	UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO FACULTAD DE INGENIERIA Cálculo Diferencial 2do. Examen Parcial	Nombre: Diego Joel Zuñiga Fragoso 15 de abril de 2021

9.83

Resuelve el examen, escribe el número de ejercicio que estás contestando, de otra manera no se tomará en cuenta. Se calificará el procedimiento, en caso de no tenerlo no se tomará en cuenta el ejercicio, aunque el resultado esté correcto.

1. Determina el dominio de cada una de las siguientes funciones.

a) $f(x)=\frac{x}{x^2-2x-3} = \frac{x}{(x-3)(x+1)}$

$x-3=0$ $\quad x+1=0$

$x=3$ $\quad x=-1$

$\boxed{\text{Dom} f(\mathbb{R}-\{3,-1\})}$

b) $f(x)=\sqrt{x^2-36} = \sqrt{(x-6)(x+6)}$

$x-6=0$

$x_1=6$

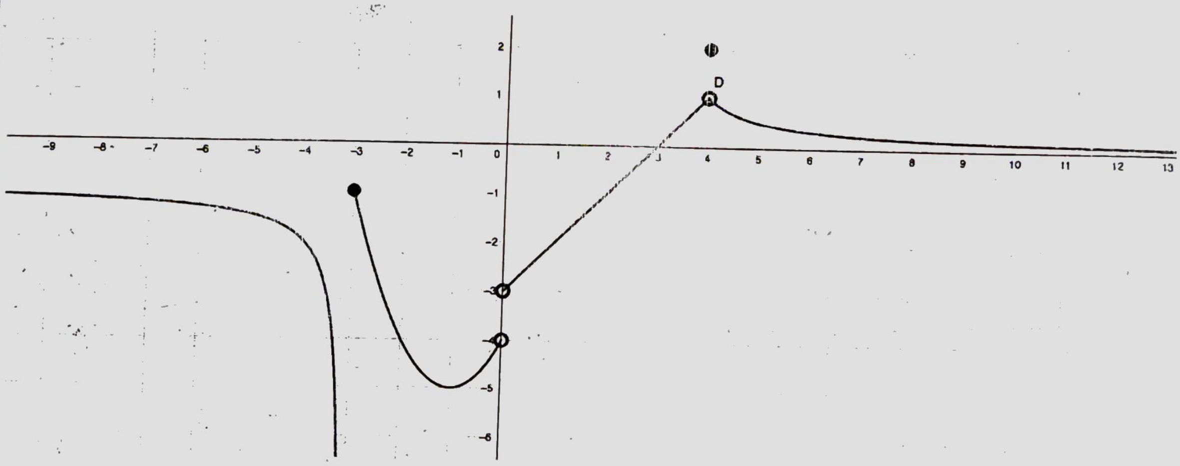
$x+6=0$

$x_2=-6$

	-6		6	
$x-6$	−	−	+
$x+6$	−	+	+
x^2-36	+	−	+

$\boxed{\text{Dom} f(-\infty,-6]\cup[6,\infty)}$

2. Para la función f cuya gráfica está dada, enuncia el valor de cada cantidad, si existe.



a) $\lim_{x\to-3^-} f(x) = -\infty$	g) $\lim_{x\to0^-} f(x) = -4$	k) $\lim_{x\to4^-} f(x) = 1$	o) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = -1$
b) $\lim_{x\to-3^+} f(x) = -1$	h) $\lim_{x\to0^+} f(x) = -3$	l) $\lim_{x\to4^+} f(x) = 1$	p) $\lim_{x\to\infty} f(x) = 0$
c) $\lim_{x\to-3} f(x) =$ No existe	i) $\lim_{x\to0} f(x) =$ No existe	m) $\lim_{x\to4} f(x) = 1$	q) Da las ecuacione de las asíntotas horizontales. $f(x)=0$ y $f(x)=-1$
d) $f(-3) = -1$	j) $f(0) =$ No existe	n) $f(4) = 2$	r) Da las ecuacione de las asíntotas ~~horizontales~~ verticales. $x=-3$

2

3. De la figura del ejercicio anterior determina lo siguiente:

a) Dominio de la función.

$\boxed{\text{Dom} f \ (-\infty, 0) \cup (0, \infty)}$ ó $\boxed{\mathbb{R} - \{0\}}$

b) El conjunto de puntos donde la función es continua

$\boxed{(-\infty, -3) \cup (-3, 0) \cup (0, 4) \cup (4, \infty)}$

b) Puntos sobre el eje X en donde la función es discontinua.

$f(x)$ es discontinua en $\begin{cases} x = -3 \\ x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$

b) El tipo de discontinuidad de cada punto.

$x = -3$	$x = 0$	$x = 4$
Discontinuidad infinita	Discontinuidad de salto	Discontinuidad Removible

4. La Federación de caza de cierto estado introduce 70 ciervos en una determinada región. Se cree que el número de ciervos crecerá siguiendo el modelo:
$P(t) = \frac{10(7+2t)}{1+0.05t}$, donde t es el tiempo en años.

5/6

a) Calcule el número de animales que habrá luego de 3 años.

$P(3) = \frac{10(7+2(3))}{1+0.05(3)} = 113.04$

3/4

$70 + 113 = 183$ X

$\boxed{\text{Habra 183 animales}}$

b) Calcule el número de animales que habrá luego de 10 años.

$P(10) = \frac{10(7+2(10))}{1+0.05(10)} = 180$

3/4

$70 + 180 = 250$ X

$\boxed{\text{Habra 250 animales}}$

a) ¿A qué valor tenderá la población cuando t tiende a infinito?

$P(t) = \frac{10(7+2t)}{1+0.05t} = \frac{70+20t}{1+0.05t} * \frac{\frac{1}{t}}{\frac{1}{t}} = \frac{\frac{70}{t}+20}{\frac{1}{t}+0.05} =$

$\lim_{t \to \infty} \frac{\frac{70}{t}+20}{\frac{1}{t}+0.05} = \frac{0+20}{0+0.05} = \frac{20}{0.05} = \boxed{400}$

1.83

5. Calcula los siguientes límites usando las propiedades.

i) $\lim_{x\to1} \frac{x-1}{x^2+x-2} = \frac{\cancel{x-1}}{(x+2)\cancel{(x-1)}} = \frac{1}{x+2}$

$\lim_{x\to1} \frac{1}{x+2} = \frac{\lim_{x\to1}(1)}{\lim_{x\to1}(x+2)} = \boxed{\frac{1}{3}}$

ii) $\lim_{x\to0} \frac{\sqrt{x^2+4}-2}{x^2} = \left(\frac{\sqrt{x^2+4}-2}{x^2}\right)\left(\frac{\sqrt{x^2+4}+2}{\sqrt{x^2+4}+2}\right) = \frac{(x^2+4)-4}{x^2\sqrt{x^2+4}+2x^2} = \frac{x^2}{x^2\sqrt{x^2+4}+2x^2}$

$\lim \frac{\cancel{x^2}}{\cancel{x^2}(\sqrt{x^2+4}+2)} = \frac{1}{\sqrt{x^2+4}+2}$ $\lim_{x\to0} \frac{1}{\sqrt{x^2+4}+2} = \frac{1}{\left(\sqrt{\lim_{x\to0}(x^2+4)}\right)+2} = \frac{1}{\sqrt{4}+2} = \boxed{\frac{1}{4}}$

iii) $\lim_{x\to5^-} \frac{x}{x-5} = \frac{\lim_{x\to5^-}(x)}{\lim_{x\to5^-}(x-5)} = \frac{5}{0}$

$f(4.9) = \frac{4.9}{4.9-5} = -49$

$f(4.99) = -499$

$\boxed{\therefore \lim_{x\to5^-} \frac{x}{x-5} = -\infty}$

iv) $\lim_{x\to\infty} \frac{x}{x-5} = \left(\frac{x}{x-5}\right)\left(\frac{\frac{1}{x}}{\frac{1}{x}}\right) = \frac{1}{1-\frac{5}{x}} = \frac{1}{1-0} = \boxed{1}$

6. Calcular la derivada de las siguientes funciones.

a) $f(x) = \frac{3x+5}{5x-3}$ $\frac{f(x)}{g(x)}$ $f'(x) = 3$

$g'(x) = 5$

$f'(x) = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{(g(x))^2}$

$= \frac{3(5x-3) - 5(3x+5)}{(5x-3)^2} = \frac{\cancel{15x}-9-\cancel{15x}-25}{(5x-3)^2}$

$\boxed{f'(x) = -\frac{34}{(5x-3)^2}}$

b) $h(t) = t^2 + \frac{1}{t^2}$ $f(x)$ $g(x)$ t^{-2} $f'(x) = 2t$

$g'(x) = -2t^{-3} = -\frac{2}{t^3}$

$h'(t) = 2t + \left(-\frac{2}{t^3}\right)$

$h'(t) = \frac{2t}{1} - \frac{2}{t^3} = \frac{2t^4-2}{t^3}$

$\boxed{h'(t) = \frac{2t^4-2}{t^3}}$

2

$f'(x) = \frac{1}{3}(3x^2+x)^{-\frac{2}{3}}(6x+1) = \frac{6x+1}{3\sqrt[3]{(3x^2+x)^2}}$, lo repetí

$h'(x) = 1$
$g'(x) = 4x^3 + 9x^2$

7. Calcular la derivada de las siguientes funciones:

c) $g(x) = \sqrt[3]{3x^2+x} = (3x^2+x)^{\frac{1}{3}}$ $g'(x) = \frac{1}{3}(3x^2+x)^{-\frac{2}{3}}(6x+1)$ $\boxed{g'(x) = \frac{6x+1}{3\sqrt[3]{(3x^2+x)^2}}}$	d) $f(x) = \underbrace{(x+3)}_{h(x)}\underbrace{(x^4+3x^3+6)}_{g(x)}$ $f'(x) = h'(x)g(x) + h(x)g'(x)$ $= (x^4+3x^3+6) + (x+3)(4x^3+9x^2)$ $= x^4+3x^3+6+4x^4+9x^3+12x^3+27x^2$ $= 5x^4+24x^3+27x^2+6$ $\boxed{f'(x) = 5x^4+24x^3+27x^2+6}$

8. Encuentra $\frac{dy}{dx}$ suponiendo que la ecuación define una función derivable f tal que $y = f(x)$.

$\left(\frac{1}{x^2}\right) + \left(\frac{1}{y^2}\right) = 1 = x^{-2} + y^{-2} = 1$

$\frac{d}{dx}(x^{-2}) + \frac{d}{dx}(y^{-2}) = \frac{d}{dx}(1)$

$= -2x^{-3} - 2y^{-3}\frac{dy}{dx} = 0 \rightarrow -2x^{-3} = 2y^{-3}\frac{dy}{dx}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{-\frac{2}{x^3}}{\frac{2}{y^3}} = \frac{-2y^3}{2x^3}$

$\boxed{\frac{dy}{dx} = -\frac{2y^3}{2x^3}}$

Calcula la pendiente de la recta tangente a la curva en el punto $(\sqrt{2}, \sqrt{2})$, y la ecuación de la recta tangente.

$\frac{dy}{dx} = -\frac{2(\sqrt{2})^3}{2(\sqrt{2})^3} = -1$

$m = -1$

$y - \sqrt{2} = -(x - \sqrt{2})$

$\boxed{y = -x + 2\sqrt{2}}$

9. Un objeto es lanzado desde un edificio de 50 metros de altura. Después de t segundos, la altura del objeto es $50 - 4.9t^2$ m ¿Cuál es su velocidad 3 segundos después de haber sido lanzado?

$f(t) = 50 - 4.9t^2$
$f'(t) = -9.8t$
$f'(3) = -9.8(3)$
$f'(3) = -29.4$

Su velocidad es de -29.4 m/s

10. (2 puntos) Responde verdadero o falso en cada enunciado.

1	Si f es una función y $f(a) = f(b)$, entonces $a = b$.	V ✗
2	Si $f(x) = \frac{p(x)}{q(x)}$ es una función racional y $q(a) = 0$, entonces la recta $x = a$ es una asíntota vertical de la gráfica de la función.	V ✗
3	$\lim_{x\to 1} \frac{\lvert x \rvert}{x} =$ no existe. $\lim_{x\to 1^-} = -1 \neq \lim_{x\to 1^+} = 1$	V ✗
4	Si $\lim_{x\to a} f(x) = \infty$ y $\lim_{x\to a} g(x) = \infty$, entonces $\lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)} = 1$.	F ✓
5	Si f es una función discontinua en a, entonces $f(a)$ no está definida.	F ✓
6	La razón de cambio instantánea de $y = f(x)$ con respecto a x en x_0 es la pendiente de la recta tangente a la gráfica en el punto $(x_0, f(x_0))$.	V ✓

1 2 1

4