UFCG/CCT/UAMAT
DISCIPLINA: Álgebra Linear I
PROFESSOR: ____________________________
ALUNO(A): ____

PERÍODO 2025.1
TURNO: Manhã
DATA: 14/08/2025

2º ESTÁGIO

1. (2,0 pontos) Em cada item, responda V (verdadeiro) ou F (falso), justificando a sua resposta:

   a) (   ) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid y = x^2\}$ é um subespaço do espaço vetorial $\mathbb{R}^2$.

   b) (   ) $\{(1, -2, 0), (0, -2, 2), (0, 1, 3)\}$ é uma base do espaço vetorial $\mathbb{R}^3$.

2. Determine, com as devidas justificativas:

   a) (1,0 ponto) O valor de a tal que o vetor $w = (0, 6, 8, -4)$ do $\mathbb{R}^4$ seja combinação linear dos vetores $u = (1, 2, 0, -1)$ e $v = (0, 3, a, -2)$.

   b) (1,5 ponto) A dimensão do subespaço $U = \{(a + c, b - c, a + b) \mid \; a, b, c \in \mathbb{R}\}$ de $\mathbb{R}^3$.

   c) (1,5 ponto) Uma base do espaço $\mathbb{R}^4$ contendo o conjunto $\{(1, 1, 0, 0), (0, 0, 1, 1), (0, 1, 1, 1)\}$.

3. Considere os seguintes subespaços de $M_{2\times 2}(\mathbb{R})$:

$$W = \{A \in M_{2\times 2}(\mathbb{R}) \mid A \text{ é triangular superior}\} \qquad \text{e}$$

$$U = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_{2\times 2}(\mathbb{R}) \,\middle|\, a + b = c + d \right\}.$$

   Determine:

   a) (1,0 ponto) Uma base de $W \cap U$.

   b) (1,0 ponto) A dimensão de $W + U$.

4. (2,0 pontos) Sejam α e β bases ordenadas do espaço $\mathbb{R}^3$ tais que $[I]^{\beta}_{\alpha} = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ -2 & 5 & 1 \end{pmatrix}$.

   Supondo que $\beta = \{(1, 0, 0), (1, 1, 0), (1, 1, 1)\}$ e $u = (2, 1, -3)$, determine a base α e a matriz $[u]_{\beta}$.

BOA PROVA!

UFCG/CCT/UAMAT
DISCIPLINA: Álgebra Linear I
PROFESSOR: ____________________________
ALUNO(A): ____

PERÍODO 2025.1
TURNO: Tarde
DATA: 14/08/2025

2º ESTÁGIO

1. (2,0 pontos) Em cada item, responda V (verdadeiro) ou F (falso), justificando a sua resposta:

   a) (   ) $\left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_{2\times2}(\mathbb{R}) \,\middle|\, a+b=c+d \right\}$ é um subespaço do espaço $M_{2\times2}(\mathbb{R})$.

   b) (   ) Existem W_1 e W_2 subespaços do $\mathbb{R}^3$, ambos de dimensão 2, tais que $W_1 \cap W_2 = \{(0,0,0)\}$.

2. Determine, com as devidas justificativas:

   a) (1,0 ponto) Dados $u_1 = (1,1,-1)$, $u_2 = (1,-1,4) \in \mathbb{R}^3$, determine o valor de $k \in \mathbb{R}$ tal que $v = (2,0,k) \in [u_1, u_2]$.

   b) (1,5 ponto) Uma base γ do subespaço $W = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in M_{2\times2}(\mathbb{R}) \,\middle|\, b = a-2c+d \right\}$ de $M_{2\times2}(\mathbb{R})$ e uma base de $M_{2\times2}(\mathbb{R})$ que contém γ.

   c) (1,5 ponto) A dimensão do subespaço $U = [(-1,0,3,4),(5,2,5,0),(3,1,1,-2)]$ de $\mathbb{R}^4$.

3. Considere os seguintes subespaços do espaço $\mathbb{R}^3$:

   $$W_1 = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x+y-2z=0\} \quad \text{e} \quad W_2 = \{(a,3a,a) \in \mathbb{R}^3 \mid a \in \mathbb{R}\}.$$

   Determine:

   a) (1,0 ponto) $W_1 \cap W_2$.

   b) (1,0 ponto) Uma base de $W_1 + W_2$.

4. (2,0 pontos) Sejam α e β bases ordenadas do espaço $\mathbb{R}^3$ tais que $[I]_\alpha^\beta = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

   Supondo u, $v \in \mathbb{R}^3$ tais que $[u]_\beta = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ e $[v]_\alpha = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ -1 \end{pmatrix}$, determine $[u]_\alpha$ e $[v]_\beta$.

BOA PROVA!