

Diego Joel

Zuñiga Fragoso

317684

Fourier Series	PRACTICA 3
	FECHA 22/03/2024

1. OBJETIVO

- Aplicar y demostrar nuestra comprensión profunda de las series de Fourier, basándonos en los conceptos y teorías aprendidos en clase.
- Desarrollar un código en MATLAB que pueda calcular y representar la serie exponencial de Fourier para una función dada.
- Desarrollar un código en MATLAB que pueda calcular y representar la serie trigonométrica de Fourier para una función dada.
- Analizar y visualizar gráficamente la precisión de las aproximaciones de las series de Fourier. Además, investigar cómo la variación en el valor de N afecta la exactitud de estas aproximaciones.

2. MARCO TEÓRICO

La representación de señales durante un cierto intervalo de tiempo en términos de la combinación lineal de funciones ortogonales se llama serie de Fourier. El análisis de Fourier también se llama a veces análisis armónico. Las series de Fourier son aplicables solo para señales periódicas. No se pueden aplicar a señales no periódicas. Hay disponibles tres clases importantes de métodos de series de Fourier. Son:

1. Forma trigonométrica: Si las funciones ortogonales son funciones trigonométricas, entonces se llama serie de Fourier trigonométrica. La serie infinita de términos de seno y coseno se puede usar para formar la serie de Fourier trigonométrica y se puede escribir como (denominada ecuación de síntesis):

$$x(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin(n\omega_0 t)$$

Donde n es un entero y los coeficientes de Fourier a_0 , a_n , b_n se calculan utilizando las siguientes expresiones (denominadas ecuación de análisis):

$$a_0 = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) dt$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \cos(n\omega_0 t) dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \sin(n\omega_0 t) dt$$

2. Forma exponencial: Si las funciones ortogonales son funciones exponenciales complejas, entonces se llama serie de Fourier exponencial. En este caso, la función $x(t)$ se expresa como una suma ponderada de las funciones exponenciales complejas. Aunque la forma trigonométrica es una forma común de las series de Fourier, la forma exponencial compleja es más general y generalmente más conveniente y más compacta. La serie de Fourier exponencial puede expresarse utilizando la siguiente ecuación de síntesis:

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp^{jn\omega_0 t}$$

Donde el coeficiente de Fourier c_n se calcula utilizando la siguiente ecuación de análisis:

$$c_n = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} x(t) \exp^{-jn\omega_0 t} dt$$

3. Forma de coseno: Aquí, la función de coseno se utiliza como la función ortogonal. Puede considerarse como un caso especial de la forma trigonométrica.

3. IMPLEMENTACIÓN EN MATLAB

Se anexa el código con explicaciones

Código
<pre> t = -3*pi:10e-3:3*pi; N = 100; T = 2*pi; A = 1; w = 2*pi/T; %% Funcion cuadrada antisimetrica xt = A*square(w*t); % Serie exponencial de Fourier exp_yt = 0; cn = zeros(2*N+1,1); index = 1; % Sumatoria for n = -N : N % Calculo valor de Cn if(mod(n,2)) % Par cn(index) = (-j)*(2*A)/(pi*n); else % Impar cn(index) = 0; end % Calculo valor de serie de fourier exp_yt = exp_yt + cn(index)*exp(j*n*w*t); % Aumento el indice </pre>

```

    index = index+1;
end

% Calculo valores de magnitud y angulo de Cn
n = -N : N;
cmag = abs(cn);
cph = angle(cn);

% Grafico funciones
figure;
plot(t,xt,'--'), xlim([-3*pi 3*pi]), ylim([-1.4 1.4]), xlabel('t'),
ylabel('f(x)'), title('Exponencial de Fourier');
hold on, plot(t,exp_yt), legend('x(t)', 'y(t)');

% Grafico magnitud y angulo de Cn
figure;
subplot(2,1,1), stem(n,cmag),ylim([-0.2 0.8]), xlabel('n'), ylabel('C
mag'), title('Amplitud');
subplot(2,1,2), stem(n,cph, 'r'), ylim([-2 2]), xlabel('n'), ylabel
('Angle'), title('Angle');

% Serie trigonometrica de Fourier
tri_yt = 0;
an = zeros(N,1);
bn = zeros(N,1);

index = 2;

an(1) = 0;
bn(1) = 0;

% Sumatoria
for n = 1 : N
    % Calculo valor de an y bn
    if(mod(n,2))
        % Par
        an(index) = 0;
        bn(index) = 4/(n*pi);
    else
        % Impar
        an(index) = 0;
        bn(index) = 0;
    end

    % Calculo valor de serie de fourier
    tri_yt = tri_yt + an(index)*cos(n*w*t) + bn(index)*sin(n*w*t);

    % Aumento el indice
    index = index+1;
end

n = 0 : N;

% Grafico funciones
figure;

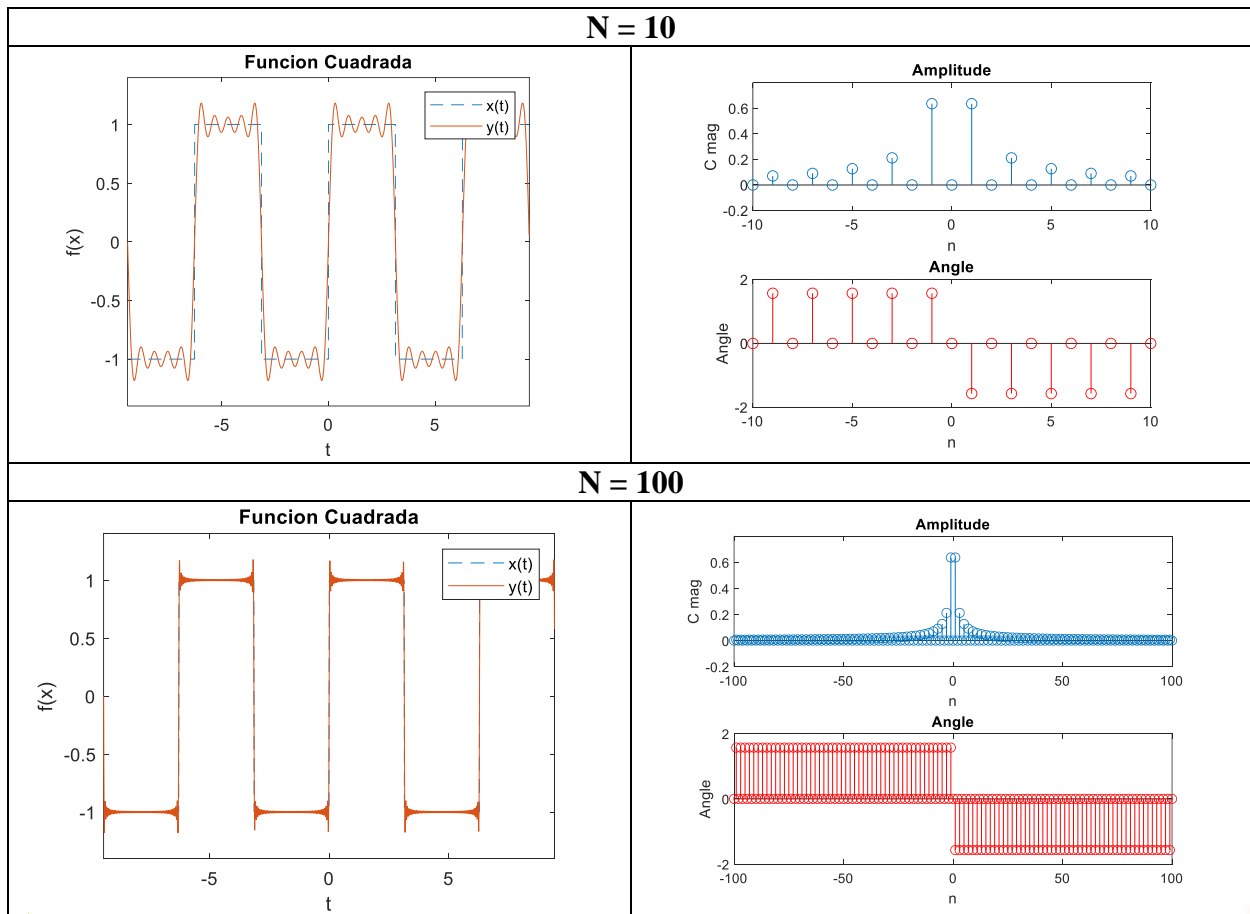
```

```
plot(t,xt,'--'), xlim([-3*pi 3*pi]), ylim([-1.4 1.4]), xlabel('t'),
ylabel('f(x)'), title('Trigonometrica de fourier');
hold on, plot(t,tri_yt), legend('x(t)', 'y(t)');

% Grafico de an y bn
figure;
subplot(2,1,1), stem(n,an), ylim([-0.2 0.8]), xlabel('n'), ylabel('a_n'),
title('a_n');
subplot(2,1,2), stem(n,bn, 'r'), ylim([-0.2 1.5]), xlabel('n'), ylabel('b_n'),
title('b_n');
```

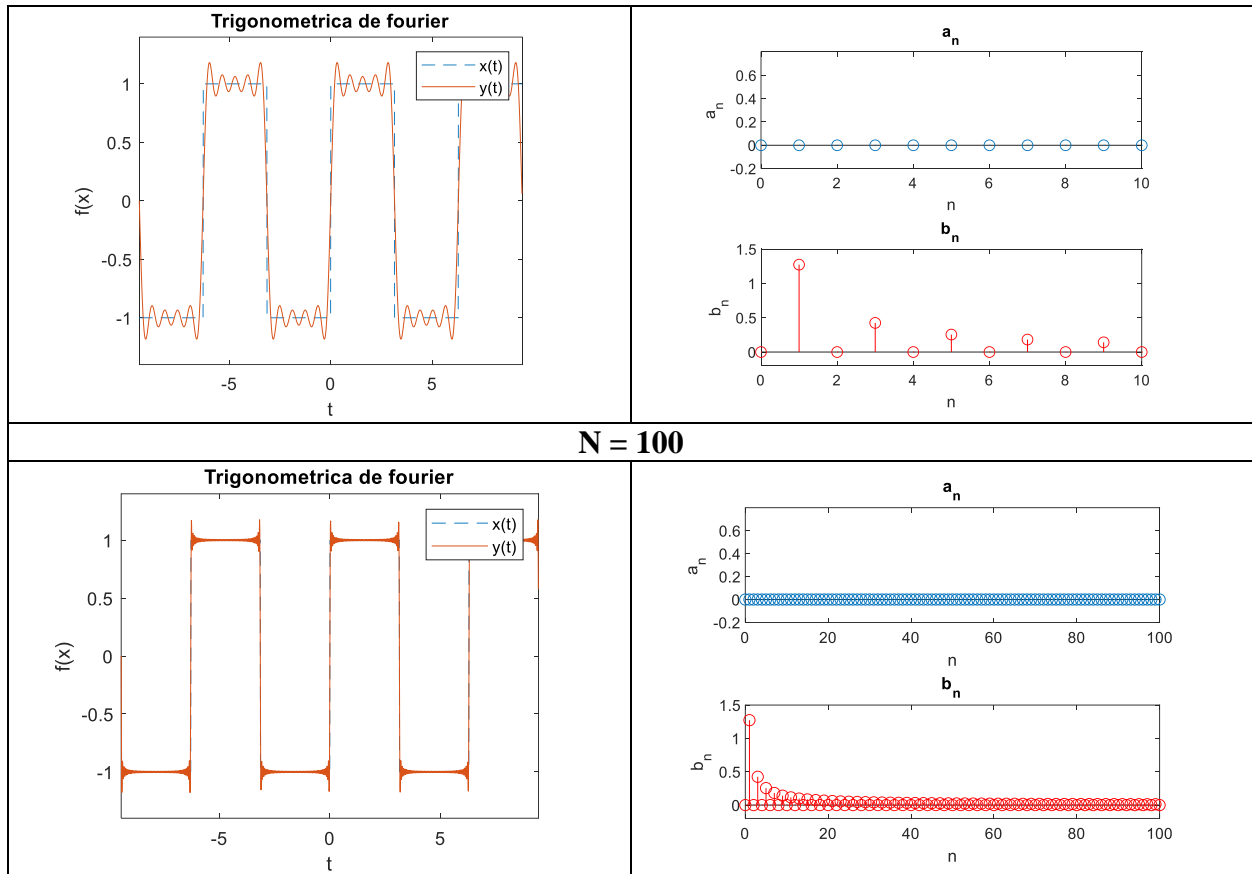
4. RESULTADOS

Exponencial de Fourier de función cuadrada antisimétrica



Trigonometrica de Fourier de función cuadrada antisimétrica

N = 10



5. CONCLUSIÓN

La práctica de las series de Fourier, tanto en su forma exponencial como trigonométrica, es una herramienta esencial en el análisis de señales y sistemas. A través de esta práctica, hemos podido aplicar nuestros conocimientos teóricos a problemas prácticos utilizando MATLAB. Hemos desarrollado códigos para calcular y visualizar estas series, y hemos observado cómo la precisión de la aproximación varía con el número de términos en la serie. Esta experiencia nos ha proporcionado una comprensión más profunda de las series de Fourier y su aplicación en el análisis de señales. En conclusión, esta práctica ha sido una oportunidad valiosa para consolidar nuestros conocimientos y habilidades en este importante tema.