

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE QUERÉTARO
FACULTAD DE INGENIERÍA

Laboratorio de Cálculo Integral



Nombre del Alumno	Diego Joel Zuñiga Fragoso	Grupo	514
Fecha de la Práctica	27/03/2023	No Práctica	6
Nombre de la Práctica	Integración trigonométrica		
Unidad	Métodos de Integración		

OBJETIVOS

Practicar cambios de variable en integrales trigonométricas.

EQUIPO Y MATERIALES

Computadora, Scientific work place

DESARROLLO.

I. Estrategia para evaluar integrales que contienen senos y cosenos.

- Si la potencia del seno es impar y positiva, conservar un factor seno y pasar los factores restantes a cosenos. Entonces, desarrollar e integrar.

$$\int \sin^{2k+1} x \cos^n x dx = \int (\sin^2 x)^k \cos^n x \sin x dx = \int (1 - \cos^2 x)^k \cos^n x \sin x dx$$

- Si la potencia del coseno es impar y positiva, conservar un factor coseno y pasar los factores restantes a senos. Entonces, desarrollar e integrar

$$\int \sin^m x \cos^{2k+1} x dx = \int \sin^m x (\cos^2 x)^k \cos x dx = \int \sin^m x (1 - \sin^2 x)^k \cos x dx$$

- Si las potencias de ambas son pares y no negativas, usar repetidamente las identidades para convertir el integrando a potencias impares de coseno. Entonces procédase como en la estrategia 2.

$$\sin^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2} \quad y \quad \cos^2 x = \frac{1 + \cos 2x}{2}$$

EJERCICIOS.

Elige la opción de Scientific Work Place Compute>Calculus>Change variable para evaluar las siguientes integrales. Compara con la evaluación directa de la integral con la opción Compute>evaluate.

a) $\int \cos^3 x \sin^4 x dx$

$$\int \cos^3 x \sin^4 x dx = \int \cos^2 x \cos x \sin^4 x dx = \int (1 - \sin^2 x) \cos x \sin^4 x dx = \int \cos x \sin^4 x dx - \int \cos x \sin^6 x dx$$

$$u = \sin x \quad \int u^4 du - \int u^6 du = \frac{u^5}{5} - \frac{u^7}{7} + C = \frac{\sin^5 x}{5} - \frac{\sin^7 x}{7} + C$$

$$du = \cos x dx$$

b) $\int \cos^2 x \sin^5 x dx$

$$\int \cos^2 x \sin^5 x dx = \int \cos^2 x \sin^4 x \sin x dx = \int \cos^2 x \sin x (1 - \cos^2 x)^2 dx = \int \cos^2 x \sin x (1 - 2 \cos^2 x + \cos^4 x) dx$$

$$= \int \cos^2 x \sin x dx - 2 \int \cos^4 x \sin x dx + \int \cos^6 x \sin x dx = -\int u^2 du + 2 \int u^4 du - \int u^6 du$$

$$u = \cos x$$

$$du = -\sin x dx$$

$$-du = \sin x dx$$

$$= -\frac{u^3}{3} + 2 \frac{u^5}{5} - \frac{u^7}{7} + C = -\frac{\cos^3 x}{3} + 2 \frac{\cos^5 x}{5} - \frac{\cos^7 x}{7} + C$$

c) $\int \cos 2x \sin^5 2x dx$

$$\int \cos 2x \sin^5 2x dx = \int \cos 2x \sin^4 2x \sin 2x dx = \int \cos 2x \sin 2x (1 - \cos^2 2x)^2 dx = \int \cos 2x \sin 2x (1 - 2 \cos^2 2x + \cos^4 2x) dx$$

$$= \int \cos 2x \sin 2x dx - 2 \int \cos^3 2x \sin 2x dx + \int \cos^5 2x \sin 2x dx = -2 \int u du + 4 \int u^3 du - 2 \int u^5 du = -u^2 + u^4 - 2 \frac{u^6}{6} + C$$

$$u = \cos 2x$$

$$du = -\frac{1}{2} \cos 2x dx$$

$$-2 du = \cos 2x dx$$

$$= -\cos^2 2x + \cos^4 2x - 2 \frac{\cos^6 2x}{6} + C$$

d) $\int \frac{\sin^5 t}{\sqrt{\cos t}} dt$

e) $\int \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha d\alpha$

f) $\int x \sin^2 x dx$

II. Estrategia para evaluar integrales que contienen secante y tangente.

1. Si la potencia de la secante es par y positiva, conservar un factor secante cuadrado y convertir los factores restantes a tangentes. Entonces, desarrollar e integrar.

$$\int \sec^{2k} x \tan^n x dx = \int (\sec^2 x)^{k-1} \tan^n x \sec^2 x dx = \int (1 + \tan^2 x)^{k-1} \tan^n x \sec^2 x dx$$

2. Si la potencia de la tangente es impar y positiva, conservar un factor secante tangente y convertir los factores restantes a secante. Entonces, desarrollar e integrar

$$\int \sec^m x \tan^{2k+1} x dx = \int \sec^{m-1} x (\tan^2 x)^k \sec x \tan x dx = \int \sec^{m-1} x (\sec^2 x - 1)^k \sec x \tan x dx$$

3. Si no hay factores secante y la potencia de la tangente es par y positiva, convertir el factor tangente cuadrado a secante cuadrado. Entonces desarrollar y repetir si es necesario.

$$\int \tan^n x dx = \int \tan^{n-2} x dx (\tan^2 x) dx = \int \tan^{n-2} x (\sec^2 x - 1) dx$$

4. Si la integral es de la forma $\int \sec^m x dx$ donde m es impar y positiva, usar la integración por partes.
5. Si ninguna de las primeras cuatro guías aplica, intentar convertir el integrando a senos y cosenos.

EJERCICIOS.

Elige la opción de Scientific Work Place **Compute>Calculus>Change variable** para evaluar las siguientes integrales. Compara con la evaluación directa de la integral con la opción **Compute>evaluate**.

- a) $\int \sec^6 4x \tan 4x dx$
- b) $\int \tan^3 \frac{\pi x}{2} \sec^2 \frac{\pi x}{2} dx$
- c) $\int \tan^4 x dx$
- d) $\int \sec^5 x dx$
- e) $\int \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha d\alpha$
- f) $\int \csc^4 x dx$
- g) $\int \frac{1}{\sec x \tan x} dx$
- h) $\int \frac{1 - \sec t}{\cos t - 1} dt$

CONCLUSIONES

EVALUACIÓN DE LA PRÁCTICA

Entrega la hoja (o las hojas) de práctica, desarrollando y contestando lo que en la parte de desarrollo se pide