UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO
FACULTAD DE INGENIERÍA

Laboratorio de Cálculo Integral

Nombre del Alumno	**Diego Joel Zuñiga Fragoso**	**Grupo**	**514**
Fecha de la Práctica	**24/04/2023**	**No Práctica**	**8**
Nombre de la Práctica	**Sustitución Trigonométrica**		
Unidad	**Métodos de Integración**		

OBJETIVOS

Practicar cambios de variable con substitución trigonométrica

EQUIPO Y MATERIALES

Computadora y el programa Scientific Work Place

DESARROLLO

SUSTITUCIONES TRIGONOMETRICAS:

Conociendo cómo evaluar las integrales que contienen potencias de funciones trigonométricas, usar *sustituciones trigonométricas* para evaluar integrales que contienen radicales

$$\sqrt{a^2-u^2},\quad \sqrt{a^2+u^2},\quad \sqrt{u^2-a^2}$$

El objetivo de las sustituciones trigonométricas es eliminar al radical en el integrando. Hacer esto con las identidades pitagóricas

$$\cos^2\theta=1-\sin^2\theta,\quad \sec^2\theta=1+\tan^2\theta,\quad \tan^2\theta=\sec^2\theta-1$$

Sustituciones trigonométricas en integrales:

i) Para integrales que contienen $\sqrt{a^2-u^2}$ hacer $u=a\sin\theta$. Entonces $\sqrt{a^2-u^2}=a\cos\theta, -\frac{\pi}{2}\le\theta\le\frac{\pi}{2}$.

ii) Para integrales que contienen $\sqrt{a^2+u^2}$, hacer $u=a\tan\theta$. Entonces $\sqrt{a^2+u^2}=a\sec\theta, -\frac{\pi}{2}<\theta<\frac{\pi}{2}$

iii) Para integrales que contienen $\sqrt{u^2-a^2}$, hacer $u=a\sec\theta$. Entonces $\sqrt{u^2-a^2}=\pm a\tan\theta, 0\le\theta<\frac{\pi}{2}\ o\ \frac{\pi}{2}<\theta\le\pi$, usar el valor positivo si $u>a$ y el valor negativo si $u<-a$

Elige la opción de Scientific Work Place **Compute>Calculus>Change variable** para evaluar las siguientes integrales.

a)

$$\int \frac{1}{(x^2+3)^{3/2}}dx$$

$$x = \frac{3}{\sqrt{3}}\tan\theta \qquad dx = \frac{3}{\sqrt{3}}\sec^2\theta d\theta \qquad \theta = \arctan\left(\frac{\sqrt{3}x}{3}\right)$$

$$\int \frac{1}{(x^2+3)^{\frac{3}{2}}}dx = \int \frac{1}{\left(\sqrt{x^2+\left(\frac{3}{\sqrt{3}}\right)^2}\right)^3}dx = \int \frac{\frac{3}{\sqrt{3}}\sec^2\theta}{\left(\frac{3}{\sqrt{3}}\sec\theta\right)^3}d\theta$$

$$\frac{1}{3}\int \frac{1}{\sec\theta}d\theta = \frac{1}{3}\int \cos\theta d\theta = \frac{1}{3}\sin\theta + C = \frac{x}{3\sqrt{x^2+3}} + C$$

b)

$$\int e^x\sqrt{1-e^{2x}}\,dx$$

$$u = e^x \qquad du = e^x dx$$

$$\int \sqrt{1-u^2}\,du$$

$$u = \sin\theta \qquad du = \cos\theta d\theta \qquad \theta = \arcsin u$$

$$\int \cos\theta\cos\theta d\theta = \int \cos^2\theta d\theta$$

$$= \frac{\theta}{2} + \frac{\sin\theta\cos\theta}{2} + C = \frac{\arcsin e^x}{2} + \frac{e^x\sqrt{1-e^{2x}}}{2} + C$$

c)

$$\int \frac{1}{4+4x^2+x^4}dx$$

$$x = \frac{2}{\sqrt{2}}\tan\theta \qquad dx = \frac{2}{\sqrt{2}}\sec^2\theta d\theta$$

$$\int \frac{1}{4+4x^2+x^4}dx = \int \frac{1}{(x^2+(\frac{2}{\sqrt{2}})^2)^2}dx = \int \frac{\frac{2}{\sqrt{2}}\sec^2\theta}{(2(\tan^2\theta+1))^2}d\theta = \frac{\sqrt{2}}{4}\int \cos^2\theta d\theta$$

$$= \frac{\sqrt{2}}{4}\left(\frac{\theta}{2} + \frac{\cos\theta\sin\theta}{2}\right) = \frac{\sqrt{2}\arctan\frac{\sqrt{2}}{2}}{8} + \frac{x}{4(x^2+2)} + C$$

	$\int \frac{1}{\sqrt{4x+x^2}}dx$ $u = x+2 \qquad du = dx$ $\int \frac{1}{\sqrt{4x+x^2}}dx = \int \frac{1}{\sqrt{(x+2)^2-4}}dx = \int \frac{1}{\sqrt{u^2-4}}du$ $u = 2\sec\theta \qquad du = 2\sec\theta\tan\theta d\theta$ $\int \frac{1}{\sqrt{u^2-4}}du = \int \frac{2\sec\theta\tan\theta}{2\tan\theta}d\theta = \int \sec\theta d\theta$ $\ln\lvert\sec\theta + \tan\theta\rvert + C = \ln\left\lvert \frac{x+2}{2} + \frac{\sqrt{4x+x^2}}{2}\right\rvert + C$ d)
	$\int \frac{x}{\sqrt{x^2-6x+5}}dx$ $u = x-3 \qquad du = dx$ $\int \frac{x}{\sqrt{(x-3)^2-4}}dx = \int \frac{u+3}{\sqrt{u^2-4}}du = \int \frac{u}{\sqrt{u^2-4}}du + 3\int \frac{1}{\sqrt{u^2-4}}du$ $u = 2\sec\theta \qquad du = 2\sec\theta\tan\theta d\theta \qquad \theta = \operatorname{arcsec}(\frac{u}{2})$ $\int \frac{u}{\sqrt{u^2-4}}du + 3\int \frac{1}{\sqrt{u^2-4}}du = \int \frac{4\sec^2\theta\tan\theta}{2\tan\theta}d\theta + 3\int \frac{2\sec\theta\tan\theta}{2\tan\theta}d\theta$ $2\int \sec^2\theta d\theta + 3\int \sec\theta d\theta = 2\tan\theta + 3\ln\lvert\sec\theta + \tan\theta\rvert + C$ $\sqrt{x^2-6x+5} + 3\ln\left\lvert \frac{x-3}{2} + \frac{\sqrt{x^2-6x+5}}{2}\right\rvert + C$ e)

CONCLUSIONES

Esta practica me ayudo a mejorar mi practica con el método de sustitución trigonométrica, este método en particular me cuesta mas que otros porque la trigonométria no es mi fuerte, pero poco a poco voy memorizando los métodos y mejorando mas.

EVALUACIÓN DE LA PRÁCTICA

Se evaluará el documento con los datos solicitados, las gráficas y conclusiones enviado a través del Campus Virtual