

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO
FACULTAD DE INGENIERÍA

Laboratorio de Cálculo Integral



Nombre del Alumno	Diego Joel Zuñiga Fragoso	Grupo	514
Fecha de la Práctica	15/03/2023	No Práctica	4
Nombre de la Práctica	Cambio de Variable		
Unidad	Métodos de Integración		

OBJETIVOS

Practicar cambios de variable.

EQUIPO Y MATERIALES

Computadora, Scientific Work Place

DESARROLLO

En cada una de las partes vas a realizar integrales por el método que se te pide. **No puedes realizar la integral directamente**

Parte I. Integración por Cambio de variable.

Realiza cada una de las siguientes integrales utilizando la opción de Scientific Work Place

Compute>Calculus>Change variable. Para ello debes definir una nueva variable $t = f(x)$, si la elección es correcta, la integral deberá ser más sencilla, de lo contrario prueba otra sustitución.

Una vez que hayas integrado con la nueva variable, regresa a la variable original utilizando **Compute>Definition>New definition**

1. $\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$	$\int \frac{\sin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx = \int 2 \sin u du = -2 \cos u = -2 \cos \sqrt{x}$ $u = \sqrt{x}$
2. $\int x \sqrt{x+1} dx$	$\int x \sqrt{x+1} dx = \int \sqrt{v} (v-1) dv = \frac{2}{15} v^{\frac{3}{2}} (3v-5) = \frac{2}{15} (3x-2)(x+1)^{\frac{3}{2}}$ $v = x+1$

3.	$\int \frac{\ln x}{2x} dx$	$\int \frac{\ln x}{2x} dx = \int \frac{1}{2} k dk = \frac{1}{4} k^2 = \frac{1}{4} \ln^2 x$ $k = \ln x$
4.	$\int \frac{4x^3}{1+x^8} dx$	$\int \frac{4x^3}{1+x^8} dx = \int \frac{1}{r^2+1} dr = \arctan r - \frac{1}{2} \pi = \arctan x^4 - \frac{1}{2} \pi$ $r = x^4$
5.	$\int \frac{1}{x-\sqrt{x}} dx$	$\int \frac{1}{x-\sqrt{x}} dx = \int \frac{2}{w-1} dw = 2 \ln(w-1) = 2 \ln(\sqrt{x}-1)$ $w = \sqrt{x}$

Parte II. Problemas.

- El volumen de agua de un tanque es V metros cúbicos cuando la profundidad del agua es h metros. Si la tasa de variación de V con respecto a h está dada por $\frac{dV}{dh} = \pi(2h+3)^2$. Calcule el volumen del agua del tanque cuando su profundidad es de 3 m.

$$v(h) = \pi(2h+3)^2$$

$$\int v(h) dh = \frac{1}{3} \pi h(4h^2 + 18h + 27)$$

$$V(h) = \frac{1}{3} \pi h(4h^2 + 18h + 27)$$

$$V(3) = 117\pi = 367.57 \text{ m}^3$$

- El volumen de un globo crece de acuerdo a la fórmula $\frac{dV}{dt} = \sqrt{t+1} + \frac{2}{3}t$, donde V centímetros cúbicos es el volumen del globo a los t segundos. Si $V = 33$ cuando $t = 3$, determine (a) una fórmula de V en términos de t ; (b) el volumen del globo a los 8 s.

$$v(t) = \sqrt[3]{t+1} + \frac{2}{3}t$$

$$\int v(t) dt = \frac{2}{3}(t+1)^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{3}t^2 + C$$

$$V(t) = \frac{2}{3}(t+1)^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{3}t^2 + C$$

$$V(3) = \frac{2}{3}((3)+1)^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{3}(3)^2 + C = 33$$

$$\frac{2}{3}((3)+1)^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{3}(3)^2 + C = 33, \text{ Solution is: } \frac{74}{3}$$

$$V(t) = \frac{2}{3}(t+1)^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{3}t^2 + \frac{74}{3} \quad V(8) = 64 \text{ cm}^3$$

3. Para los primeros 10 días de diciembre una célula vegetal creció de forma que en t días después del primero de diciembre el volumen de la célula estuvo creciendo a una tasa de $(12-t)^{-2}$ micras cúbicas por día. Si el 3 de diciembre el volumen de la célula fue de 3 micras cúbicas, ¿Cuál fue el volumen el 8 de diciembre?

$$\begin{aligned}
 v(t) &= (12-t)^{-2} \\
 \int v(t) dt &= -\frac{1}{t-12} + C \\
 V(t) &= -\frac{1}{t-12} + C \\
 V(3) &= -\frac{1}{(3)-12} + C = 3 \\
 -\frac{1}{(3)-12} + C &= 3, \text{ Solution is: } \frac{26}{9}
 \end{aligned}$$

$$V(t) = -\frac{1}{t-12} + \frac{26}{9}$$

$$V(8) = \frac{113}{36} = 3.1389 \text{ } \mu\text{m}^3$$

4. Una población de bacterias inicia con 400 bacterias y crece a una tasa de $r(t) = (450.278)e^{1.12567t}$ bacterias por hora. ¿Cuántas bacterias habrá después de tres horas?

$$\begin{aligned}
 r(t) &= (450.278)e^{1.12567t} \\
 \int r(t) dt &= 400.01 \exp(1.1257t) + C \\
 R(t) &= 400.01 \exp(1.1257t) + C \\
 R(0) &= 400.01 \exp(1.1257(0)) + C = 400 \\
 400.01 \exp(1.1257(0)) + C &= 400, \text{ Solution is: } -0.01
 \end{aligned}$$

$$R(t) = 400.01 \exp(1.1257t) - 0.01$$

$$R(3) = 11715 \text{ bacterias}$$

CONCLUSIONES

Explica cómo elegiste el cambio de variable y la parte de la integral que se toma como diferencial.

Aunque muchas veces no sabía cual elegir, con las tareas que he hecho y las derivadas que tengo memorizadas, podía visualizar la parte que al derivarla me daba las otras, aunque aun me falta práctica, siento que estoy mejorando. Esta practica me enseñó a usar scientific workspace para comprobar mis integrales.

EVALUACIÓN DE LA PRÁCTICA

Se evaluará el documento con los datos solicitados, las gráficas y conclusiones enviado a través del Campus Virtual

