UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO

FACULTAD DE INGENIERÍA

3º Parcial de Cálculo Diferencial

Nombre: Diego Joel Zuñiga Fragoso

Grupo: 511 19 de enero de 2023

Nombre: Diego Joel Zuñiga Fragoso Grupo: 511

6.55

1. Determina el dominio de las funciones.

2/3

a) $\ln\left(\frac{x-2}{x}\right)$

$x-2>0$
$x>2$

$x>0$

$\frac{x-2}{x}>0$

	0	2	
$x-2$	−	−	+
x	−	+	+
$\frac{x-2}{x}$	+	−	+

$\boxed{\therefore Dom\, f = (-\infty, 0) \cup (2, \infty)}$

b) $f(x) = \frac{1}{e^{x+1}}$

$x+1=0$
$x=-1$

$e^{x+1}=0$

$\boxed{\therefore Dom\, f = (\mathbb{R})}$

c) $sec x$

2. Determina los puntos de la gráfica de la función $f(x) = x + sen\, x$, en la cual hay una tangente horizontal en el intervalo $[0, 2\pi]$, escribe su ecuación. 1, 3, 5

$f'(x) = 1 + \cos x$

$1 + \cos x = 0$

$\cos x = -1$

$x = (2K-1)\pi, \quad K \in \mathbb{Z}$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \pi$

$\therefore f(\pi) = \pi + sen\,\pi = \pi$

$\boxed{Puntos = (\pi, \pi)}$

$f'(\pi) = 0$

$y - \pi = 0(x - \pi)$

$\boxed{y = \pi}$

3. Para la función $y = lnx$, determina la ecuación de la recta tangente en $x = 1$.

$\frac{dy}{dx} = \frac{1}{x}$

$y = \ln(1) = 0$

$\left.\frac{dy}{dx}\right|_{x=1} = \frac{1}{1} = 1$

$(1, 0)$

$y - 0 = 1(x-1)$

$\boxed{y = x - 1}$

4. Calcula los siguientes límites:

3/4

a) $\lim_{x\to 0} \frac{senx}{e^x - e^{-x}}$ $\frac{sen(0)}{e^0 - e^0} = \frac{0}{1-1} = \frac{0}{0}$

3/4

Ley de L'Hopital

$\frac{\frac{d(sen\,x)}{dx}}{\frac{d(e^x - e^{-x})}{dx}} = \frac{\cos x}{e^x - e^{-x}(-1)} = \frac{\cos x}{e^x + e^{-x}}$

$\lim_{x\to 0} \frac{\cos x}{e^x + e^{-x}} = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$

$\boxed{\therefore \lim_{x\to 0} \frac{sen x}{e^x - e^{-x}} = \frac{1}{2}}$

b) $\lim_{x\to\infty} \frac{lnx}{e^x} = \frac{\ln(\infty)}{e^\infty} = \frac{\infty}{\infty}$

3/4

Ley de L'Hopital

$\frac{\frac{d(\ln x)}{dx}}{\frac{d(e^x)}{dx}} = \frac{\frac{1}{x}}{\frac{e^x}{1}} = \frac{1}{xe^x}$

$\lim_{x\to\infty} \frac{1}{xe^x} \frac{1}{\infty}$

$\frac{\frac{d(1)}{dx}}{\frac{d\, xe^x}{dx}} = \frac{0}{e^x + xe^x} = 0$

$\boxed{\therefore \lim_{x\to\infty} \frac{\ln x}{e^x} = 0}$

3.1

$\frac{1}{4}$

5. Dada la función $y = e^x - 2x$. Determina los valores máximos y mínimos	
a) Los valores máximos y mínimos	b) El dominio e imagen de la función.
$y' = e^x - 2$ $y' = 0$ $e^x - 2 = 0$ $e^x = 2$ $x = \ln 2$ ✓ $\frac{1}{2}$	X

$\frac{7}{8}$

6. Una cierta población crece de acuerdo con la ecuación $\underset{F(t)}{y} = 1 + 0.2e^{0.2t}$, donde t es del tiempo en meses y y es el número de individuos en miles.	
a) Determina la razón de cambio del crecimiento de la población para t meses	b) Calcula la velocidad de crecimiento de la población al cabo de 10 meses.
$F'(t) = 0.2e^{0.2t}(0.2)$ $f'(t) = 0.04e^{0.2t}$ $\boxed{\text{Razón de cambio} = 0.04e^{0.2t}}$ ✓	$\frac{3}{4}$ $F'(10)$ ✓ $= 0.0738$ X $\boxed{\text{la velocidad es de } 0.0738 \text{ miles de personas/mes ó } 73.8 \text{ personas/mes}}$

X

7. Encuentra una linearización de la función $f(x) = \sqrt{x}$ en $a = 9$, y el diferencial de la función.

1.13

8. Un estudiante contagiado con el virus de la influenza vuelve a un campus aislado de una universidad donde hay 2,000 estudiantes. El número de estudiantes infectados después de t días del regreso del estudiante se pronostica por medio de la función $P(t) = \frac{2000}{1+1999e^{-0.8905t}}$

a) Según este modelo, ¿cuántos estudiantes estarán contagiados por la influenza después de 5 días?

$P(5) = \frac{2000}{1+1999e^{-0.8905(5)}}$

$P(5) = 82.348$

$\boxed{\text{Habra 82 alumnos contagiados.}}$ ✓

$\frac{1}{2}$

b) ¿En cuanto tiempo estará infectada la mitad de la población estudiantil?

$\frac{1}{4}$

$P(t) = 1000$

$\frac{2000}{1+1999e^{-0.8905t}} = 1000$

$2000 = 1000(1+1999e^{-0.8905t})$

$2000 = 1000 + 1999000e^{-0.8905t}$

$1000 = 1999000e^{-0.08909t}$

$\frac{1000}{1999000} = e^{-0.08905t}$

$\frac{1}{1999} = e^{-0.08905t}$

c) ¿Cuántos estudiantes pronostica el modelo que estarán infectados al cabo de un periodo muy largo?

$\frac{1}{4}$

$\lim_{x\to\infty} \frac{2000}{1+1999e^{-.8905t}} = \frac{\infty}{\infty}$

Ley de L'Hopital ✗

$\frac{1}{1999e^{-0.8905t}(-0.08905)}$

?

$F(10000) = 2000$

$F(100) = 2000$

$\boxed{\lim_{x\to\infty} \frac{2000}{1+1999e^{-0.8905t}} = 2000}$

✓

9. Determinar las derivadas de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \frac{senx}{x}$

$\boxed{f'(x) = \frac{x\cos x - \operatorname{sen} x}{x^2}}$ ✓

b) $y = \ln(x^3 + x)$

$\boxed{\frac{dy}{dx} = \frac{3x^2+1}{x^3+x}}$ ✓

10. Deriva implícitamente y. Despeja y'.

$\frac{1}{2}$

$y = senxy$

$f(x) \to f'(x) = y + x\frac{dy}{dx}$

$\frac{dy}{dx} = \frac{d(\operatorname{sen} xy)}{dx}$

$\frac{dy}{dx} = \cos xy\left(y + x\frac{dy}{dx}\right)$ ✓

$\frac{dx}{dx}\frac{1}{\cos xy} = y + x\frac{dy}{dx}$

$y = \frac{1}{\cos xy}\frac{dy}{dx} - x\frac{dy}{dx}$

$y = \frac{dy}{dx}\left(\frac{1}{\cos x} - x\right)$

$\frac{1-x\cos x}{\cos x}$

?

$\frac{dy}{dx} = y\left(\frac{1-x\cos x}{\cos x}\right)$

$\boxed{\frac{dy}{dx} = \frac{y - xy\cos x}{\cos x}}$ ✗

2