7.75

Cálculo Integral 2023-1 **Primer Parcial**

Nombre: Diego Juel Zuñiga Fragoso

Contesta de forma clara y ordena. Incluye procedimiento, siempre que haya uno para que sea tomado en cuenta tu respuesta.

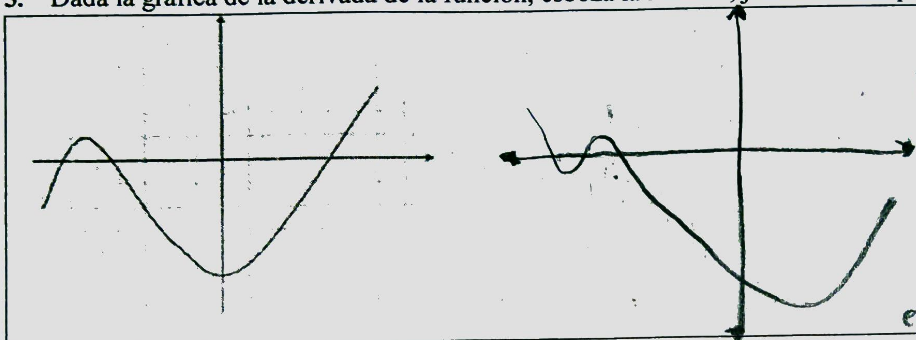
1. Encuentre la antiderivada más general de la función. (Compruebe su respuesta mediante la derivación.)

$f(t) = \frac{3t^4 - t^3 + 6t^2}{t^4}$	$\int f(t) = \boxed{3t - \ln\lvert t\rvert - \frac{6}{3t^3} + C}$	Comprobación hoja atrás anexa

2. Resuelve las integrales siguientes, identifica el método más conveniente para resolverlas. Escribe en forma ordenada el procedimiento para resolver las integrales. **Resuelve 6.**

1. $\int \frac{t}{e^t} dt = \boxed{-\frac{t+1}{e^t} + C}$	2. $\int \sqrt{\frac{\sin^3 x}{\cos^{11} x}} dx$	3. $\int x^3 e^{2x} dx$ Respuesta en hoja anexa
4. $\int \tan^3 x \sec^4 x \, dx$	5. $\int \frac{x}{\sqrt{x^2-6}} dx = \boxed{\sqrt{x^2-6} + C}$	6. $\int x^4 \ln 2x \, dx$ $= \frac{1}{5}\ln\lvert 2x\rvert x^5 - \frac{2}{25}x^5 + C$
7. $\int \cos^4 3x \, dx$	8. $\int \frac{\cos^2 x}{\sin^3 x} dx$	

3. Dada la grafica de la derivada de la función, esboza la función, justifica tu respuesta.



la derivada tiene 3 raíces, por lo que la función hará 3 valles o crestas, 2 al inicio y una casi al final. comienza decreciente, tiene un corto periodo creciente, después es decreciente y termina creciente

4. Resolver la siguiente integral.

$\int x^n \ln x \, dx$ Respuesta al revez de esta hoja

5. Se lanza una pelota verticalmente hacia arriba con una rapidez de $10\frac{m}{s}$ desde el borde de un acantilado a 150 m por encima del nivel del suelo. Encuentre su altura sobre el nivel del suelo t segundos más tarde. ¿Cuándo alcanza su altura máxima? ¿Cuándo pega contra el suelo?

6. Resolver la siguiente ecuación diferencial.

$(4x^2+3)^2 y' - 4xy^2 = 0 \quad y(0) = \frac{3}{2}$

$\cos^2(x) = \frac{1+\cos(2x)}{2}$

$\sin(2x) = 2\sin\cos$

$\cot^2(x) + 1 = \csc^2(x)$

$\tan^2 x + 1 = \sec^2$

$$3t - \int \frac{1}{t}\,dt + 6\int t^{-3}\,dt = 3t - \ln|t| + 6\left(\frac{t^{-2}}{-3}\right) + C$$

$$\boxed{3t - \ln|t| - \frac{6}{3t^2} + C} \qquad -\frac{1}{3t^2}$$

$$\frac{d}{dt}\left(3t - \ln|t| - \frac{6}{3t^2} + C\right) = \frac{d}{dt}(3t) - \frac{d}{dt}\ln|t| - \frac{6}{3}\frac{d}{dt}(t^{-2}) + \frac{d}{dt}(C)$$

$$= 3 - \frac{1}{t} - \frac{6}{3}(-2t^{-3}) = 3 - \frac{1}{t} + \frac{12}{3t^3} = 3 - \frac{3t^3+18t}{3t^4} = \left(\frac{9t^4 - 3t^3 - 18t}{3t^4}\right.$$

$$= \frac{3t^4 - t^3 - 6t}{t^4}$$

2:

1: $\int \frac{t}{e^t}\,dt = \int t e^{-t}\,dt = -\frac{t}{e^t} + \int e^{-t}\,dt = -\frac{t}{e^t} - \frac{1}{e^t}$

$u = t \quad dv = e^{-t}\,dt \quad y = -t$

$du = dt \quad v = -\int e^{-y}\,dy \quad dy = -dt$

$-dy = dt$

$v = -e^{-t}$

$$\therefore \int \frac{t}{e^t}\,dt = \boxed{-\frac{t+1}{e^t} + C}$$

2: $\int \sqrt{\frac{\sin^3(x)}{\cos^7(x)}}\,dx = \int \frac{\sqrt{\sin^3(x)}}{\sqrt{\cos^7(x)}}\,dx = \int$

3: $\int x^3 e^{2x}\,dx = \frac{x^3e^{2x}}{2} - \frac{3}{2}\int x^2 e^{2x}\,dx = \frac{x^3e^{2x}}{2} - \frac{3}{2}\left(\frac{x^2e^{2x}}{2} - \int x e^{2x}\,dx\right)$

$u = x^3 \quad dv = e^{2x}\,dx \quad y = 2x$

$du = 3x^2\,dx \quad V = \frac{1}{2}\int e^y\,dy \quad \frac{dy}{2} = dx$

$V = \frac{e^{2x}}{2}$

$u_1 = x^2 \quad dv = e^{2x}\,dx$

$du_1 = 2x\,dx \quad V = \frac{e^{2x}}{2}$

$u_2 = x \quad dv = e^{2x}\,dx$

$du_2 = dx \quad V = \frac{e^{2x}}{2}$

$$= \frac{x^3e^{2x}}{2} - \frac{3}{2}\left(\frac{x^2e^{2x}}{2} - \left(\frac{xe^{2x}}{2} - \frac{1}{2}\int e^{2x}\,dx\right)\right) = \frac{1}{2}x^3e^{2x} - \frac{3}{4}x^2e^{2x} - \frac{1}{2}xe^{2x} + \frac{1}{4}e^{2x} + C$$

$$= \boxed{\frac{1}{2}x^3e^{2x} - \frac{3}{4}x^2e^{2x} - \frac{1}{2}xe^{2x} + \frac{1}{4}e^{2x} + C}$$

10/10

4: $\int \tan^3(x)\sec^4(x)\,dx = \int \tan^3(x)\left((\tan^2(x)+1)\right)^2 dx = \int (\tan^3(x))(\tan^4 - 2\tan^2(x) + 1)$

$= \int \tan^7(x) - 2\int \tan^5(x) + \int \tan^3(x)$

5i) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2-6}}\,dx = \frac{1}{2}\int \frac{du}{\sqrt{u}} = \frac{1}{2}\int u^{-1/2}\,du = \frac{1}{2}(2\sqrt{u}) = \sqrt{u} + C$

$u = x^2 - 6$

$du = 2x\,dx$

$\frac{du}{2} = x\,dx$

$$\boxed{\therefore \int \frac{x}{\sqrt{x^2+6}}\,dx = \sqrt{x^2-6} + C}$$

6i) $\int x^4 \ln|2x|\,dx = \frac{\ln|2x|\,x^5}{5} - \frac{2}{5}\int \frac{x^5}{x}\,dx = \frac{\ln|2x|\,x^5}{5} - \frac{2}{5}\int x^4\,dx$

$u = \ln|2x| \qquad dv = x^4$

$du = \frac{2}{2x}\,dx \qquad v = \frac{x^5}{5}$

$$\boxed{\therefore \int x^4 \ln|2x|\,dx = \frac{1}{5}\ln|2x|\,x^5 - \frac{2}{25}x^5 + C}$$

7) $\int \cos^4(3x)\,dx = \frac{1}{3}\int \cos^4(u)\,du = \frac{1}{3}\int (1-\sin^2(u))^2\,du$

$u = 3x$

$du = 3\,dx$

$\frac{du}{3} = dx$

$= \frac{1}{3}\int (1 - 2\sin^2(u) + \sin^4(u))\,du$

$= \frac{1}{3}\left(\int du - 2\int \sin(u)\,du + \int \sin^4 u\,du\right)$

4: $\int x^n \ln|x|\,dx = \frac{\ln|x|\,x^{n+1}}{n+1} - \frac{1}{n+1}\int \frac{x^{n+1}}{x}dx = \frac{\ln|x|\,x^{n+1}}{n+1} - \frac{1}{n+1}$

$u = \ln x \qquad dv = x^n$

$du = \frac{1}{x}dx \qquad v = \frac{x^{n+1}}{n+1}$

$= \frac{\ln|x|\,x^{n+1}}{n+1} - \frac{1}{n+1}\left(\frac{x^{n+1}}{n+1}\right) + C$

$= \boxed{\frac{\ln|x|\,x^{n+1}}{n+1} - \frac{x^{n+1}}{(n+1)^2} + C}$

5:

$f(0) = 150\text{ m}$

$f'(0) = 10\text{ m/s}$

$f''(t) = -9.8$

$\int f''(t) = -9.8t + C$

$f'(0) = -9.8(0) + C = 10$

$C = 10$

$\therefore f'(t) = -9.8t + 10$

$\int f'(t) = -4.9t^2 + 10t + C$

$f(0) = -4.9(0)^2 + 10(0) + C = 150$

$C = 150$

$\therefore f(t) = -4.9t^2 + 10t + 150$

$-9.8t + 10 = 0$

$-9.8t = -10$

$t = 1.0204\text{ seg}$

Alcanza su altura máxima a los 1.0204 seg

$-4.9t^2 + 10t + 150 = 0$

$-4.9t^2 + 10t = -150$

$t(-4.9t + 10) = -150$

$10^2 \pm \sqrt{}$