

# INSTITUTO POLITÉCNICO NACIONAL ESCUELA SUPERIOR DE CÓMPUTO



# Teoría de Comunicaciones y Señales

"Convolución"

#### Resumen

Implementación de un circuito RC en configuración filtro pasa bajas, haciendo uso de la convolución discreta y la respuesta al impulso del circuito RC serie para señales provenientes de archivos WAV en lenguaje C.

Por:

Romero Gamarra Joel Mauricio

Profesor: GUTIÉRREZ ALDANA EDUARDO

Septiembre 2017

# Índice

# Contenido

ntroducción:	1
nálisis Teórico:	2
oftware (librarias, paquetes, herramientas):	4
rocedimiento:	4
esultados	7
riscusión: 1	1
onclusiones:1	4
eferencias:	4
ódigo	5

#### Introducción:

En el siguiente programa, se realizó el diseño de un filtro pasa – bajas en lenguaje C¹, haciendo uso del teorema de convolución, sin embargo al realizarse en una computadora con tiempo memoria finita, se hizo un pequeño cambio al teorema para migrarlo al tiempo discreto, ya que por definición una integral es una suma, por lo tanto el único cambio fue una sumatoria de 0 al 20 (memoria usada para el filtro FIR), que es un sistema de fácil implementación y diseño pero que consume recursos de memoria y procesamiento mayor, sin embargo son sistemas **estables**,¹ que en este caso se utilizarán 20 flotantes.

Al decir que un sistema es estable, nos referimos a que la respuesta del sistema a un impulso será 0 cuando el tiempo tiende a  $\infty$ , si, por ejemplo, la respuesta del sistema al impulso tiende a un valor finito distinto de 0, se dice que es **críticamente estable**, y si tiende a un valor infinito, quiere decir que el sistema es **inestable**. En la Figura 1, podemos apreciar en el diagrama de polos y ceros la respuesta homogénea de un sistema a partir de sus polos y cómo se comporta el sistema en cada polo (estable o inestable).

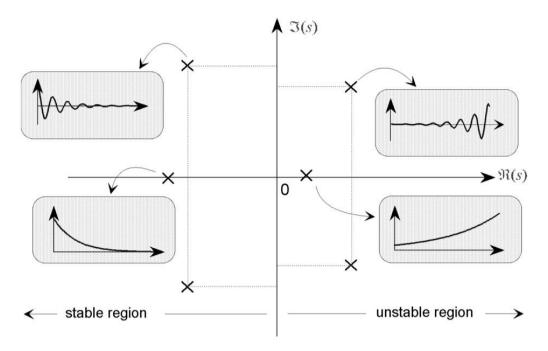


Figura 1. Respuesta homogénea al sistema en la gráfica de polos y ceros.

Después de observar la Figura 1, sabemos que, para ser un sistema estable, los polos de la función de transferencia deben estar ubicados en el semiplano izquierdo del diagrama de polos y ceros<sup>2</sup>, este tipo de sistemas es el filtro pasa — bajas que diseñamos en esta práctica.

#### Análisis Teórico:

Esta sección necesita proveer un entendimiento del teórico, matemático y conceptual del contexto, antecedentes y justificación del trabajo.

Se pueden incluir diagramas, fórmulas, algoritmos, etc.

Comenzando con el análisis a priori del algoritmo a utilizar, necesitamos tener un mejor entendimiento de lo que es un filtro pasa – bajas y cómo funciona. Tomemos como ejemplo un circuito RC de primer orden, que es un circuito electrónico formado por una resistencia y un capacitor. Una de las características más importantes de este tipo de circuitos, es que este tipo de sistema es **lineal** (Cumple con propiedades de superposición) e **invariante en el tiempo** (la salida es la misma sin importar el instante de tiempo en el que se le aplique la entrada). En la Figura 2, podemos observar la configuración física de un circuito RC en una configuración pasa – bajas.<sup>3</sup>

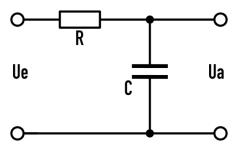


Figura 2. Configuración Pasa Bajas de un filtro RC de primer orden.

Lo que caracteriza a un filtro pasa bajas es que permite el paso de las frecuencias menores a la frecuencia de corte. Para altas frecuencias, la reactancia es baja logrando con esto que las señales sean atenuadas. En cambio, a bajas frecuencias (por debajo de la frecuencia de corte) la reactancia capacitiva es grande, lo que causa que estas frecuencias no se vean afectadas o son afectadas muy poco por el filtro.<sup>4</sup>

La frecuencia de corte es aquella donde la amplitud de la señal entrante cae hasta un 70.7 % de su valor máximo, esto ocurre cuando XC = R, a las frecuencias debajo de la frecuencia de corte se les conoce como **Banda de paso**, a las frecuencias por encima de la frecuencia de corte se les llama **Banda de atenuación**.<sup>4</sup>

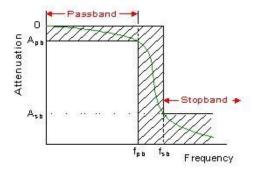


Figura 3. Comportamiento de un filtro pasa bajas.

En la Figura 3, se puede ver el comportamiento que tiene un filtro pasa bajas graficando la frecuencia, la zona donde comienza "*stopband*", es donde las frecuencias superaron a la frecuencia de corte, por lo tanto, en ese momento baja a 0 (filtro ideal), sin embargo, un filtro real va atenuando poco a poco las frecuencias hasta llegar a 0.

Posteriormente, ya que tenemos un entendimiento general del funcionamiento de un circuito RC en configuración de un filtro pasa bajas, procedemos a dar una explicación acerca de la convolución.

Como se mencionó en la introducción, la convolución en tiempo continuo se define como sigue:

$$x(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau$$

Donde:

- x(t): Señal de entrada.
- h(t): Respuesta del sistema al impulso.
- τ: Desplazamiento en el tiempo.

Sin embargo, al diseñar un filtro pasa bajas en tiempo discreto para una señal digital (en este caso un archivo WAV), debemos tener en cuenta que poseemos una memoria y un tiempo de cómputo finito, sabemos que, una integral es una suma de todos los números desde  $-\infty$  hasta  $\infty$ , eso represente un número infinito de números, inclusive, si hacemos la integral de 0 a 1 (suponiendo que solo tuviéramos valores en las señales en ese intervalo), entre ambos valores hay una infinidad de números, por lo tanto haremos un cambio para hacer una suma tomando valores discretos ( $-\infty$ , ..., -2, -1, 0, 1, 2, ...,  $\infty$ ) como sigue<sup>1</sup>:

$$x(n) * h(n) = \sum_{\tau = -\infty}^{\infty} x(\tau)h(n - \tau)$$

Ya que tomamos en cuenta únicamente valores discretos para realizar nuestra convolución, debemos notar que la suma está definida desde  $-\infty$  hasta  $\infty$ , por lo que es prácticamente imposible realizarla en una computadora. De modo que, en esta parte es donde entra en juego la cantidad de memoria utilizada, en esta práctica se realizó con un impulso con 20 valores, así que, finalmente nuestra ecuación a usar en lenguaje C, será la siguiente.

$$x(n) * h(n) = \sum_{\tau=0}^{20} x(\tau)h(n-\tau)$$

Ya que tenemos la fórmula que usaremos para calcular la convolución, necesitamos 2 cosas: Nuestra señal de entrada, y la respuesta al impulso que usaremos, sabemos que la respuesta al impulso de un sistema se define como la respuesta de un sistema a  $\delta(t)$ , que se define así:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t)dt = 1$$

Para obtener la respuesta al impulso del sistema, primero debemos obtener la función de transferencia de nuestro circuito RC en configuración pasa – bajas, ver Figura 2. Para resolver el circuito, definimos a la función de transferencia como sigue:

$$H(s) = \frac{Vsal(s)}{Vent(s)}$$

Al observar la ecuación anterior, podemos ver que debemos obtener el voltaje de salida y el voltaje de entrada en el circuito RC. Al ver la Figura 2, vemos que el voltaje de salida se mide en el capacitor, por lo tanto, la impedancia compleja en el capacitor se define como  $\frac{1}{sC}$ , que colocaremos en el numerador de la ecuación anterior en la función de transferencia. Además, para el voltaje de entrada se observa que se encuentran el capacitor y la resistencia en serie, sabiendo que para calcular el voltaje en ambos elementos se deben sumar, lo realizamos, conociendo la impedancia en el capacitor y sumamos la resistencia, que se define como  $\frac{1}{sC}$  + R, que colocaremos como el denominador de la función de transferencia y la nueva ecuación nos queda de la siguiente forma:

$$H(s) = \frac{\frac{1}{sC}}{\frac{1}{sC} + R} = \frac{1}{1 + sRC}$$

Ya que tenemos calculada la función de transferencia para el circuito RC en configuración Pasa – Bajas, calculamos la transformada inversa de Laplace para pasar la función de transferencia al dominio del tiempo y obtener h(t) de la siguiente forma:

$$\mathcal{L}\{H(s)\} = h(t) = e^{-\frac{2\tau\pi f_c}{44,100}}$$

Al tener la respuesta al impulso deseada, vemos que existe  $\tau$ , y recordemos que, en nuestra convolución discreta,  $\tau$  va a tener valores de 0 a 20, para poder calcular nuestro impulso que usaremos como h(n) para realizar la convolución con la señal de entrada.

#### Software (librarías, paquetes, herramientas):

- GoldWave versión 4.26
- Frhed 1.6.0
- Dev C
- Sublime Text 3
- Bizagi Modeler

#### **Procedimiento:**

Para explicar el procedimiento utilizado, retomaremos la idea que este filtro pasa – bajas estará programado en lenguaje C, por lo tanto, debemos obtener el algoritmo para realizar la convolución, sabiendo que, por definición, la señal de entrada debe voltearse y multiplicar sus valores por la respuesta al impulso, sumando estos valores y escribiéndolos en una señal nueva. Por lo tanto, utilizaremos 2 arreglos de tipo short (ya conocemos la estructura de un archivo WAV<sup>5</sup>). Sin

embargo, como la señal generada con GoldWave es una señal que entra a un sistema (en este caso la computadora), ya entra "invertida", por lo que únicamente se guardarán los elementos en el arreglo y se irá multiplicando por el impulso obtenido. A continuación, en la Figura 4, podemos observar el diagrama de flujo que nos muestra los pasos a seguir para realizar el filtrado a la señal de entrada.

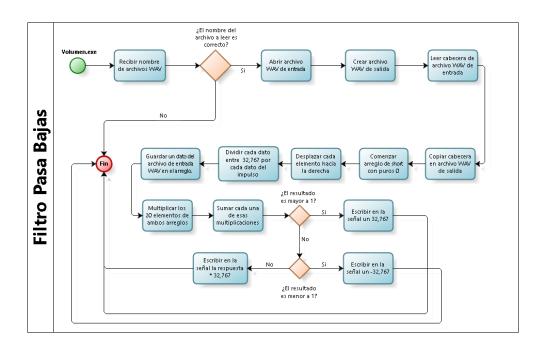


Figura 4. Diagrama de flujo del proceso general del filtro pasa bajas en lenguaje C.

Ahora que conocemos el proceso general (Ver Figura 4), podemos comenzar a codificar. Ya sabemos toda la estructura de la cabecera y los datos en un archivo WAV (revisar [5]), así que procederemos a explicar únicamente el algoritmo para realizar la convolución en lenguaje C<sup>1</sup>.

El algoritmo es muy sencillo, como lo indica el diagrama primero debemos crear un arreglo de tipo short de tamaño 20 (que es la memoria utilizada), al que llamaremos entrada en donde guardaremos los datos de la señal generada con GoldWave. Debemos tener otro arreglo de tipo float y tamaño 20, sin embargo, lo llamaremos impulso y en él, guardaremos la respuesta del sistema al impulso unitario, que está descrito en el análisis teórico de este reporte, estos valores serán fijos durante toda la ejecución del programa.

```
float * generaImpulso ()
{
    float * impulso = (float *) malloc (sizeof (float) * TAM_ARREGLO);
    for (i = 0; i < TAM_ARREGLO; i ++)
    {
        impulso [i] = (exp ((-2 * PI * FREC_CORTE * i) / 44100));
    }
    return impulso;
}</pre>
```

Figura 5. Función que genera el impulso a partir de las fórmulas obtenidas en el análisis teórico de la solución.

Posteriormente, utilizaremos otro flotante auxiliar al que llamaremos max, en el que guardaremos la suma de multiplicar cada elemento del arreglo impulso por 32,767 (valor máximo de un short, y valor máximo que puede tener la señal generada en GoldWave), para obtener nuestro peor caso. Ahora, teniendo ambos arreglos, procedemos a hacer un ciclo de 0 a SubChunkSize2<sup>5</sup> para leer los datos de la señal de entrada, cada dato lo vamos a dividir entre max para redimensionar nuestra entrada y tener valores entre -1 y 1 únicamente. Procedemos a recorrer nuestros elementos del arreglo 'entrada' hacia la derecha y posteriormente guardar el dato dividido en la primera posición del arreglo.

Figura 6. Ciclo donde se realiza el desplazamiento, almacenamiento y escritura de la señal filtrada.

Ya que lo almacenamos, debemos hacer un ciclo de 0 a 20, en el que vamos a multiplicar los 2 arreglos (impulso y entrada) y vamos a ir sumando cada resultado.

```
float convolucion (float * entrada, float * impulso)
{
   float respuesta = 0;

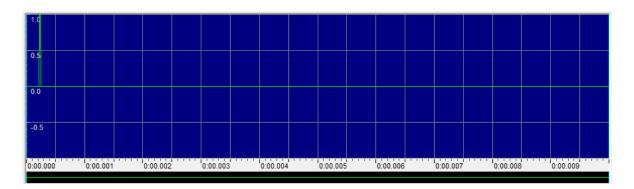
   //Realizamos la convolución
   for (i = 0; i < TAM_ARREGLO; i ++)
        if (entrada [i] != 0)
            respuesta += (entrada [i] * impulso [i]);

if (respuesta > 1)
        return (1 * 32767);
   if (respuesta < -1)
        return (-1 * 32767);
   else
        return (respuesta * 32767);
}</pre>
```

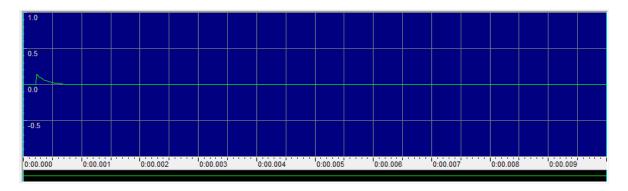
Figura 7. Algoritmo que realiza la convolución tomando en cuenta los valores posibles.

Después de esto, **existen 3 posibles valores** que obtendremos de esa suma, **valores menores a -1**, por lo que escribiremos un -32,767 (valor mínimo que puede tener un short), **valores mayores a 1**, por lo que escribiremos un 32,767 (valor máximo que puede tener un short), y **valores entre -1 y 1**, por lo que escribiremos el valor obtenido multiplicado por 32,767. Todo este algoritmo, se realizará en un ciclo hasta que leamos todos los datos, posteriormente, tendremos la señal filtrada. En la sección de resultados se muestran los ejemplos de entrada y las señales obtenidas al realizar el filtrado con el programa.

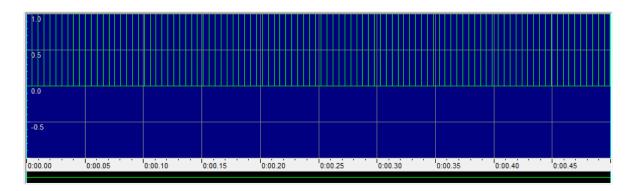
#### Resultados



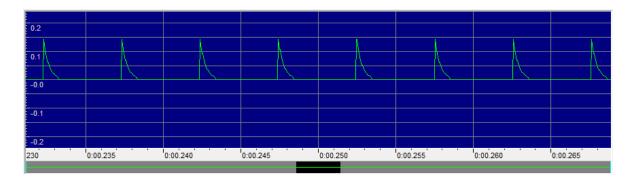
Señal de Entrada 1. Delta de Dirac



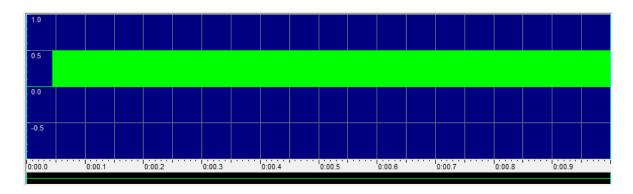
Señal Filtrada 1. Delta de Dirac



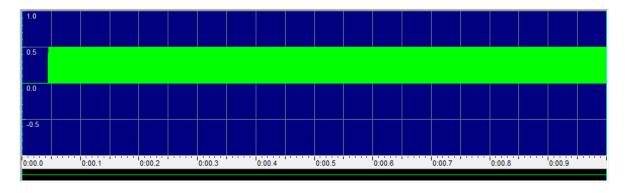
Señal de Entrada 2. Tren de Impulsos



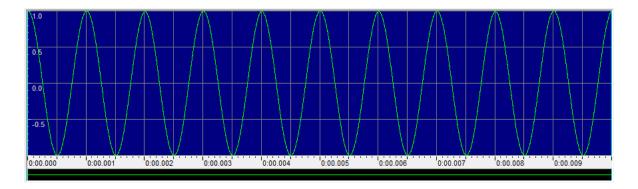
Señal Filtrada 2. Tren de Impulsos (Ampliado)



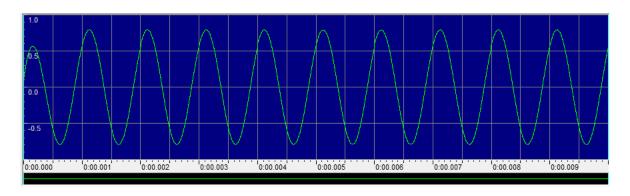
Señal de Entrada 3. Función Heaviside



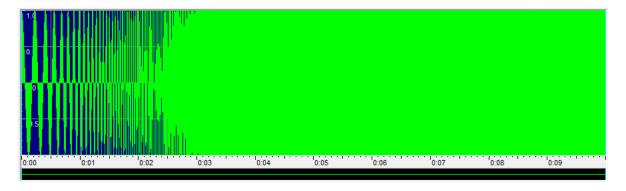
Señal Filtrada 3. Función Heaviside



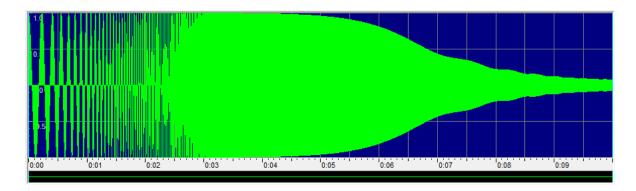
Señal de Entrada 4. Coseno



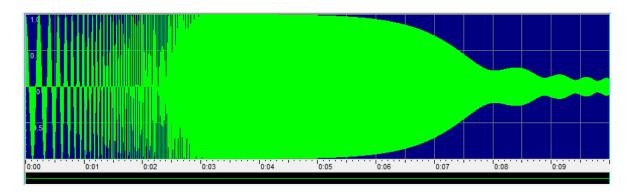
Señal Filtrada 4. Coseno



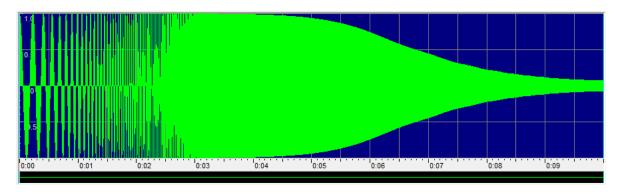
Señal de Entrada 5. Coseno Inestable



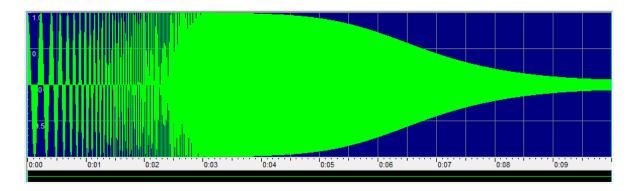
Señal Filtrada 5. Coseno Inestable (Memoria utilizada = 20)



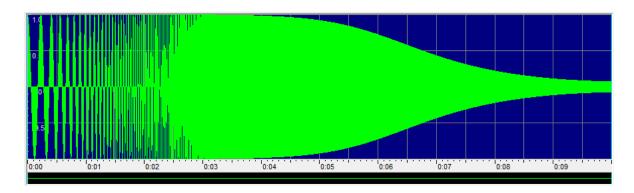
Señal Filtrada 6. Coseno Inestable (Memoria utilizada = 10)



Señal Filtrada 7. Coseno Inestable (Memoria utilizada = 30)



Señal Filtrada 8. Coseno Inestable (Memoria utilizada = 100)



Señal Filtrada 9. Coseno Inestable (Memoria utilizada = 1000)

#### Discusión:

La sección de discusión tiene 2 objetivos principales:

- Interpretar y explicar los resultados del estudio.
- Explorar la importancia del estudio, encontrando, calificando y explorando la importancia teórica de los resultados.

La discusión es también un espacio en el reporte donde cualquier calificación o reservación que se tiene sobre la investigación debe ser mencionada.

En los resultados obtenidos, se puede observar una notable diferencia entre la señal de salida que se introduce al sistema y la señal de salida al pasar por el filtro pasa bajas. En algunas señales, como la función Heaviside o el Coseno, no es tan notorio el cambio, sin embargo, en las demás, es bastante distinta la señal, dejando pasar únicamente las frecuencias menores a la frecuencia de corte (para esta práctica, la frecuencia de corte es de 1 KHz), y atenuando las frecuencias mayores a ésta.

Es importante resaltar que podemos comprobar que el comportamiento mostrado en la Figura 3 es correcto, además, aseveramos que la gráfica real difiere de la gráfica ideal de un filtro pasa bajas, debido a que existen distintos factores que hacen imposible el eliminar inmediatamente las frecuencias (es decir, mandarlas a 0), pero, lo que sí podemos hacer, es irlas atenuando paulatinamente.

En las señales filtradas del coseno inestable (recordemos que una señal inestable es una señal que crece indefinidamente, es decir que los polos que la describen se encuentran gráficamente en el semiplano derecho del diagrama de polos y ceros), es interesante notar que mientras menor sea la memoria utilizada para realizar la convolución, la señal filtrada tiene un poco de ruido, ya que no tiene un filtrado tan correcto como lo esperaríamos.

Además, debido a esto, podríamos esperar que mientras se utilice más memoria, la señal filtrada obtenida sería más limpia, y es algo cierto, sin embargo, existe un límite, como podemos ver si utilizamos 30 números flotantes, comparada con 10 o 20, la diferencia es muy notoria, pero si la aumentamos a 100, ya no hay diferencia, o al menos no gráficamente, y cuando aumentamos a 1,000, se puede ver que efectivamente no existe un cambio significativo en la señal de salida. Por lo cual, estaríamos consumiendo demasiado tiempo de cómputo y recursos de la computadora, realizando operaciones innecesarias para una respuesta idéntica o muy parecida.

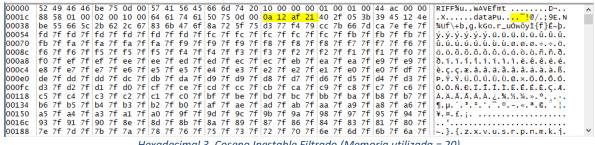
Para poder corroborar esto, no podemos seguir viendo únicamente con el software GoldWave, así que nos auxiliaremos con Frhed que es un software que nos permite visualizar estas señales en formato binario o hexadecimal.

```
56 45 66 6d
74 61 50 75
fe 7f fe 7f
fc 7f fc 7f
f7 7f f8 7f
f3 7f f3 7f
e2 7f e2 7f
d9 7f d8 7f
c2 7f cb 7f
be 7f bd 7f
be 7f bd 7f
ge 7f 9b 7f
89 7f 87 7f
77 7f 77 27 7f
                                                                                                                                                                                                                                                                                                  RIFF%u. WAVEfmt .....D¬..
.X.....dataPu..a.£).: 7 tāu0`
_j réyy.ÿ, b.p.b,b.p.b,b.p.b,b.y.
y.ŷ,ŷ,ŷ,ŷ.ū.ū.ū.ū.û.û.û.û.û.
ú.ú.ú.ù.ù.v.ø.ø.ø.÷.÷.÷.ö.ö.
ö.ō.ö.ô.o.o.ò.o.b.n.h.o.b.n.
1,1.î.i.i.i.ē.ē.ê.é.é.è.c.
c.æ.å.å.ä.ä.ä.â.á.à.à.B.p.Ý.
Ý.Ü.0.0.0.0.0.x.50.o.0.6.0.6.
                             49 46 46 be 75 0d 00
58 01 00 02 00 10 00
6a a0 72 c9 79 ff 7f
7f fd 7f fd 7f fd 7f
                                                                                                57 41
64 61
ff 7f
fd 7f
                                                                                                                                                                                                                    01
9f
fe
fb
                                                                                                                                                          74 20
0d 00
fe 7f
fc 7f
f8 7f
f2 7f
eb 7f
e2 7f
d7 7f
ca 7f
bc 7f
ac 7f
9a 7f
86 7f
                                                                                                                                                                                      37
fe
fb
0001c
00038
                                                                                                                                                                                                                              3a
7f
7f
                                                                                                                                                                                                                                                49
7f
7f
                                                                                                                                                                                                                                                          e0
fe
fb
                                                                                                                                                                                                                                                                   55 da 60
7f fd 7f
7f fa 7f
                                                                                                                                                                             fe
fc
f8
f2
eb
00054
                                                                                                                                                                                                                                                         fb 7f fa
f6 7f f6
f0 7f ef
e8 7f e7
de 7f dd
d3 7f d2
c5 7f c4
b6 7f b5
a5 7f a4
                                                 7f
7f
7f
7f
7f
                                                                                                           7f
7f
7f
7f
7f
                                                                                                                                                                                                                                                7f
7f
7f
7f
7f
                                                          fa
f5
                                                                               f9
f4
                                                                                                 f9
f4
                                                                                                                                                                                                                    f7
f1
                                                                                                                                                                                                                                       f7
f0
00070
0008c
                                        f5
000a8
                                                                                                  ed
e4
                                                                                                                                                                                                                    e9
e0
                                                                                                                                                                                                                                       e9
df
000c4
                                                           e5
                                        e6
                                                                               e5
                                                                                                                                                                              e1
                                                                                                           7f
7f
7f
7f
7f
                                                                                                                                                                                                                                                7f
7f
7f
7f
7f
                                        dc
d0
                                                 7f db
7f cf
000e0
                                                                               da
                                                                                                  da
                                                                                                                                                                              d6
                                                                                                                                                                                                                    d5
                                                                                                                                                                                                                                       d4
c7
                     d1
                                                                                                  cd
bf
000fc
                                                                               ce
                                                                                                                                                                              ca
                                                                                                                                                                                                                    c8
                                                                                                                                                                                                                                                                                                   Ñ.Đ.Ï.Î.Î.Î.Ë.Ê.Ê.Ê.Ê.Ç.Â.Ä.
                                                 7f c1 7f
7f b2 7f
7f a0 7f
7f 8d 7f
00118
                                                                               c0
b0
                                                                                        7f
7f
                                                                                                                                                                              bb
                                                                                                                                                                                                                                                                                                   Ä. Â. Á. À. ¿. ¾. ½. ¼. ». °. ¹. ·. ¶. μ.
′. ³. ≈. °. ⊤. ⊚. -. ¬. a. @. ∵. §. ¥. ¤.
                                        b3
                                                                                                  af
00134
                                                                                                                                                                              aa
                                                                                                                                                                                                                    a8
                                                                                                                                                                                                                                       a7
                                        a2
8f
                                                                                       7f
7f
                                                                                                 9e 7f
8a 7f
                                                                                                                                                                             98
84
                                                                                                                                                                                                                                       94
80
                                                                                                                                                                                                                                               7f
7f
                                                                                                                                                                                                                                                         93 7f
7e 7f
                                                                               9f
                                                                                                                                                                                                                    96
                                                                                                                                                                             84 7f 83 7f 81 7f
6f 7f 6d 7f 6b 7f
                                                                               8c
                                                                                                           7f 74 7f 72 7f 70 7f
```

Hexadecimal 1. Coseno Inestable Filtrado (Memoria utilizada = 10)

```
RIFF¾u..WAVEfmt .....D¬..
.X.....dataPu..<mark><./</mark> %-c8#B.J
ìQHXË].b'fQjom$p|r.tHvïw#yIz
                                 00000
0001c
00038
                    00 02 00 10
58 cb 5d 93
        ec 51
48 7b
fb 7f
                 48
00054
                        e6
fa
                                                                                                                            H{&|æ|.}.~.~..d.µ.ü.ü.ü.û.û.
û.û.ú.ú.ú.ù.ù.ù.o.o.o.o.÷.÷.
00070
                 fb
                 f6
f0
                    7f f6
7f ef
                                                                                                                            ö.ö.ö.õ.õ.ô.ô.ô.ó.ó.ò.ò.ñ.ñ.
ð.ð.ï.ï.î.î.í.í.i.ë.ë.ê.ê.é.
0008c
000a8
000c4
000e0
        e8 7f
df 7f
                 e8
                        e7
dd
                                                                                                                            è.è.ç.æ.æ.å.ä.ä.ã.â.â.á.à.ß.
ß.p.ý.ü.ü.û.û.ù.ø.ø.×.ö.ő.ô.
                 de
000fc
                                                                                                                            Æ. Á. Ä. Ä. Å. Á. À. ¿. ¾.½. ». °. ¹. ́.
. ¶. µ. ´. ². ±. °. ¬. «. a. ©. §.
00118
        c6
b7
00134
00150
                                                                                                                            ..~.|.{.y.x.v.t.s.q.p.n.l.k.
```

Hexadecimal 2. Coseno Inestable Filtrado (Memoria utilizada = 30)



Hexadecimal 3. Coseno Inestable Filtrado (Memoria utilizada = 20)

```
RIFF¾u..WAVEfmt .....D¬..
.X....dataPu..<mark>ÿ.¼.</mark>.,.77A.I
ÈP.W}\4aKeÖhék.näpår¢t$vsw.x
            'ykz){f{[|0|A},}î}4~p~¥-ô~ù~
..9.R.h.{....|.±.°.Å.É.Ï.ô.
Ø.Ü.ß.â.ä.æ.ç.è.é.ê.ë.ë.ì.ì.
                                                                                                                    34
ba
                                                                                       7d
7f
7f
7f
7f
7f
7f
7f
7f
7f
                                                                                                                                                 7e d2
7f cf
                                                                                                        b1
                                                                                                                                                                  d4
00070
                              7f df
7f ec
7f e7
7f dd
                                                                                                                                                 7f ec
7f e9
7f e0
7f d5
                                               ec
e6
dd
                                                                                                                               ea
e2
d7
000a8
                        ec
e7
                                                          ec
                                                                      ec
e5
                                                                                 ec
e4
                                                                                             eb
                                                                                                        eb
                                                                                                                    ea
                                                                                                                                                                                1.1.1.1.1.1.1.6.e.e.e.e.e.e.e.e.e.
                                                     7f
7f
                                                                                                        e3
d9
                                                                                                                                                                               è.ç.ç.æ.æ.å.ä.ä.ã.â.â.á.à.à.
ß.p.Ý.Ý.Ü.Û.Ú.Ú.Ù.Ø.×.Ö.Ő.Ô.
000e0
                        de
                                                                     db
                                                                                             da
                                                                                                                    d8
                                                                                                                                           d6
                                                          dc
                                                                                  da
            df 7f de 7f dd
d3 7f d3 7f d2
c6 7f c5 7f c4
b7 7f b6 7f b5
a7 7f a5 7f a4
94 7f 93 7f 91
80 7f 7e 7f 7d
                                                                                            cd 7f cc
bf 7f be
af 7f ae
9e 7f 9c
000fc
                                               d1
                                                          d0
                                                                      cf
                                                                                                                                cb
                                                                                       7f bf 7f be 7f bd
7f af 7f ae 7f ad
7f 9e 7f 9c 7f 9b
7f 8a 7f 89 7f 87
7f 75 7f 74 7f 72
                                                          c2 7f c1
b3 7f b2
a2 7f a0
00118
                                               c3
                                                                                  c0
                                                                                                                                bc
                                                                                                                                           bb
                                                                                                                                                                                7f
7f
                                                                                 b0
9f
                                                                                                                               ac
9a
                                                                                                                                     7f
7f
                                                                                                                                                                  96
                                                                                                                                                                                §.¥.¤.f.¢. ....
00150
                                               a3
                                                                                                                          7f 70 7f 6f 7f 6d
                                                     7f 7a 7f 78 7f
```

Hexadecimal 4. Coseno Inestable Filtrado (Memoria utilizada = 100)

```
66 6d 74 20 10 00 00 01 00 01 00 44 50 75 0d 00 64 70 e9 6b 94 6e e4 70 e5 72 a2 74 24 76 73
                                                                                                                                                                                        RIFF¾u..WAVEfmt .....D¬..
.X.....dataPu..<mark>ÿ.¼.</mark>...77A.I
ÈP.W}\4aKeÖhék.näpår¢t$vsw.x
                  58 01 00
50 0d 57
                               00 02
57 7d
                                                       00 64 61 74 61
61 4b 65 d6 68
00038
                                            5c
                                                 34
                                                                                                                                                                          95
                               7a 29
7f 52
7f df
7f ec
                                                                                                 9e 7d ee
a6 7f b1
e8 7f e9
eb 7f eb
                                                                                                                          34
                                                                               7c
7f
                                                                                           7d
7f
                                                                                      9a
e7
                                                              7b
                                                                          8c
                                                                                                                          ba
00070
                         39
                                                  68
                                                  e1
000a8
                         ec
                                                  ec
                                                             ec
                                                                         ec
                                                                                      eb
                                                                                                                          ea
                                                                                                                                      ea
                                                                                                                                                                          e9
                                                                                                                                                                                         1.1.1.1.1.1.e.e.e.e.e.e.e.e.e.e.
               7f eb
7f e3
7f d9
7f cc
7f be
7f ae
7f ae
                                                             e6
dc
                                                                                                 e4
d9
                                                                                                                                                                                        è.ç.ç.æ.æ.å.ä.ä.ã.â.â.á.à.à.
ß.p.ý.ý.ÿ.ü.û.ú.ù.ù.ø.×.ö.ő.ô.
                                                                                                                                       e2
d7
                                                  dd
000e0
                                                                          db
                                                                                      da
                                                                                                                          d8
                                                                                                 cd
bf
00118
                                                  c3
                                                             c2
                                                                          c1
                                                                                      c0
                                                                                                                          bd
                                                                                                                                                                                         Æ. Å. Ä. Ã. Å. Å. À. ¿. ¾. ½. ¼. ».
                                                                                                                    7f
7f
7f
7f
7f
7f
                                                                                                                                                        7f a9 7f
7f 97 7f
7f 83 7f
7f 6d 7f
                                                       7f
7f
                                                             b3 7f b2
a2 7f a0
                                                                                     b0
9f
                                                                                                                          ad
9b
                                                                                                                                7f
7f
                                                                                                                                      ac
9a
                                                                                                                                           7f
7f
00134
                                                                                                                                                 aa
98
                                                 a3
                                                                                                 9e
                                                                                                                                                                          96
                                                                                                                                                                                          ..~.}.{.z.x.w.u.t.r.p.o.m.k.
```

Hexadecimal 5. Coseno Inestable Filtrado (Memoria utilizada = 1000)

Al ver los archivos abiertos en Frhed, se puede notar claramente en la parte resaltada en amarillo que los archivos no son los mismos, a excepción de los Hexadecimales 4 y 5, que son señales idénticas.

Así que nuestra aseveración era correcta, las señales no son idénticas, sin embargo, es algo complicado saber en que difieren, ya que hay que observarlo en un editor hexadecimal, por lo tanto, aumentar la memoria es aumentar exponencialmente las operaciones que realiza el CPU, por un beneficio que a simple vista no es muy notorio, así que, personalmente, con una memoria de 30 es suficiente y no se realizan tantas operaciones, ya que son 3 ciclos anidados:

- El ciclo para ir recorriendo todos los datos (aproximadamente 88,200 iteraciones)
- El ciclo para desplazar los elementos hacia la derecha (se realiza 20 veces por cada iteración del ciclo que recorre los datos, así que se realiza 1,764,000 veces en total).
- El ciclo que ejecuta el algoritmo de la convolución discreta que al igual que el anterior, se ejecuta 1,764,000 veces.

Podemos notar que son demasiadas operaciones, y eso es para 20 unidades de memoria, si lo incrementamos a 30, las operaciones del segundo y tercer ciclo se realizarían 2,646,000 veces. Con una memoria de 100, se realizan 8,820,000 veces, y si la memoria es de 1,000, las operaciones se realizan 88, 200, 000 veces.

Si consideramos que una computadora puede procesar 1,000,000,000 de operaciones por segundo, para una memoria de 20, la ejecución del puro algoritmo (sin considerar copiar la cabecera, generar el impulso, etc.), se tardaría aproximadamente 0.00361 segundos. Para una memoria de 30, la ejecución tardaría 0.00538 segundos, para memoria de 100, la ejecución tardaría aproximadamente 0.01772 segundos y para de 1000, la ejecución tardaría aproximadamente 0.1764 segundos.

Como se puede apreciar, los tiempos de ejecución no parecen demasiado, pero poniéndolo en perspectiva, el tamaño más grande que se probó con estas señales fue de 1 segundo, si al filtro le metemos un archivo WAV que dure 3 minutos (aproximadamente lo que dura una canción), el tiempo de ejecución aumentaría a 31.7678 segundos con una memoria utilizada de 1,000, que es un tiempo de cómputo demasiado grande. Sin embargo, para 20, el tiempo de ejecución aumentaría a 0.6509 segundos, que es un tiempo bastante aceptable, inclusive para 30, el tiempo de ejecución estimado es de 0.9684 segundos, que sigue siendo un tiempo bastante bueno.

Por lo tanto, la cantidad de memoria ideal se encuentra entre 20 y 30, para obtener una mejor relación de costo – beneficio (tomando en cuenta tiempo computacional y calidad de la señal de salida).

#### **Conclusiones:**

El diseño de filtros digitales es algo interesante, sin mencionar que la era de las computadoras está en pleno auge, debido a que están en todos lados. Además, a diario escuchamos música, ya sea en nuestro automóvil, en el radio, etc. Por lo que la manipulación de este tipo de archivos resulta interesante para poder experimentar y pensar distintas aplicaciones con ellos.

En el caso del filtro pasa bajas, como vimos en la señal del coseno inestable, al pasarla por el filtro, se volvió una señal estable, eliminando la peligrosidad de una señal que crece sin parar.

Una aplicación de este tipo de filtros, puede ser un ecualizador musical, que modifica el volumen del contenido en frecuencias de la señal de entrada, por lo que, podemos eliminar o añadir decibeles en determinadas frecuencias (en este caso, eliminar decibeles por encima de la frecuencia de corte), para compensar posibles errores en la grabación de un audio profesional.

Realizar la convolución en lenguaje C, es un algoritmo demasiado costoso computacionalmente hablando, además de que no puede realizarse en el tiempo continuo debido a las limitaciones que tiene cualquier computadora ya que contamos con una memoria y tiempo de procesamiento finitos, por lo tanto los resultados obtenidos son buenos, pero no excelentes, las aplicaciones que tiene, no solo en el procesamiento de señales, son bastante amplias e interesantes, algunas de ellas es el procesamiento de imágenes, específicamente el filtrado en las mismas, en acústica, ya que un eco es la convolución del sonido original con una función que represente los objetos variados que lo reflejan.

#### **Referencias:**

- [1] Clavijo Mendoza Juan Ricardo, 'Diseño y Simulación de Sistemas Microcontrolados en lenguaje C'. Colombia: 2011, pp. 190 193.
- [2] Department of Mechanical Engineering, 'Understanding Poles and Zeros'. [Online]. Disponible en: http://web.mit.edu/2.14/www/Handouts/PoleZero.pdf. [Accedido: 11 septiembre 2017].
- [3] Wikipedia, 'Circuito RC'. [Online]. Disponible en: <a href="https://es.wikipedia.org/wiki/Circuito\_RC">https://es.wikipedia.org/wiki/Circuito\_RC</a>. [Accedido: 11 septiembre 2017].
- [4] Electrónica Unicrom, 'Filtro RC Paso Bajo'. [Online]. Disponible en: https://unicrom.com/filtro-rc-paso-bajo/. [Accedido: 11 septiembre 2017].

[5] Romero Gamarra Joel Mauricio, 'Bajar Volumen a un Archivo WAV'. [Online]. Disponible en: <a href="https://github.com/JoelRomero97/Teoria-de-Comunicaciones-y-Senales/blob/master/Prácticas/Bajar%20Volumen/Reporte.docx">https://github.com/JoelRomero97/Teoria-de-Comunicaciones-y-Senales/blob/master/Prácticas/Bajar%20Volumen/Reporte.docx</a>.

Código

### Filtro.c

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <unistd.h>
#include "Cabecera.c"
#define TAM ARREGLO 20
int main(int argc, char const *argv[])
         FILE * archivoEntrada, * archivoSalida;
         cabecera cab;
         int i, lectura, escritura, j = 0, k;
         short muestra;
         float * impulso = (float *) malloc (sizeof (float) * 20);
         float * entrada = (float *) malloc (sizeof (float) * 20);
         char * nombreModificado = (char *) malloc (sizeof (char));
         char * nombreArch = (char *) malloc (sizeof (char));
         system ("cls");
         if (argc < 3)
                   printf("Error, faltan argumentos.\n");
         else
         {
                   nombreArch = (char *) argv [1];
                   nombreModificado = (char *) argv [2];
         //Abrimos los archivos en modo binario
         archivoEntrada = abreArchivo (nombreArch, nombreModificado,1);
         archivoSalida = abreArchivo (nombreArch, nombreModificado, 2);
         //Leemos e imprimimos la cabecera del archivo wav
         leerCabecera (archivoEntrada, archivoSalida, &cab);
         //Generamos la respuesta al impulso
         impulso = generaImpulso ();
         float max = 0;
         for (i = 0; i < TAM ARREGLO; i ++)</pre>
                   \max += (impulso [i] * 32767);
         //Llenamos el arreglo de entrada con puros ceros
         entrada = llenaArreglo ();
         //Escribimos el resto de los datos realizando la convoluci�n
         for (i = 0; i < cab.SubChunk2Size; i ++, j++)</pre>
                   lectura = fread(&muestra, sizeof (short), 1, archivoEntrada);
                   for (k = (TAM ARREGLO - 1); k >= 0; k --)
                             entrada [k] = entrada [k - 1];
                   entrada [0] = (muestra / max);
                             //Insertamos los datos en el arreglo
                   muestra = convolucion (entrada, impulso);
                   escritura = fwrite(&muestra, sizeof (short), lectura, archivoSalida);
                                      //Escribimos los datos nuevos en el archivo
         printf ("\n");
```

```
fclose (archivoEntrada);
fclose (archivoSalida);
printf ("Archivo '%s' modificado correctamente.\n", nombreArch);
return 0;
}
```

### Cabecera.c

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>
#include <math.h>
#include "Cabecera.h"
#define PI 3.14159265
#define FREC CORTE 1000
#define TAM ARREGLO 20
int i:
                                               //Variable global para manejar ciclos
FILE * abreArchivo (char * nombreArch, char * nombreModificado, int tipo)
         FILE * pt1, * pt2;
         pt1 = fopen (nombreArch, "rb");
         if (pt1 == NULL)
                  printf("Error al abrir archivo '%s'.\n", nombreArch);
                  exit(0):
         //Abrimos el archivo a escribir en modo binario
         pt2 = fopen (nombreModificado, "wb");
         if (pt2 == NULL)
                  printf("Error al crear el archivo '%s'.\n", nombreModificado);
                  exit(1);
         if (tipo == 1)
                  printf("Archivo '%s' abierto correctamente.\n", nombreArch);
                  return pt1;
         else
                  printf("Archivo '%s' creado correctamente.\n", nombreModificado);
                  return pt2;
void leerCabecera (FILE * archivoEntrada, FILE * archivoSalida, cabecera * cab)
         int lectura, escritura;
         unsigned char buffer4[4], buffer2 [2], * formatoArchivo;
         formatoArchivo = (char *) malloc (sizeof (char));
         //ChinkID
         lectura = fread(cab -> ChunkID, sizeof(cab -> ChunkID), 1, archivoEntrada);
         escritura = fwrite (cab -> ChunkID, sizeof (cab -> ChunkID), 1, archivoSalida);
         //ChunkSize
         //Se convierten los datos a entero
         lectura = fread(buffer4, sizeof(buffer4),1,archivoEntrada);
         escritura = fwrite(buffer4, sizeof(buffer4),1,archivoSalida);
         cab -> ChunkSize = (buffer4[0] | (buffer4[1] << 8) | (buffer4[2] << 16) |
(buffer4[3]<<24));
         printf("(5-8) ChunkSize: %u\n\n", cab -> ChunkSize);
         //Formato "Fmt"
```

```
lectura = fread(cab -> Format, sizeof(cab -> Format),1,archivoEntrada);
          printf("(9-12) Format: %s\n\n", cab -> Format);
          escritura = fwrite (cab -> Format, sizeof (cab -> Format), 1, archivoSalida);
          //SubChunk1ID Formato de datos "fmt"
          lectura = fread(cab -> SubChunk1ID, sizeof(cab -> SubChunk1ID), 1, archivoEntrada);
          printf("(13-16) SubChunk 1 ID: %s\n\n", cab -> SubChunk1ID);
          escritura = fwrite (cab -> SubChunk1ID, sizeof (cab -> SubChunk1ID), 1,
archivoSalida);
          //SubChunk1Size
         lectura = fread(buffer4, sizeof(buffer4),1,archivoEntrada);
          escritura = fwrite(buffer4, sizeof(buffer4),1,archivoSalida);
          cab \rightarrow SubChunk1Size = buffer4[0] | (buffer4[1]<<8) | (buffer4[1]<<16) |
(buffer4[1]<<24);
         printf("(17-20) SubChunk 1 Size: %u\n\n",cab -> SubChunk1Size);
          // Formato de audio
         lectura = fread(buffer2, sizeof(buffer2),1,archivoEntrada);
          escritura = fwrite(buffer2, sizeof(buffer2),1,archivoSalida);
         cab -> AudioFormat = buffer2[0] | (buffer2[1]<<8);</pre>
         if (cab -> AudioFormat == 1)
                   strcpy(formatoArchivo,"PCM");
         printf("(21-22) Audio Format: %u,%s\n\n",cab -> AudioFormat,formatoArchivo);
          //Canales
          lectura = fread(buffer2, sizeof(buffer2),1,archivoEntrada);
         escritura = fwrite(buffer2, sizeof(buffer2),1,archivoSalida);
         cab -> NumChannels = buffer2[0] | (buffer2[1]<<8);</pre>
         if (cab -> NumChannels == 1)
                   strcpy(formatoArchivo, "Mono");
         else
                   strcpy(formatoArchivo, "Stereo");
         printf("(23-24) Number of Channels: %u, Tipo: %s\n\n", cab ->
NumChannels, formatoArchivo);
          //SampleRate
         lectura = fread(buffer4, sizeof(buffer4),1,archivoEntrada);
         escritura = fwrite(buffer4, sizeof(buffer4),1,archivoSalida);
         cab \rightarrow SampleRate = buffer4[0] | (buffer4[1]<<8) | (buffer4[2]<<16) |
(buffer4[3]<<24);
         printf("(25-28) Sample Rate: %u\n\n", cab -> SampleRate);
         lectura = fread(buffer4, sizeof(buffer4),1,archivoEntrada);
          escritura = fwrite(buffer4, sizeof(buffer4),1,archivoSalida);
         cab -> ByteRate = buffer4[0] | (buffer4[1]<<8) | (buffer4[2]<<16) |</pre>
(buffer4[3]<<24);
         printf("(29-32) Byte Rate: %u BitRate: %u\n\n",cab -> ByteRate,cab -> ByteRate*8);
         lectura = fread(buffer2, sizeof(buffer2),1,archivoEntrada);
          escritura = fwrite(buffer2, sizeof(buffer2),1,archivoSalida);
          cab -> BlockAlign = buffer2[0] | (buffer2[1]<<8);</pre>
         printf("(33-34) Block Align: %u\n\n", cab -> BlockAlign);
         //Bits per Sample
         lectura = fread(buffer2, sizeof(buffer2),1,archivoEntrada);
         escritura = fwrite(buffer2, sizeof(buffer2),1,archivoSalida);
         cab -> BitsPerSample = buffer2[0] | (buffer2[1]<<8);</pre>
         printf("(35-36) Bits Per Sample: %u\n\n",cab -> BitsPerSample);
          //SubChunk2ID
         lectura = fread(cab -> SubChunk2ID, sizeof(cab -> SubChunk2ID), 1, archivoEntrada);
         printf("(37-40) SubChunk 2 ID: %s\n\n", cab -> SubChunk2ID);
         escritura = fwrite(cab -> SubChunk2ID, sizeof(cab -> SubChunk2ID), 1, archivoSalida);
```

```
lectura = fread(buffer4, sizeof(buffer4),1,archivoEntrada);
          escritura = fwrite(buffer4, sizeof(buffer4),1,archivoSalida);
          \mbox{cab $-$> SubChunk2Size = buffer4[0] | (buffer4[1]<<8) | (buffer4[2]<<16) | } 
(buffer4[3]<<24);
         printf("(41-44) SubChunk 2 Size: %u\n\n",cab -> SubChunk2Size);
float * llenaArreglo ()
          float * entrada = (float *) malloc (sizeof (float) * TAM ARREGLO);
          for (i = 0; i < TAM ARREGLO; i ++)</pre>
                   entrada [\overline{i}] = 0;
         return entrada;
float * generaImpulso ()
         float * impulso = (float *) malloc (sizeof (float) * TAM_ARREGLO);
         for (i = 0; i < TAM ARREGLO; i ++)</pre>
                   impulso [i] = (exp ((-2 * PI * FREC CORTE * i) / 44100));
          //Frmula de filtro RC con fc = 1,000 Hz
         return impulso;
float convolucion (float * entrada, float * impulso)
         float respuesta = 0;
         //Realizamos la convolucin
         for (i = 0; i < TAM ARREGLO; i ++)
                   if (entrada [i] != 0)
                             respuesta += (entrada [i] * impulso [i]);
         //{
m Como} entran valores entre -1 y 1, comprobamos la respuesta, para saber que
enviamos (aun as  todos los multiplicamos por 32767 que es
         //el valor m@ximo que puede tomar un short)
         if (respuesta > 1)
                  return (1 * 32767);
         if (respuesta < -1)
                   return (-1 * 32767);
          else
                   return (respuesta * 32767);
```

## Cabecera.h

```
typedef struct CABECERA
         char ChunkID[4];
                                                                   //Contiene las 'RIFF'
         unsigned int ChunkSize;
                                                                   //Contiene el tama
total sin contar este y el segmento anterior (8 bytes)
                                                         //Contiene 'WAVE'
         unsigned char Format[4];
         //Aqui comienza el primer subchunk 'fmt'
         char SubChunk1ID[4];
                                                                   //Contiene 'fmt'
         unsigned int SubChunk1Size;
                                                         //Contiene el tama�o del resto de
el primer subchunk
         unsigned int AudioFormat;
                                                         //Formato de audio, es es distinto
de 1, es forma de compresion
         unsigned int NumChannels;
                                                         //Numero de canales, mono = 1,
estereo = 2, etc.
         unsigned int SampleRate;
                                                         //8000, 44100, etc.
```

```
unsigned int ByteRate;
                                                                    //(SampleRate * Numero
canales * Bits per Sample) / 8
         unsigned int BlockAlign;
                                                          //(Numero canales * Bits per
Sample) / 8
         unsigned int BitsPerSample;
                                                          //8 bits, 16 bits, etc.
         //Aqui comienza el segundo subchunk 'data'
         char SubChunk2ID[4];
                                                                   //Contiene 'data'
                                                        //Numero de bytes en los datos, es
         unsigned int SubChunk2Size;
decir, bytes despues de este segmento
         unsigned int data;
                                                                    //Datos de sonidos reales
}cabecera;
FILE * abreArchivo (char * nombreArch, char * nombreModificado, int tipo);
                   //Para abrir los archivos de entrada y salida
void leerCabecera (FILE * archivoEntrada, FILE * archivoSalida, cabecera * cab);
        //Para copiar e imprimir la cabecera
float * llenaArreglo ();
float * generaImpulso ();
float convolucion (float * entrada, float * impulso);
```