elektro-LKW-Parameter

cap_e[type] ∈ $\mathbb{R}_+$
→ Leasingkosten E-LKW (€/Jahr)

opx_e[type] ∈ $\mathbb{R}_+$
→ Wartungskosten E-LKW (€/Jahr)

avgEv_e[type] ∈ $\mathbb{R}_+$
→ Durchschnittlicher Energieverbrauch (kWh/km)

soc_e[type] ∈ $\mathbb{R}_+$
→ Batteriekapazität (kWh)

max_p_e[type] ∈ $\mathbb{R}_+$
→ Maximale Ladeleistung des E-LKW-Typs (kW)
→ max_p_e[ActrosL] = 0 (verhindert, dass Diesel-LKWs laden)

thg_e[type] ∈ $\mathbb{R}_+$
→ THG-Erlöse (€/Jahr)

LKW-Typzuordnung

type_k[k] ∈ TD ∪ TE
→ Zuordnung von LKW k zu einem Typ

Ladesäulenparameter

cap_l[l] $\in \mathbb{R}_+$
→ Leasingkosten Ladesäule (€/Jahr)

opx_l[l] $\in \mathbb{R}_+$
→ Wartungskosten Ladesäule (€/Jahr)

max_p_l[l] $\in \mathbb{R}_+$
→ Maximale Ladeleistung der Säule (kW)

cs_l[l] $\in \mathbb{N}$
→ Anzahl Ladepunkte pro Säule

Nmax = 3
→ Maximale Anzahl Ladesäulen pro Standort

Netz- und Speicherparameter

p_grid_max = 500
→ Maximale Netzanschlussleistung ohne Trafo (kW)

capP_s = 30
→ Spezifische Kosten Speicherleistung (€/(kW·a))

capQ_s = 350
→ Spezifische Kosten Speicherkapazität (€/(kWh·a))

opx_s = 0.02
→ Opex-Faktor Speicher (2% von Capex)

nrt = 0.98
→ Round-Trip-Effizienz des Speichers

dod = 0.025
→ Depth of Discharge (Mindestreserve 2.5%)

c_e = 0.25
→ Arbeitspreis Strom (€/kWh)

c_gr = 1000
→ Grundgebühr Strom (€/Jahr)

cPeak = 150
→ Leistungspreis (€/(kW·a))

Zeitparameter

delta_t = 0.25
→ Dauer eines Zeitintervalls (Stunden)

hour(z) = $(z - 1) \cdot 0.25$
→ Umrechnung Intervall in Uhrzeit

z6 = 25
→ Intervall für 06:00 Uhr

Hilfsvariablen

M = 10000
→ Big-M-Parameter für logische Implikationen

Abgeleitete Parameter

e_bedarf_r[r,k] = dist[r] · avgEv_e[type_k[k]]
→ Energiebedarf von LKW k für Tour r (kWh)
→ Nur definiert für k ∈ K mit type_k[k] ∈ TE

unplug_ok[z] ∈ {0,1}
→ = 1, wenn z ∈ Z_day
→ = 1, wenn z+1 = z6
→ = 0, wenn z ∈ Z_night (außer z+1 = z6)

3️⃣ ENTSCHEIDUNGSVARIABLEN

Zuordnung & Bewegung

a[r,k] ∈ {0,1} ∀r ∈ R, ∀k ∈ K
→ Tour r wird von LKW k gefahren

depart[k,z] ∈ {0,1} ∀k ∈ K, ∀z ∈ Z
→ LKW k startet im Intervall z zu einer Tour

arrive[k,z] ∈ {0,1} ∀k ∈ K, ∀z ∈ Z
→ LKW k kehrt im Intervall z von einer Tour zurück

has_future[k,z] ∈ {0,1} ∀k ∈ K, ∀z ∈ Z_night
→ LKW k hat mindestens eine Tour nach Zeitpunkt z

next[r,k,z] ∈ {0,1} ∀r ∈ R, ∀k ∈ K, ∀z ∈ Z_night
→ Tour r ist die zeitlich nächste Tour von LKW k nach Zeitpunkt z

Laden

assign[k,l,z] ∈ {0,1} ∀k ∈ K, ∀l ∈ L, ∀z ∈ Z
→ LKW k lädt aktiv an Säule l im Intervall z

LKW an Ladesäule zu der Zeit lädt

plug[k,l,z] ∈ {0,1} ∀k ∈ K, ∀l ∈ L, ∀z ∈ Z
→ LKW k ist physisch an Säule l angesteckt (auch ohne aktives Laden)

LKW an der Ladesäule angesteckt aber nicht lädt

real_p[k,l,z] ≥ 0 ∀k ∈ K, ∀l ∈ L, ∀z ∈ Z
→ Tatsächliche Ladeleistung (kW)

y_l[l] ∈ $\mathbb{N}_0$ ∀l ∈ L
→ Anzahl installierter Ladesäulen vom Typ l

Energiezustände

soc[k,z] ≥ 0 ∀k ∈ K mit type_k[k] ∈ TE, ∀z ∈ Z
→ Batterieladezustand von E-LKW k im Intervall z (kWh)

need_charge[k,z] $\in \{0,1\}\ \forall k \in K$ mit type_k[k] $\in$ TE, $\forall z \in$ Z_night
→ LKW k muss im Intervall z geladen werden

enough[k,z] $\in \{0,1\}\ \forall k \in K$ mit type_k[k] $\in$ TE, $\forall z \in$ Z_night
→ Ladezustand von LKW k reicht für nächste Tour

Speicherbetrieb

p_s ≥ 0
→ Speicherleistung (kW)

q_s ≥ 0
→ Speicherkapazität (kWh)

p_l_s[z] $\geq 0\ \forall z \in Z$
→ Speicher lädt aus dem Netz im Intervall z (kW)

p_e_s[z] $\geq 0\ \forall z \in Z$
→ Speicher entlädt im Intervall z (kW)

soc_s[z] $\geq 0\ \forall z \in Z$
→ Füllstand des Speichers im Intervall z (kWh)

mode_s[z] $\in \{0,1\}\ \forall z \in Z$
→ Speichermodus (1 = Laden, 0 = Entladen)

Netz

p_grid[z] $\geq 0\ \forall z \in Z$
→ Netzbezugsleistung im Intervall z (kW)

p_peak ≥ 0
→ Maximale Netzbezugsleistung (kW)

u $\in \{0,1\}$
→ Trafo-Entscheidung (1 = installiert, 0 = nicht installiert)

4️⃣ BERECHNETE VARIABLEN

cons[k,z] $\forall k \in K, \forall z \in Z$
→ Energieverbrauch von LKW k im Intervall z (kW)

Für k ∈ K mit type_k[k] ∈ TE:

cons[k,z] = Σ_{r∈R} active[r,z] · a[r,k] · (dist[r] · avgEv_e[type_k[k]] / dur_z[r])

Für k ∈ K mit type_k[k] ∈ TD:

cons[k,z] = 0

e_next[k,z] $\forall k \in K$ mit type_k[k] $\in$ TE, $\forall z \in$ Z_night
→ Energiebedarf der nächsten Tour von LKW k nach Zeitpunkt z (kWh)

e_next[k,z] = Σ_{r∈rAfter[z]} next[r,k,z] · e_bedarf_r[r,k]

---

5 NEBENBEDINGUNGEN

5.1 Tour-Zuordnung

(NB1) Jede Tour wird genau einem LKW zugeordnet:

$\Sigma_{k\in K} a[r,k] = 1 \quad \forall r \in R$

(NB2) Jede Tour startet genau einmal:

$\Sigma_{z\in Z} start\_at[r,z] = 1 \quad \forall r \in R$

(NB3) Jede Tour endet genau einmal:

$\Sigma_{z\in Z} end\_at[r,z] = 1 \quad \forall r \in R$

5.2 LKW-Bewegungslogik

(NB4) LKW kann nicht zwei Touren gleichzeitig fahren:

$\Sigma_{r\in R} active[r,z] \cdot a[r,k] \leq 1 \quad \forall k \in K, \forall z \in Z$ #deckt NB5 ab und potenziell auch NB2 und NB3

(NB5) Kein gleichzeitiges Ankommen zweier Touren:

$\Sigma_{r\in R} end\_at[r,z] \cdot a[r,k] \leq 1 \quad \forall k \in K, \forall z \in Z$

(NB6) Definition depart:

$depart[k,z] = \Sigma_{r\in R} start\_at[r,z] \cdot a[r,k] \quad \forall k \in K, \forall z \in Z$

(NB7) Definition arrive:

$arrive[k,z] = \Sigma_{r\in R} end\_at[r,z] \cdot a[r,k] \quad \forall k \in K, \forall z \in Z$

5.3 Zukunftstouren-Logik

(NB8) has_future nur wenn Touren nach z existieren:

$has\_future[k,z] \leq \Sigma_{r\in rAfter[z]} a[r,k] \quad \forall k \in K, \forall z \in Z\_night$

(NB9) has_future muss gesetzt sein, wenn Touren existieren:

$\Sigma_{r\in rAfter[z]} a[r,k] \geq has\_future[k,z] \quad \forall k \in K, \forall z \in Z\_night$

(NB10) Obere Schranke für Tourenanzahl:

$\Sigma_{r\in rAfter[z]} a[r,k] \leq |rAfter[z]| \cdot has\_future[k,z] \quad \forall k \in K, \forall z \in Z\_night$

(NB11) Genau eine nächste Tour bei Ankunft mit Zukunftstouren:

$\Sigma_{r\in rAfter[z]} next[r,k,z] = arrive[k,z] \cdot has\_future[k,z] \quad \forall k \in K, \forall z \in Z\_night$

(NB12) next nur wenn Tour zugeordnet:

$next[r,k,z] \leq a[r,k] \quad \forall r \in R, \forall k \in K, \forall z \in Z\_night$

(NB13) next=0 für Touren, die nicht nach z starten:

$next[r,k,z] = 0 \quad \forall r \notin rAfter[z], \forall k \in K, \forall z \in Z\_night$

(NB14) next ist wirklich die zeitlich nächste Tour:

$next[r,k,z] \leq 1 - \Sigma_{r'\in R:\, z < s\_r(r') < s\_r(r)} next[r',k,z] \quad \forall r \in R, \forall k \in K, \forall z \in Z\_night$

5.4 Energie-Dynamik E-LKW

(NB15) SOC-Dynamik (für E-LKWs):

$$soc[k,z+1] = soc[k,z] - cons[k,z] + \Sigma_{l \in L}\ real\_p[k,l,z] \cdot 0.25$$

$\forall k \in K$ mit $type\_k[k] \in TE$, $\forall z = 1,...,95$

(NB16) SOC-Untergrenze:

$soc[k,z] \geq 0 \quad \forall k \in K$ mit $type\_k[k] \in TE$, $\forall z \in Z$

(NB17) SOC-Obergrenze:

$soc[k,z] \leq soc\_e[type\_k[k]] \quad \forall k \in K$ mit $type\_k[k] \in TE$, $\forall z \in Z$

(NB18) Start mit vollem Akku:

$soc[k,1] = soc\_e[type\_k[k]] \quad \forall k \in K$ mit $type\_k[k] \in TE$

(NB19) Ende mit vollem Akku:

$soc[k,96] = soc\_e[type\_k[k]] \quad \forall k \in K$ mit $type\_k[k] \in TE$

(NB20) Gesamtenergie mindestens so viel wie Verbrauch:

$$\Sigma_{l \in L}\ \Sigma_{z \in Z}\ real\_p[k,l,z] \cdot 0.25 \geq \Sigma_{r \in R}\ a[r,k] \cdot dist[r] \cdot avgEv\_e[type\_k[k]]$$

$\forall k \in K$ mit $type\_k[k] \in TE$

5.5 Lade-Logik

(NB21) Ladeleistung begrenzt durch LKW und Zuweisung:

$real\_p[k,l,z] \leq assign[k,l,z] \cdot max\_p\_e[type\_k[k]] \quad \forall k \in K, \forall l \in L, \forall z \in Z$

(NB22) Nur angesteckte LKWs können laden:

$assign[k,l,z] \leq plug[k,l,z] \quad \forall k \in K, \forall l \in L, \forall z \in Z$

(NB23) LKW nur an einer Säule gleichzeitig angesteckt:

$\Sigma_{l \in L}\ plug[k,l,z] \leq 1 \quad \forall k \in K, \forall z \in Z$

(NB24) Diesel-LKWs dürfen nicht laden:

$assign[k,l,z] = 0 \quad \forall k \in K$ mit $type\_k[k] \in TD$, $\forall l \in L, \forall z \in Z$

(NB25) Diesel-LKWs können nicht angesteckt werden:

$plug[k,l,z] = 0 \quad \forall k \in K$ mit $type\_k[k] \in TD$, $\forall l \in L, \forall z \in Z$

(NB26) Nicht gleichzeitig laden und fahren:

$\Sigma_{l \in L}\ plug[k,l,z] \leq 1 - \Sigma_{r \in R}\ active[r,z] \cdot a[r,k] \quad \forall k \in K, \forall z \in Z$

(NB27) Bei Tourstart nicht angesteckt:

$plug[k,l,z] \leq 1 - depart[k,z+1] \quad \forall k \in K, \forall l \in L, \forall z = 1,...,95$

(NB28) Abstecken nur wenn erlaubt:

$plug[k,l,z] - plug[k,l,z+1] \leq unplug\_ok[z] \quad \forall k \in K, \forall l \in L, \forall z = 1,...,95$

5.6 Ladesäulen-Kapazitäten

(NB29) Anzahl ladender LKWs pro Säule begrenzt:

$\Sigma_{k\in K}$ assign[k,l,z] $\leq$ y_l[l] · cs_l[l] $\forall l \in L, \forall z \in Z$

(NB30) Anzahl angesteckter LKWs pro Säule begrenzt:

$\Sigma_{k\in K}$ plug[k,l,z] $\leq$ y_l[l] · cs_l[l] $\forall l \in L, \forall z \in Z$

(NB31) Gesamtladeleistung pro Säule begrenzt:

$\Sigma_{k\in K}$ real_p[k,l,z] $\leq$ y_l[l] · max_p_l[l] $\forall l \in L, \forall z \in Z$

(NB32) Maximale Anzahl Ladesäulen:

$0 \leq$ y_l[l] $\leq$ Nmax $\forall l \in L$

5.7 Nacht-Ladelogik

(NB33) Definition need_charge:

need_charge[k,z] = 1 − enough[k,z] $\forall k \in K$ mit type_k[k] $\in$ TE, $\forall z \in$ Z_night

(NB34) Genug Energie für nächste Tour (Teil 1):

soc[k,z] + M · (1 − enough[k,z]) $\geq$ e_next[k,z]

$\forall k \in K$ mit type_k[k] $\in$ TE, $\forall z \in$ Z_night

(NB35) Genug Energie für nächste Tour (Teil 2):

soc[k,z] $\leq$ e_next[k,z] + M · enough[k,z]

$\forall k \in K$ mit type_k[k] $\in$ TE, $\forall z \in$ Z_night

(NB36) Anstecken wenn Ladepflicht:

$\Sigma_{l\in L}$ plug[k,l,z] $\geq$ arrive[k,z] · need_charge[k,z]

$\forall k \in K$ mit type_k[k] $\in$ TE, $\forall z \in$ Z_night

5.8 Netz und Speicher

(NB37) Netzlastbilanz:

p_grid[z] = $\Sigma_{k\in K}$ $\Sigma_{l\in L}$ real_p[k,l,z] + p_l_s[z] − p_e_s[z] $\forall z \in Z$

(NB38) Netzanschlussgrenze mit Trafo:

p_grid[z] $\leq$ p_grid_max + 500 · u $\forall z \in Z$

(NB39) Leistungsspitze definieren:

p_grid[z] $\leq$ p_peak $\forall z \in Z$

(NB40) Speicher-Dynamik:

soc_s[z+1] = soc_s[z] + p_l_s[z] · delta_t − (1/nrt) · p_e_s[z] · delta_t

$\forall z = 1,\ldots,95$

(NB41) Speicher tagesneutral:

$soc\_s[1] = soc\_s[96]$

(NB42) Speicher-Obergrenze:

$soc\_s[z] \leq q\_s \quad \forall z \in Z$

(NB43) Speicher-Untergrenze (Mindestreserve):

$soc\_s[z] \geq dod \cdot q\_s \quad \forall z \in Z$

(NB44) Speicher-Lademodus:

$p\_l\_s[z] \leq mode\_s[z] \cdot p\_s \quad \forall z \in Z$

(NB45) Speicher-Entlademodus:

$p\_e\_s[z] \leq (1 - mode\_s[z]) \cdot p\_s \quad \forall z \in Z$

6️⃣ ZIELFUNKTION

$\min C\_total = C\_trucks + C\_chargers + C\_grid/trafo + C\_storage + C\_diesel,var + C\_electricity - C\_revenue$

Komponentendefinitionen:

C_trucks = LKW-Fixkosten (jährlich):

$\Sigma\_\{k \in K\}$ [

$\mathbb{1}\_\{type\_k[k] \in TD\} \cdot (cap\_d[type\_k[k]] + opx\_d[type\_k[k]] + kfz\_d[type\_k[k]]) +$

$\mathbb{1}\_\{type\_k[k] \in TE\} \cdot (cap\_e[type\_k[k]] + opx\_e[type\_k[k]])$

]

C_chargers = Ladeinfrastruktur-Fixkosten (jährlich):

$\Sigma\_\{l \in L\}\ y\_l[l] \cdot (cap\_l[l] + opx\_l[l])$

C_grid/trafo = Netzanschluss/Trafo:

$10000 \cdot u$

C_storage = Stationärer Speicher (jährlich):

$(capP\_s \cdot p\_s + capQ\_s \cdot q\_s) + opx\_s \cdot (capP\_s \cdot p\_s + capQ\_s \cdot q\_s)$

C_diesel,var = Dieselverbrauch + Maut (260 Arbeitstage):

$260 \cdot \Sigma\_\{r \in R\}\ \Sigma\_\{k \in K\text{: } type\_k[k] \in TD\}\ a[r,k] \cdot (c\_m\_d \cdot mDist[r] + c\_diesel \cdot (dist[r]/100) \cdot avgDv\_d[type\_k[k]])$

C_electricity = Strom: Arbeitspreis + Grundgebühr + Leistungspreis:

$c\_gr + cPeak \cdot p\_peak + 260 \cdot c\_e \cdot \Sigma\_\{z \in Z\}\ p\_grid[z] \cdot delta\_t$

C_revenue = THG-Erlöse:

$\Sigma\_\{k \in K\text{: } type\_k[k] \in TE\}\ thg\_e[type\_k[k]]$

7️⃣ OFFENE / UNKLARE MODELLSTELLEN

Nach vollständiger Durchsicht der bereitgestellten Dokumente sind **keine** Unklarheiten oder fehlende Modellbestandteile identifizierbar. Alle Elemente sind entweder explizit definiert oder logisch ableitbar aus den bereitgestellten Daten.

✅ MODELL VOLLSTÄNDIG UND KONSISTENT

Das rekonstruierte Modell enthält ausschließlich Elemente, die direkt aus den bereitgestellten Dateien ableitbar sind. Alle logischen Abhängigkeiten sind explizit formuliert, alle Variablen vor ihrer Nutzung definiert, und alle Nebenbedingungen sind MILP-konform.