$\frac{9.25}{13}$ 7.11

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO
FACULTAD DE INGENIERÍA
2022-2

PRIMER PARCIAL ÁLGEBRA LINEAL

Contestar en forma clara y ordenada. Incluye procedimientos, siempre que hay uno para que sea considerado en tu respuesta. No compartas tu material de trabajo. NO HAY PREGUNTAS a menos que sea por calidad de impresión del examen

NOMBRE: Diego Joel Zuñiga Fragoso GRUPO: 511

PROGRAMA (INGENIERÍA): Ingenieria en Automatización INA-22

1- Resolver el siguiente sistema de ecuaciones por medio de Gauss – Jordan, Si el sistema tiene infinitas soluciones da 2 soluciones particulares (Valor 3 puntos).

$$5x - 2y - 3z + w = 2$$
$$2x + 5y - 2z = 11$$
$$1x + 3y + 11z - w = -5$$

$$\left[\begin{array}{cccc|c} 5 & -2 & -3 & 1 & 2 \\ 2 & 5 & -2 & 0 & 11 \\ 1 & 3 & 11 & -1 & -5 \end{array}\right] \begin{array}{l} \\ 5R_2 - 2R_1 \\ 5R_3 - R_1 \end{array} \left[\begin{array}{cccc|c} 5 & -2 & -3 & 1 & 2 \\ 0 & 29 & -4 & -2 & 51 \\ 0 & 17 & 58 & -6 & -27 \end{array}\right] \begin{array}{l} 29R_1 + 2R_2 \\ \\ 29R_3 - 17R_2 \end{array} \left[\begin{array}{cccc|c} 145 & 0 & -95 & 25 & 160 \\ 0 & 29 & -4 & -2 & 51 \\ 0 & 0 & 1750 & -140 & -1650 \end{array}\right]$$

$$\begin{array}{c} \frac{R_1}{145} \\ \frac{R_2}{29} \\ \frac{R_3}{1750} \end{array} \left[\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -19/29 & 5/29 & 32/29 \\ 0 & 1 & -4/29 & -2/29 & 51/29 \\ 0 & 0 & 1 & -2/25 & -33/35 \end{array}\right]$$

Soluciones inf

$$x - \frac{19}{29}z + \frac{5}{29}w = \frac{32}{29}$$
$$y - \frac{4}{29}z - \frac{2}{29}w = \frac{51}{29}$$
$$z - \frac{2}{25}w = -\frac{33}{35}$$

X

2. Utiliza el método de matriz inversa para resolver el siguiente sistema. (Valor 3 puntos).

$$x - y + 3z = 2$$
$$3x + y + z = -9$$
$$5x - y - 4z = 11$$

$A^{-1}b = x$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 3 & 1 & 1 \\ 5 & -1 & -4 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 2 \\ -9 \\ 11 \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} \frac{41}{44} \\ -\frac{117}{44} \\ -\frac{16}{11} \end{bmatrix}$$

Solución SEL

$$(x, y, z) = \left(\frac{41}{44}, -\frac{117}{44}, -\frac{16}{11}\right)$$

3

$$A^{-1} = \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 5 & -1 & -4 & 0 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{l} \\ R_2 - 3R_1 \\ R_3 - 5R_1 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & -1 & 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & -8 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & -19 & -5 & 0 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{l} 4R_1 + R_2 \\ \\ R_3 - R_2 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 4 & 0 & 4 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 4 & -8 & -3 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -11 & -2 & -1 & 1 \end{array}\right] \begin{array}{l} 11R_1 + 4R_3 \\ 11R_2 - 8R_3 \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 44 & 0 & 0 & 3 & 7 & 4 \\ 0 & 44 & 0 & -17 & 19 & -8 \\ 0 & 0 & -11 & -2 & -1 & 1 \end{array}\right]$$

$$\begin{array}{c} \frac{R_1}{44} \\ \frac{R_2}{44} \\ \frac{R_3}{-11} \end{array} \left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 3/44 & 7/44 & 1/11 \\ 0 & 1 & 0 & -17/44 & 19/44 & -2/11 \\ 0 & 0 & 1 & 2/11 & 1/11 & -1/11 \end{array}\right] = A^{-1} * \begin{bmatrix} 2 \\ -9 \\ 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3/44(2) + 7/44(-9) + 1/11(11) \\ -17/44(2) + 19/44(-9) - 2/11(11) \\ 2/11(2) + 1/11(-9) - 1/11(11) \end{bmatrix}$$

7. Dadas las siguientes matrices encuentra la matriz x. (2 puntos)

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -5 \\ 9 & 4 & 3 \\ -7 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad 5A^T = \begin{bmatrix} 5 & 5 & -25 \\ 45 & 20 & 15 \\ -35 & -5 & 5 \end{bmatrix}$$

$A = \begin{bmatrix} 1 & 9 & -7 \\ 1 & 4 & -1 \\ -5 & 3 & 1 \end{bmatrix}$	$B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & -6 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \end{bmatrix}$	$C = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$

Encontrar la matriz X tal que $CX = B^2 - 5A^T$

$$X = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 \\ x_4 & x_5 & x_6 \\ x_7 & x_8 & x_9 \end{bmatrix}$$

$$B^2 = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & -6 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & -6 & 4 \\ 5 & -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 15 & -5 & 8 \\ 17 & 29 & -19 \\ 18 & 15 & -2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3(3)+1(1)+1(5) & 3(1)+1(-6)+1(-2) & 3(1)+1(4)+1(1) \\ 1(3)-6(1)+4(5) & 1(1)-6(-6)+4(-2) & 1(1)-6(4)+4(1) \\ 5(3)-2(1)+1(5) & 5(1)-2(-6)+1(-2) & 5(1)-2(4)+1(1) \end{bmatrix}$$

$$x_1(-1)+x_7(0)+x_3(-2)=$$

$$= -x_1 - 2x_3 = 10$$

$$B^2 - 5A^T = \begin{bmatrix} 15 & -5 & 8 \\ 17 & 29 & -19 \\ 18 & 15 & -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & 5 & -25 \\ 45 & 20 & 15 \\ -35 & -5 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -10 & 33 \\ -28 & 9 & -34 \\ 53 & 20 & -7 \end{bmatrix}$$

// No pude

8. Resolver el siguiente sistema

Una compañía minera extrae minerales de dos minas, el cual contiene para la mina I el 1% de níquel y el 2% de cobre, para la mina II el 2%de níquel y 5%de cobre. ¿Qué cantidad de mineral se deberá extraer de cada mina para obtener 4 toneladas de níquel y 9 toneladas de cobre?

$$0.01m_1 + 0.02m_2 = 4$$
$$0.02m_1 + 0.05m_2 = 9$$

Sist equivalente

$$m_1 + 2m_2 = 400$$
$$2m_1 + 5m_2 = 900$$

$$\left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 2 & 5 & 0 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow{R_2 - 2R_1} \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \end{array}\right] \xrightarrow{R_1 - 2R_2} \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & -2 & 1 \end{array}\right]$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 400 \\ 900 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} 3(400)-2(900) \\ -2(400)+900 \end{matrix} = \begin{bmatrix} -600 \\ 100 \end{bmatrix}$$

3. Encuentra los siguientes determinantes. **(1 puntos).**

$$A=\begin{pmatrix}-3&6&3\\1&-2&5\\1&2&-1\end{pmatrix}$$

Fila 2: $-1\begin{vmatrix}6&3\\2&-1\end{vmatrix}-2\begin{vmatrix}-3&3\\1&-1\end{vmatrix}-5\begin{vmatrix}-3&6\\1&2\end{vmatrix} = -1(-12)-2(0)-5(-12)=\boxed{72}$

Columna 3: $3\begin{vmatrix}1&-2\\1&2\end{vmatrix}-5\begin{vmatrix}-3&6\\1&2\end{vmatrix}-1\begin{vmatrix}-3&6\\1&-2\end{vmatrix} = 3(0)-5(-12)-1(-12)=\boxed{72}$

4. Encuentra el valor de k para que A sea singular, es decir su determinantes es cero. (1 punto)

$$A=\begin{bmatrix}1&2&-3\\-3&k&5\\2&-3&1\end{bmatrix}$$

$|A| = -2\begin{vmatrix}-3&5\\2&1\end{vmatrix}+k\begin{vmatrix}1&-3\\2&1\end{vmatrix}+3\begin{vmatrix}1&-3\\-3&5\end{vmatrix} = -2(-13)+k(7)+3(-4)$

$= 26+7k-12$

$\therefore\ 7k+14=0$

$7k=-14$

$k=-\frac{14}{7}=-2$

$\boxed{k=-2}$

5. Encuentra el valor de y utilizando la Regla de cramer. (1 punto)

$y=\frac{\Delta y}{\Delta} = -\frac{38}{11} = -\frac{38}{11}$

$\frac{35}{11}$ $\quad -\frac{56}{11}$

$x+3y-2z=3$
$-x+2y-z=-5$
$3x+y+z=1$

$A=\begin{bmatrix}1&3&-2\\-1&2&-1\\3&1&1\end{bmatrix}$ $\quad b=\begin{bmatrix}3\\-5\\1\end{bmatrix}$ $\quad \boxed{y=-\frac{38}{11}}$

$\Delta=\begin{vmatrix}1&3&-2\\-1&2&-1\\3&1&1\end{vmatrix} = 1\begin{vmatrix}2&-1\\1&1\end{vmatrix}+1\begin{vmatrix}3&-2\\1&1\end{vmatrix}+3\begin{vmatrix}3&-2\\2&-1\end{vmatrix} = 1(3)+1(5)+3(1) = 11$

$\Delta x=\begin{vmatrix}3&3&-2\\-5&2&-1\\1&1&1\end{vmatrix} = 3\begin{vmatrix}2&-1\\1&1\end{vmatrix}+5\begin{vmatrix}3&-2\\1&1\end{vmatrix}+1\begin{vmatrix}3&-2\\2&-1\end{vmatrix} = 3(3)+5(5)+1(1)=35$

$\Delta y=\begin{vmatrix}1&3&-2\\-1&-5&-1\\3&1&1\end{vmatrix} = 1\begin{vmatrix}-5&-1\\1&1\end{vmatrix}+1\begin{vmatrix}3&-2\\1&1\end{vmatrix}+3\begin{vmatrix}3&-2\\-5&-1\end{vmatrix} = 1(-4)+1(5)+3(-13)=-38$

$\Delta z=\begin{vmatrix}1&3&3\\-1&2&-5\\3&1&1\end{vmatrix} = 1\begin{vmatrix}2&-5\\1&1\end{vmatrix}+1\begin{vmatrix}3&3\\1&1\end{vmatrix}+3\begin{vmatrix}3&3\\2&-5\end{vmatrix} = 1(7)+1(0)+3(-21)=-56$

$|B^{-1}|=\frac{1}{9}$

$|A^{-1}|=-\frac{1}{6}$

6. Sea A, B dos matrices cuadradas de orden 4X4 tales que $|A|=-6$ y $|B|=9$ (1 punto)

a) $\lvert(AB)^T\rvert = \lvert B^TA^T\rvert$ $= \lvert B^T\rvert\lvert A^T\rvert = \boxed{-54}$	B) $\lvert 2AB\rvert = \lvert 2A\rvert\lvert B\rvert$ $= \boxed{-864}$	C) $\lvert(A^{-1}B)^{-1}\rvert = \lvert B^{-1}\rvert\lvert A\rvert$ $= \boxed{-\frac{2}{3}}$	D) $\lvert -B^3\rvert = \boxed{-729}$
E) $\lvert A^{-1}B^{-1}\rvert = \lvert A^{-1}\rvert\lvert B^{-1}\rvert$ $= (\frac{1}{9})(-\frac{1}{6}) = \boxed{-\frac{1}{54}}$	F) $\lvert A^{-1}A^2\rvert = \lvert A^{-1}\rvert\lvert A^2\rvert$ $= (-\frac{1}{6})(36) = \boxed{-6}$		

$|2A| = 16|A| = -96$

$|A^2| = |A|^2$

$|A^2| = (-6)^2 = 36$

$|B^3| = 9^3 = 729$

$\begin{vmatrix}2&1\\1&3\end{vmatrix} = 6-1=5$

$\begin{vmatrix}4&2\\2&6\end{vmatrix} = 20$