UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO
FACULTAD DE INGENIERIA
Cálculo Diferencial
1° examen parcial

Nombre: Diego Joel Zuñiga Fraguso
Grupo: 511 Fecha: 08/09/2022

INSTRUCCIONES GENERALES PARA EL EXAMEN: Elabora cada ejercicio de manera clara, señalando y justificando tu respuesta. Si en una pregunta, la respuesta es única y aparecen dos respuestas entonces, tu respuesta será invalidada, es decir, se considerará como errónea. Si tu respuesta sólo incluye el resultado sin dar una justificación que evidencie tú conocimiento entonces, tu respuesta será invalidada, es decir, se considerará como errónea. Cualquier duda sobre redacción o tipografía del examen consulta al profesor.

8.52

1. Calcula el dominio de la función $\sqrt{x^2+x-2}$

$f(x) = \sqrt{x^2+x-2}$

$f(x) = \sqrt{(x+2)(x-1)}$

$x+2=0 \quad x-1=0$

$x=-2 \quad x=1$

	-2		1	
$x+2$	$-$		$+$	$+$
$x-1$	$-$		$-$	$+$
	$+$		$-$	$+$

$(-\infty,-2] \cup [1,\infty)$

$\boxed{\therefore \text{Dom } f = (-\infty,-2] \cup [1,\infty)}$

$\boxed{\sqrt{x} \quad x \notin \mathbb{R}}$ - No existe

2. Resuelve la siguiente desigualdad, exprésala en forma de intervalo y dibuja su gráfica.

$3 < |4-x| = |x-4| > 3$

$\therefore -b > |a| > b$

$x-4 > 3 \quad\quad x-4 < -3$

$x > 3+4 \quad\quad x < -3+4$

$x > 7 \quad\quad x < 1$

$7 < x < 1$

$\boxed{\therefore \quad x \in (-\infty, 1) \cup (7,\infty)}$

3. Sean $f(x) = 2x^2 - 3x + 10$ y $g(x) = 3 - x$, calcula

a) $(f+g)(2) =$ $f(2) + g(2) = [2(2)^2 - 3(2) + 10] + [3-2] = (8-6+10)+1$
$= 12 + 1 = 13$

$\boxed{\therefore (f+g)(2) = 13}$

b) $(fg)(1) =$ $f(1)\,g(1) = [2(1)^2 - 3(1) + 10][3-1] = (9)(2) = 18$

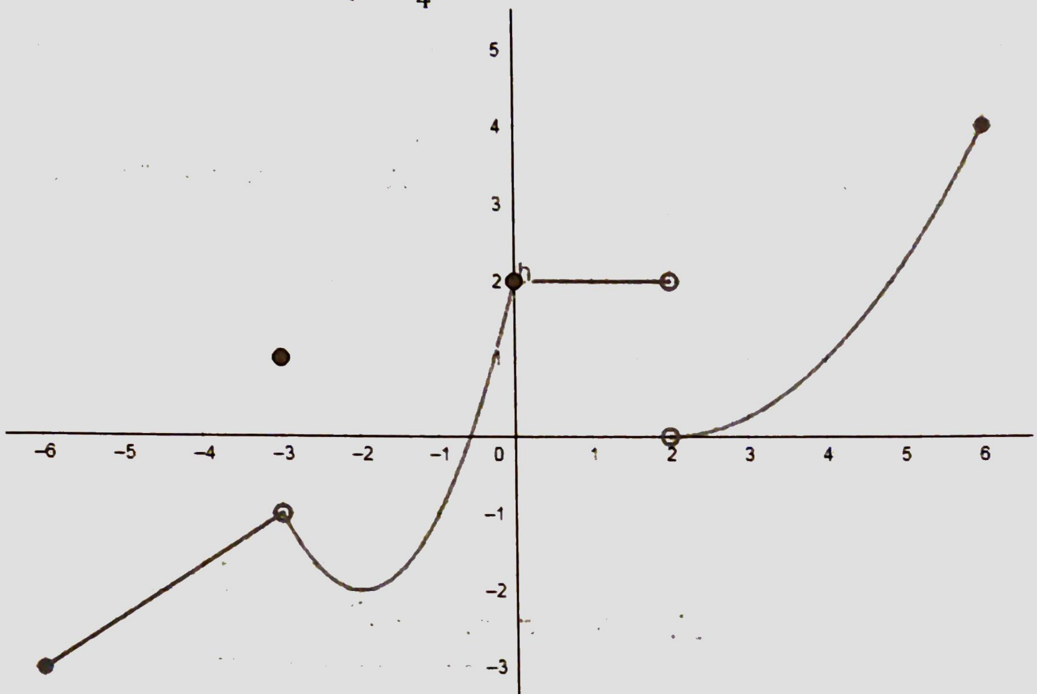
$\boxed{\therefore (fg)(1) = 18}$

c) $(f-3g)(0) =$ $f(0) - (3g)(0) = f(0) - 3(0) \cdot g(0) = [2(0)^2 - 3(0) + 10] - 3(3-0)$
$= 10 - 9 = 1$

$\boxed{\therefore (f-3g)(0) = 1}$

La siguiente figura la usarás para responder las preguntas de la 4 a la 12.

$$f(x)=\begin{cases}\frac{2}{3}x+1, & si\ -6\le x<-3\\ 1, & si\ \ x=-3\\ (x+2)^2-2, & si\ -3<x<0\\ 2, & si\ \ 0\le x<2\\ \frac{1}{4}(x-2)^2, & si\ 2<x\le 6\end{cases}$$



4. a) $domf=$ $[-6,-3)\cup\{-3\}\cup(-3,0)\cup[0,2)\cup(2,6]$

   b) $imf=$ $[-3,4]$

5. a) $f(-5)=$ $\frac{2}{3}(-5)+1=-\frac{10}{3}+1=\boxed{-\frac{7}{3}}$

   b) $f(-2)=$ $(-2+2)^2-2=0^2-2=\boxed{-2}$

   c) $f(\sqrt{2})=$ $\boxed{2}$ $\quad(\sqrt{2}+2)^2-2=\cancel{2}+4\sqrt{2}+4-\cancel{2}=4\sqrt{2}+4$ — X

   d) $f(5)=$ $\frac{1}{4}(5-2)^2=\frac{1}{4}(3)^2=\frac{1}{4}(9)=\boxed{\frac{9}{4}}$

6. a) Si $f(x)=-3$, entonces $x=$ $\frac{2}{3}x+1=-3 \quad x=\frac{-4}{\frac{2}{3}}=\frac{-12}{2}=\boxed{-6}$

   b) Si $f(x)=4$, entonces $x=$ $\boxed{6}$

   c) Si $f(x)=1$, entonces $x=$ $\boxed{4}$ 1/3

   d) Si $f(x)=0$, entonces $x=$ $\boxed{\sqrt{2}-2}$

$(x+2)^2-2=0 \qquad x=\sqrt{2}-2$

$(x+2)^2=2$

$x+2=\sqrt{2}$

7. Determina los valores de x para los cuales:

a) $f(x) \leq 0$

$\boxed{x \in (-6, \sqrt{2}-2]}$ $-\{-3\}$

b) $f(x) \geq 0$

$\boxed{x \in [\sqrt{2}-2, 6]}$ $-\{2\}$

8. Determina los intervalos del dominio de f donde la función es:

a) creciente: $\boxed{(-6,-3) \cup (-2,0) \cup (2,6)}$

b) decreciente: $\boxed{(-3,-2)}$

c) constante: $\boxed{(0,2)}$

9. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x\to -6^+} f(x) = \boxed{-3}$

Procedimientos

b) $\lim_{x\to 6^-} f(x) = \boxed{4}$

10. Calcula los siguientes límites:

a) $\lim_{x\to -3^-} f(x) =$ No existe

b) $\lim_{x\to -3^+} f(x) =$ No existe

c) $\lim_{x\to -3} f(x) =$ No existe

a) $\lim_{x\to 2^-} f(x) = 2$

b) $\lim_{x\to 2^+} f(x) = 0$

c) $\lim_{x\to 2} f(x) =$ No existe

11. Determina los puntos x donde la función f es discontinua y qué tipo de discontinuidad tiene. Asegurándote de justificar tu respuesta usando la definición de continuidad. (2 puntos)

F es discontinua en $x=-3$

$\lim_{x\to -3} f(x) \neq f(-3)$

Discontinuidad Removible

F es discontinua en $x = 2$

$\lim_{x\to 2^-} f(x) \neq \lim_{x\to 2^+} f(x)$

$2 \notin \text{Dom } f$

Discontinuidad de salto

12. Encuentra la pendiente de la recta tangente a la gráfica de la función f en el punto $(-1, f(-1))$. (2 puntos)

$(-1, f(-1)) = (-1, -1)$

$(-1+2)^2 - 2 = 1^2 - 2 = -1$

$f(x) = (x+2)^2 - 2$

$f(x) = x^2 + 4x + 4 - 2 = x^2 + 4x + 2$

$f'(-1) = 2(-1) + 4 = 2$

$\boxed{\therefore m = 2}$

$y - (-1) = 2(x - (-1))$

$y + 1 = 2x + 2$

$y = 2x + 1$

$\boxed{\therefore y = 2x + 1}$

$y - y_1 = m(x - x_1)$

$(t+h)(t+h)(t+h) = (t^2+2th+h^2)(t+h) = t^3+t^2h+2t^2h+2th^2+th^2+h^3$

$(t+h)^3(5) = 125+25h+50h+10h^2+5h^2+h^3$

$h^3+75h+15h^2+125$

X

13. Calcula la velocidad instantánea cuando $t = 5$ de una partícula que se mueve en línea recta con un desplazamiento determinado por $s(t) = \frac{1}{3}t^3 - 2t$. (2 puntos).

$s(t) = \frac{1}{3}t^3 - 2t$

$t = 5$

$s'(5) = 5 - 2$

$s'(5) = 3$

$t=5$

$\boxed{\therefore V_{instantanea} = 3}$

$s(t+h) = \frac{1}{3}(t+h)^3 - 2(t+h)$

$\lim_{h\to 0} s(t) = \frac{\frac{1}{3}(t+h)^3 - 2(t+h)}{h}$

$\lim_{h\to 0} s(t) =$

X

$s'(t) = t - 2$

Intente sacar la derivada por la definición :(

X

14. A través de la definición calcula la derivada de la función $f(x) = x^2 - 3$, encualquier punto de su dominio. (2 puntos)

$f(x) = x^2 - 3$

$f(x+h) = (x+h)^2 - 3$

$\lim_{h\to 0} f(x) = \frac{(x+h)^2 - 3 - (x^2-3)}{h}$

$\lim_{h\to 0} f(x) = \frac{\cancel{x^2}+2xh+h^2\cancel{-3}\cancel{-x^2}\cancel{+3}}{h}$

$\lim_{h\to 0} f(x) = \frac{2xh+h^2}{h} = \frac{\cancel{h}(2x+h)}{\cancel{h}}$

$f'(x) = 2x + 0$

$\boxed{\therefore f'(x) = 2x}$

:)