



UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE DO NORTE
CENTRO DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE COMPUTAÇÃO E AUTOMAÇÃO
CURSO DE ENGENHARIA MECATRÔNICA

RELATÓRIO DO PROJETO RECAM

CAIO JOSÉ BORBA VILAR GUIMARÃES: 20160154120

DANIEL GALVÃO DE AZEVEDO: 2016008193

FELIPE FERNANDES LOPES : 20160154219

JOELSON DE CARVALHO ROCHA JÚNIOR: 20160153946

LUCAS RAMALHO NOBRE: 20160154308

Natal-RN
2017

CAIO JOSÉ BORBA VILAR GUIMARÃES: 20160154120

DANIEL GALVÃO DE AZEVEDO: 2016008193

FELIPE FERNANDES LOPES : 20160154219

JOELSON DE CARVALHO ROCHA JÚNIOR: 20160153946

LUCAS RAMALHO NOBRE: 20160154308

CONTROLE NO ESPAÇO DE ESTADOS: OBSERVADORES DE ESTADO

Sexto Relatório Parcial apresentado à disciplina de Sistemas de Controle, correspondente à avaliação da 3ª unidade do semestre 2017.1 do 7º período do curso de Engenharia de Computação e Automação da Universidade Federal do Rio Grande do Norte, sob orientação do **Prof. Dr. Fábio Meneghetti Ugulino de Araújo** e **Prof. Dr. Lucas Costa Pereira Cavalcante**.

Professores:

Fábio Meneghetti Ugulino de Araújo

Lucas Costa Pereira Cavalcante.

Natal-RN

2017

RESUMO

O presente relatório busca demonstrar a eficácia da aplicação do controle de um modelo em espaço de estados, utilizando a técnica de seguidor de referência discreto, advindo de um modelo contínuo. O modelo consiste em dois tanques acoplados, em que o primeiro tanque é alimentado por uma bomba, transferindo fluido de um reservatório que recebe seu conteúdo do tanque, fechando um ciclo. Por meio de dados visuais e fundamentação teórica propomos demonstrar o desempenho dessa técnica de controle em espaço de estados.

Palavras-chave: controle em espaço de estados, espaço de estados, seguidor de referência, sistema discreto

LISTA DE SÍMBOLOS

A	Matriz de estados do modelo matemático contínuo.
B	Matriz de controle do modelo matemático contínuo.
C	Matriz de saída do modelo matemático contínuo.
G	Matriz de estados do modelo matemático discreto.
H	Matriz de controle do modelo matemático discreto.
K	Matriz de ganhos do observador discreto.
W_c	Matriz de controlabilidade do modelo matemático discreto.
W_o	Matriz de controle do modelo matemático discreto.
W	lei de controle do modelo matemático discreto.

Lista de Figuras

1	Polos: 0.905; 0.992; 0.998	14
2	Segunda parte Polos: 0.905; 0.992; 0.998	14
3	Polos: 0; 0.992; 0.998	15
4	Polos: 0.905; 0; 0.998	15
5	Polos: 0.905; 0.992; 0	16
6	Polos: 0.905; 0; 0	16
7	Polos: 1.2; 0.992; 0.998	17
8	Polos: 0.905; 1.2; 0.998	17
9	Polos: 0.905; 0.992; 1.2	18
10	Polos: 0.905 + i0.03; 0.905 + i0.03; -0.998	19
11	Polos: 0.905 + i0.05; 0.905 + i0.05; -5	19
12	Polos: 0.905 + i0.03; 0.905 + i0.03; -0.998 + i0.03	20
13	Polos: 0.905 + i0.1; 0.905 + i0.1; -0.998	20
14	21
15	Polos: 0.905 + i0.1; 0.905 + i0.1; -0.998	21
16	Polos: 0.905 + i0.1; 0.905 + i0.1; -0.998	22
17	Polos: 0.905 + i0.1; 0.905 + i0.1; -0.998	22

Sumário

1	INTRODUÇÃO	7
2	REFERENCIAL TEÓRICO	8
2.1	Sistema Discreto no Tempo	8
2.1.1	Estabilidade	8
2.1.2	Controlabilidade	8
2.1.3	Observabilidade	8
2.2	Seguidor de referência para entrada tipo Degrau	9
3	DESENVOLVIMENTO	11
3.1	Desenvolvimento	11
3.1.1	Modelo Matemático	11
3.1.2	Discretização	11
3.1.3	Sistema Aumentado	11
3.1.4	Matriz de ganhos K	11
4	METODOLOGIA	13
4.1	Software	13
4.2	Testes	13
4.3	Relatório	13
5	RESULTADOS	14
5.1	Polos	14
5.1.1	Polos em zero	15
5.1.2	Valores acima de 1	17
5.1.3	Valor imaginario diferente de zero	19
5.2	Ganhos	21
6	CONCLUSÃO	23
7	REFERÊNCIAS	24

1 INTRODUÇÃO

O controle por seguidor de referência é usado amplamente em processos industriais, entre outras áreas, por sua característica de gerar um erro zero, uma vez que o sistema tenta seguir uma determinada entrada. Com o simulador R2D2E, serão feitos testes para simulador este tipo de controle, com o objetivo de aprimorar os conceitos de espaço de estados e o controle de sistemas em tempo discreto, assim como aprender a realizar o controle de tais sistemas utilizando seguidor de referência.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Sistema Discreto no Tempo

Considerando-se um sistema discreto linear e invariante no tempo descrito em variáveis de estado:

$$x(k+1) = \mathbf{G}x(k) + \mathbf{H}(k) \quad (1.1);$$

$$y(k) = \mathbf{C}(k) + \mathbf{D}u(k) \quad (1.2);$$

Através da equação (1.4) obtém-se a representação no domínio discreto à partir da representação contínua.

$$G(T) = e^{AT} \quad (1.3);$$

$$H(T) = \int_0^T e^{AT} \mathbf{B} dt = \left(\int_0^T e^{AT} \right) \mathbf{B} \quad (1.4);$$

2.1.1 Estabilidade

Considerando:

$$x(k+1) = \mathbf{A}x(k) \quad (1.5);$$

$$x(k) = a^k x(0) \quad (1.6);$$

Um sistema discreto é estável quando os autovalores da matriz \mathbf{G} estão contidos no círculo unitário, ou seja, as raízes do polinômio formado pelo determinante da matriz $(G - ZI)$.

2.1.2 Controlabilidade

O sistema $(\mathbf{G}, \mathbf{H}, \mathbf{C}, \mathbf{D})$ é controlável se a matriz de controlabilidade tiver posto cheio, ou seja, a quantidade de linhas independentes (n) igual a ordem da matriz. A equação 1.7 ilustra como é a construção da matriz de controlabilidade W_c .

$$W_c = \begin{bmatrix} H & GH & \dots & G^{n-1}H \end{bmatrix} \quad (1.7);$$

2.1.3 Observabilidade

O sistema $(\mathbf{G}, \mathbf{H}, \mathbf{C}, \mathbf{D})$ é observável se a matriz de observabilidade tiver posto cheio, ou seja, a quantidade de linhas independentes (n) igual a ordem da matriz. A equação 1.8 ilustra como é a

construção da matriz de observabilidade W_o .

$$(1.8) \quad \begin{pmatrix} C \\ CH \\ \vdots \\ \vdots \\ C^{n-1}H \end{pmatrix}$$

2.2 Seguidor de referência para entrada tipo Degrau

Dado o sistema discretizado:

$$\begin{cases} x(k+1) = Gx(k) + Hu(k) \\ y(k) = Cx(k) \end{cases}$$

e um sinal do tipo

$$v(k) = v(k-1) + r(k) - y(k)$$

onde:

$$r(k) - y(k) = e(k)$$

Seja:

$$u(k) = -k_2 x(k) + k_1 v(k)$$

Tem-se:

$$u(k+1) = -k_2 x(k+1) + k_1 v(k+1) \leftrightarrow$$

$$\leftrightarrow u(k+1) = (K_2 - K_2 G - K_1 C G)x(k) + (1 - K_2 G H - K_1 C H)u(k) + k_1 r(k+1)$$

Logo:

$$\begin{vmatrix} x(k+1) \\ u(k+1) \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} G & H \\ k_2 - K_2 G - K_1 C G & 1 - K_2 G H - K_1 C H \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x(k) \\ u(k) \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 \\ k_1 \end{vmatrix} \cdot r(k+1)$$

$$y(k) = \begin{vmatrix} C & 0 \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} x(k) \\ u(k) \end{vmatrix}$$

Se os autovalores acima forem "estáveis":

$$v(k) = v(k+1)$$

quando $k \rightarrow \infty$ e

$$v(\infty) = v(\infty) + r - y(\infty)$$

Considerando r degrau e definindo:

$$x_e(k) = x(k) - x(\infty)$$

$$u_e(k) = U(k) - u(\infty)$$

Tem-se:

$$\begin{bmatrix} x_e(k+1) \\ u_e(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G & H \\ k_2 - K_2G - K_1CG & 1 - K_2H - K_1CH \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_e(k) \\ u_e(h) \end{bmatrix}$$

$$\text{Definindo: } w(k) = \begin{bmatrix} k_2 - K_2G - K_1CG & 1 - K_2H - K_1CH \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_e(k) \\ u_e(k) \end{bmatrix}$$

Tem-se:

$$\begin{bmatrix} x_e(k+1) \\ u_e(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G & H \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_e(k) \\ u_e(k) \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow \xi(k+1) = \hat{\mathbf{G}}\xi(k) + \mathbf{H}w(k)$$

Utilizando a realimentação por estados: $w(k) = -\hat{\mathbf{K}}\xi(k)$

Utilizando Ackermann: $\hat{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \cdot W_c^{-1} \cdot q_c(\hat{\mathbf{G}})$

$$\text{Logo: } \begin{bmatrix} K_2 & K_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} K & + & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} G-I & H \\ CG & CH \end{bmatrix}$$

3 DESENVOLVIMENTO

3.1 Desenvolvimento

3.1.1 Modelo Matemático

O modelo matemático a seguir descreve o sistema dos dois tanques acoplados:

$$\dot{X} = \begin{bmatrix} \frac{a_1}{A_1} \sqrt[2]{\frac{g}{2 * L_{10}}} & 0 \\ \frac{a_1}{A_2} * \sqrt[2]{\frac{g}{2 * L_{10}}} & \sqrt[2]{\frac{g}{2 * L_{20}}} \end{bmatrix}$$

3.1.2 Discretização

Considerando as matrizes G e H para a descrição do sistema, temos:

$$G(T) = e^{AT} \quad (3);$$

$$H(T) = \int_0^T e^{AT} \mathbf{B} dt = \left(\int_0^T e^{AT} \right) \mathbf{B} \quad (4);$$

Dado que:

$$a_1 = a_2 = 0,1781 cm^2$$

$$A_1 = A_2 = 15,5528 cm^2$$

$$Km = 4,6 \text{ g} = 980.665 cm/s^2$$

$$\text{temos que com um período de 100ms: } G = \begin{bmatrix} 0,9935 & 1,0000 \\ 1,0066 & 0,9935 \end{bmatrix} \quad H = \begin{bmatrix} 0,0295 \\ 0,0001 \end{bmatrix}$$

3.1.3 Sistema Aumentado

$$\begin{bmatrix} x_e(k+1) \\ u_e(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.9935 & 1.000 & 0.0295 \\ 1.000 & 0.9935 & 0.0001 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e(k) \\ u_e(k) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} * w(k)$$

3.1.4 Matriz de ganhos K

$Ka = -[00...1] * W_c^{-1} * q_c(Ga)$ Dado os polos fornecidos:

$$p_1: 0,9048$$

$$p_2: 0,9920$$

$$p_3: 0,9980$$

$$\text{temos que o } \Delta(z) = z^3 + 2.8948 * z^2 + 2.7905 * z - 0.8957$$

$$\text{Portanto, temos que } q_c(Ga) = G^3 + 2.8948 * G^2 + 2.7905 * G - 0.8957 * I = \begin{bmatrix} 11.5880 & 12.5035 & 0.2262 \\ 12.5035 & 11.5880 & 0.1447 \\ 0 & 0 & -0.8975 \end{bmatrix}$$

Logo, a matriz K_a é dada por:

$$K = [K_1 K_2] = [422, 514 \mid 391, 37494.8816], \text{ Portanto,}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} K_1 = 422, 514 \\ K_2 = [391, 37494.8816] \end{array} \right\}$$

4 METODOLOGIA

4.1 Software

O software para o controle da planta em questão foi desenvolvido utilizando-se da linguagem Java, por meio do ambiente integrado de desenvolvimento NetBeans. Foi utilizada a biblioteca JFreeChart para confecção dos gráficos e sua disponibilidade em tempo real, bem como o formulário para preenchimento dos argumentos dos controladores utilizados na configuração de controle. Outra biblioteca utilizada foi a QuanserClient na qual foi disponibilizada pelos professores da disciplina. Esta biblioteca auxilia na escrita e leitura de dados do simulador. Foi utilizada a ferramenta de controle de versão de software *Git*, mantendo coerência entre as versões de código e provendo colaboração dos participantes com segurança.

Os testes do programa foram todos realizados no simulador de tanques R2D2E, bem como a validação de todas as funcionalidades.

4.2 Testes

Foram realizados testes no simulador R2D2E, referentes a dois tanques acoplados. Estes testes foram coordenados por um computador pessoal que estava executando o software de controle desenvolvido pela equipe, conectado por meio de cabeamento Ethernet ao servidor de controle do simulador. Os testes consistiram em variar os valores do ganhos das ações proporcionais, derivativas e integrativas, bem como a altura do nível do tanque de N^a 1, buscando validar a eficácia do software e tirar conclusões acerca da estabilidade do sistema, magnitudes do tempo de acomodação, overshoot e tempo de subida da resposta.

4.3 Relatório

Foi utilizada uma plataforma colaborativa denominada Overleaf para escrita de documentos em \LaTeX , bem como a divisão da escrita das seções entre os componentes do grupo.

5 RESULTADOS

5.1 Polos

Para a realização dos testes, foi feita uma análise com foco nos polos do sistema, ao invés dos ganhos. Sendo assim, como valores iniciais, foram utilizados os polos sugeridos no roteiro do experimento ($p_1 = 0.905$; $p_2 = 0.992$; $p_3 = 0.998$). O comportamento do sistema com tais polos é mostrado nas figuras 1 e 2. Como é mostrado nas figuras, o sistema é estável no início da simulação, no entanto, com o valor de nível dos tanques bem distante do set point. Apenas após alguns segundos depois do início da simulação é que os passam a variar de forma instável, ficando assim, apenas mais instável com o passar do tempo.

Para facilitar a realização dos testes, estes valores de polo foram utilizados como padrão.

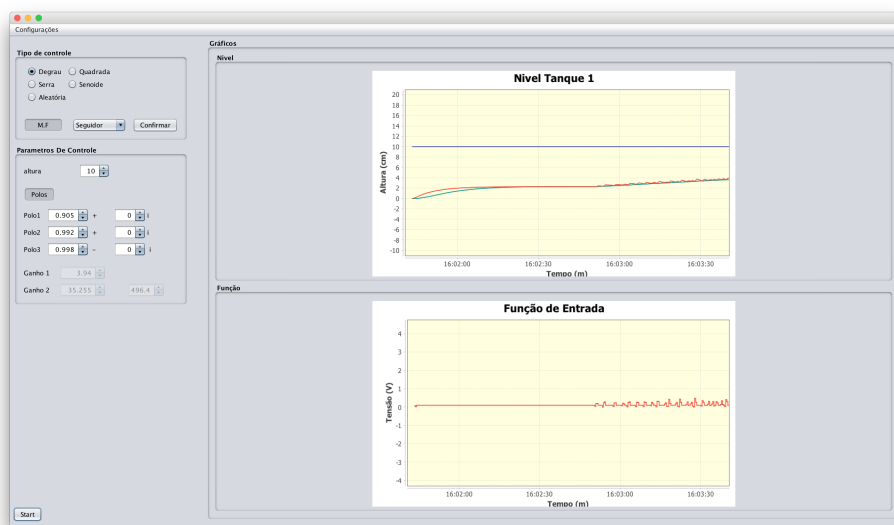


Figura 1: Polos: 0.905; 0.992; 0.998

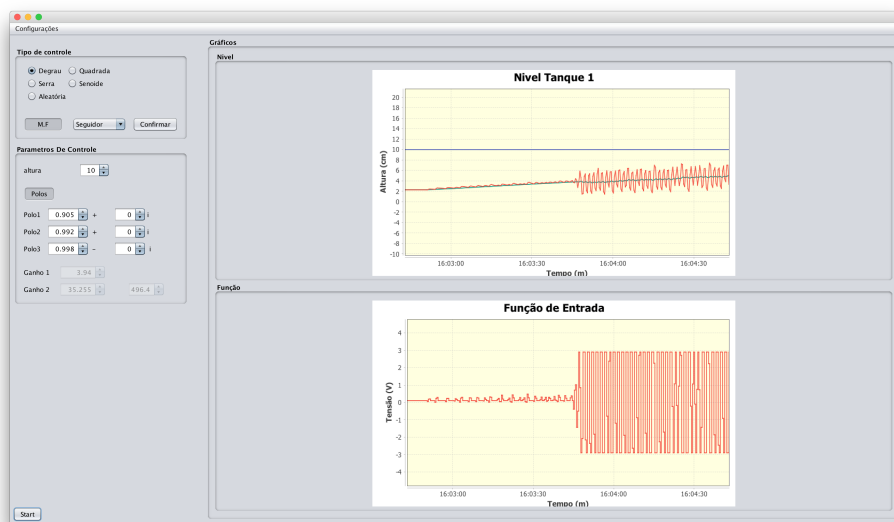


Figura 2: Segunda parte Polos: 0.905; 0.992; 0.998

5.1.1 Polos em zero

Após os valores sugeridos no roteiro, foi testado o comportamento do sistema utilizando-se de polos em zero, como mostrado nas figuras 3, 4, 5 e 6 onde as respostas obtidas foram semelhantes a resposta do sistema com os polos sugeridos. Exceto no caso em que o polo 3 é zero, onde foi mostrada uma resposta também instável, porém com uma maior aproximação do valor do nível do tanque 2 e do set point.

No caso em que dois dos polos eram zero, o sistema apresentou um resposta mais brusca, como mostrado na figura 6.

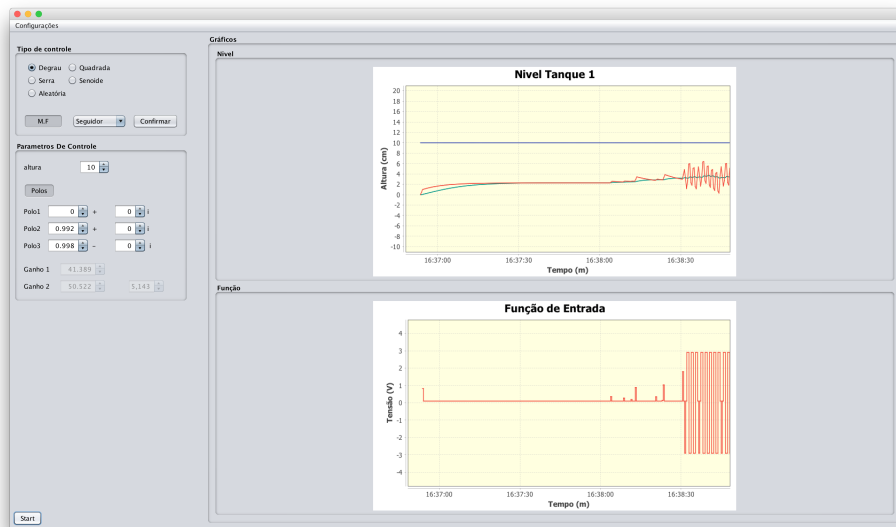


Figura 3: Polos: 0; 0.992; 0.998



Figura 4: Polos: 0.905; 0; 0.998

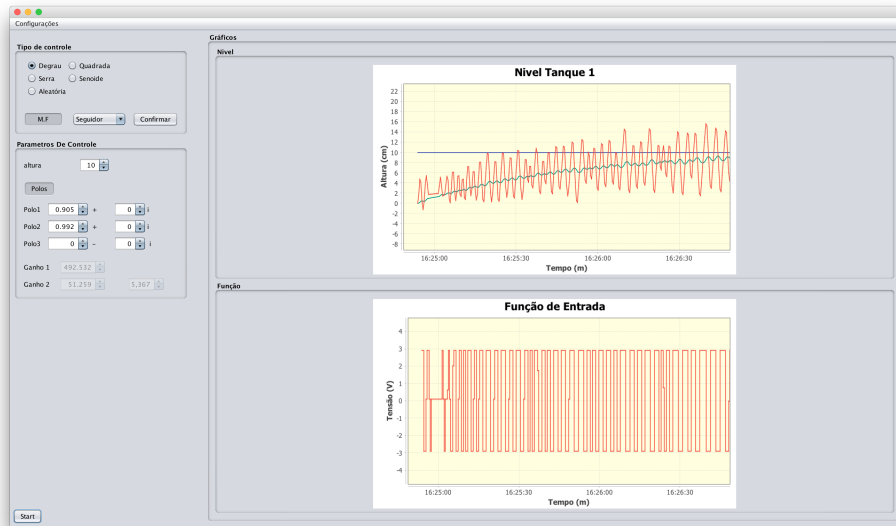


Figura 5: Polos: 0.905; 0.992; 0

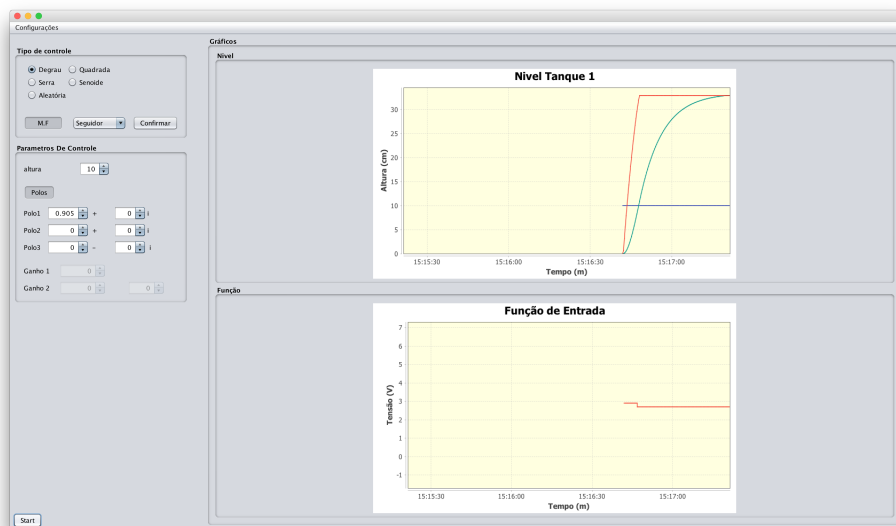


Figura 6: Polos: 0.905; 0; 0

5.1.2 Valores acima de 1

Foram testados também, valores acima de 1 para os polos, na qual a resposta do sistema esta mostrado nas Figuras 7, 8 e 9. Nestas figuras, podemos ver o comportamento semelhante ao sistema com polos em zero, com excessão da figura 9, na qual mostra o polo 3 em 1.2. Neste caso, a resposta se assemelha ao comportamento do sistema com os polos sugeridos no roteiro do experimento. Além deste valor, foram testados outros valores para o polo 3, onde, em todos os testes, foi notado pouca influência na resposta do sistema.

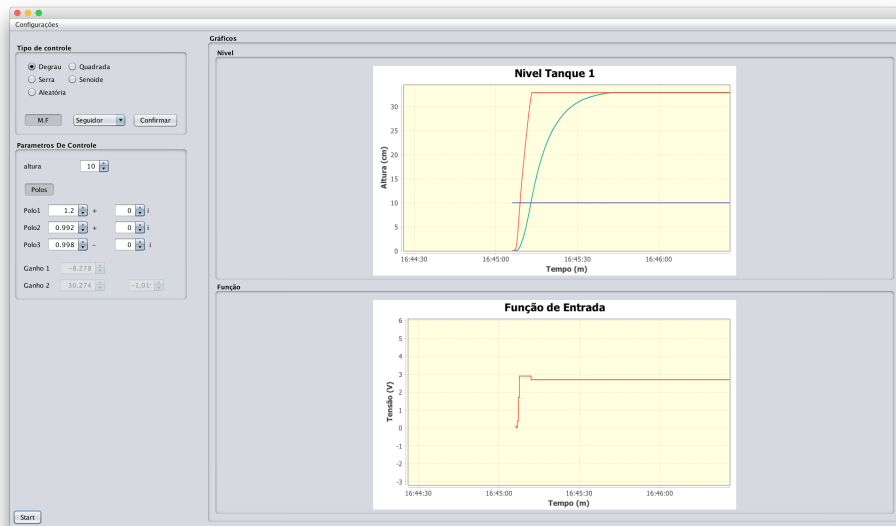


Figura 7: Polos: 1.2; 0.992; 0.998

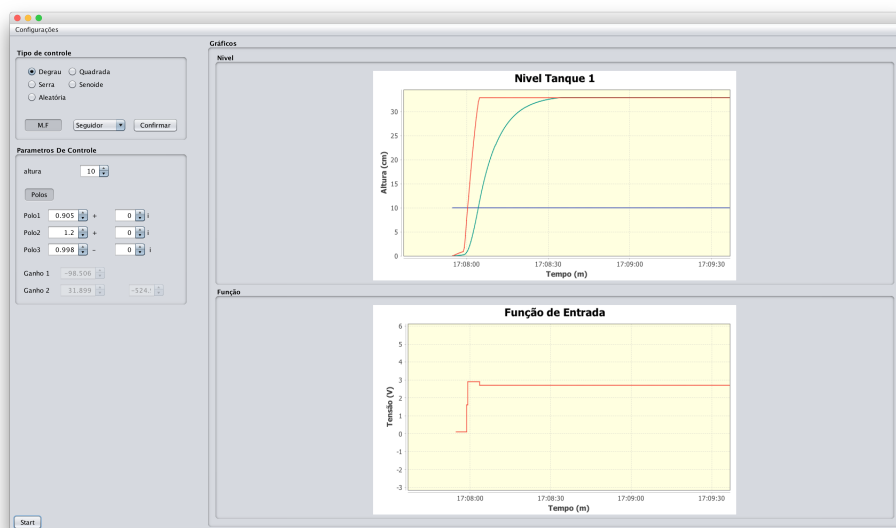


Figura 8: Polos: 0.905; 1.2; 0.998

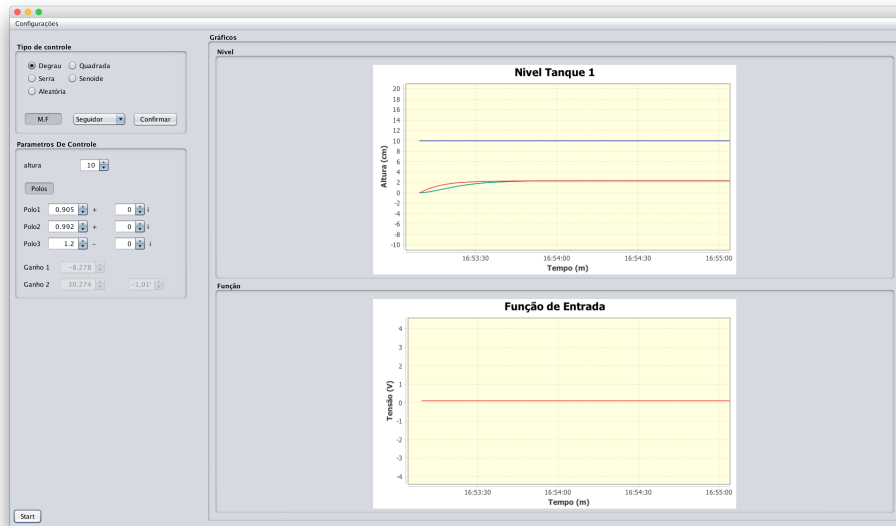


Figura 9: Polos: 0.905; 0.992; 1.2

5.1.3 Valor imaginário diferente de zero

Nas Figuras 10, 11, 12 e 13 são mostrados os testes realizados com polos com parte imaginária diferente de zero, onde a melhor das respostas foi o sistema com polo com parte imaginária igual a 0.03 (Figura 10). Para os outros valores testados, pode-se notar uma instabilidade do sistema ao utilizar a parte imaginária dos polos em torno de 0.1. Além disso, foi notado mais uma vez pouca influência do polo 3 sobre o comportamento do sistema.

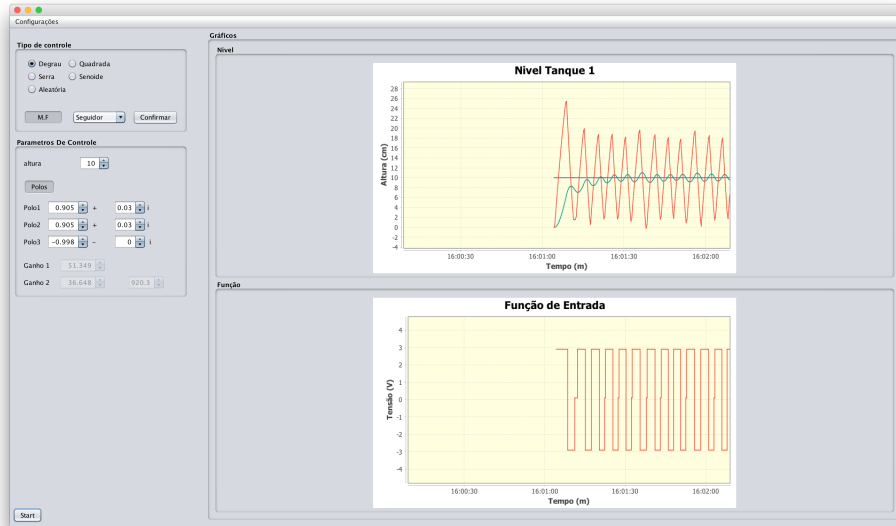


Figura 10: Polos: $0.905 + i0.03$; $0.905 + i0.03$; -0.998

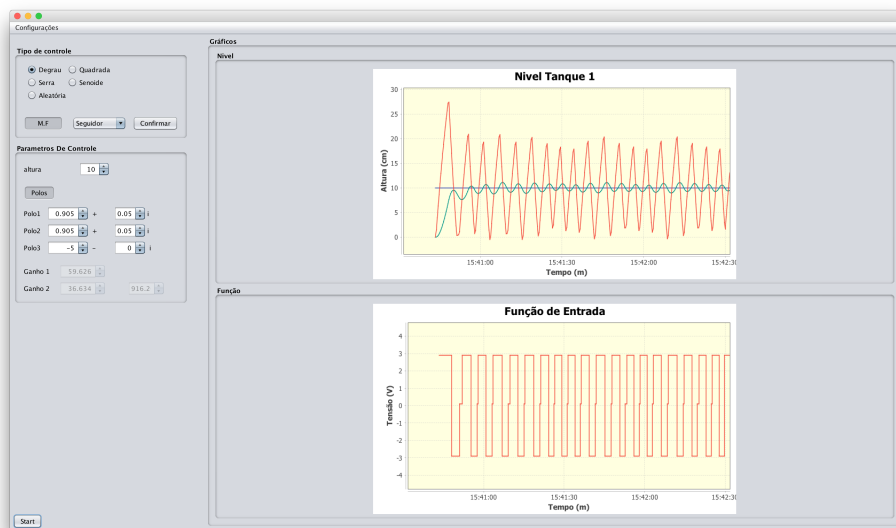


Figura 11: Polos: $0.905 + i0.05$; $0.905 + i0.05$; -5

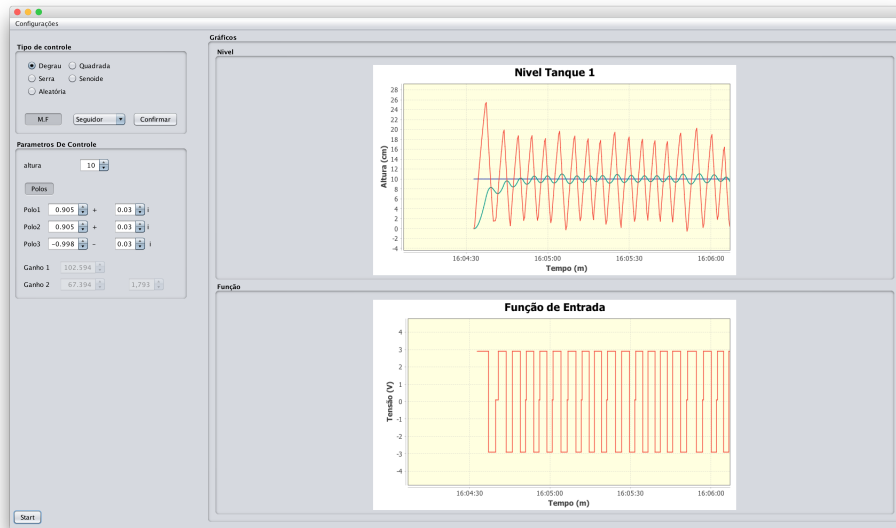


Figura 12: Polos: $0.905 + i0.03$; $0.905 + i0.03$; $-0.998 + i0.03$

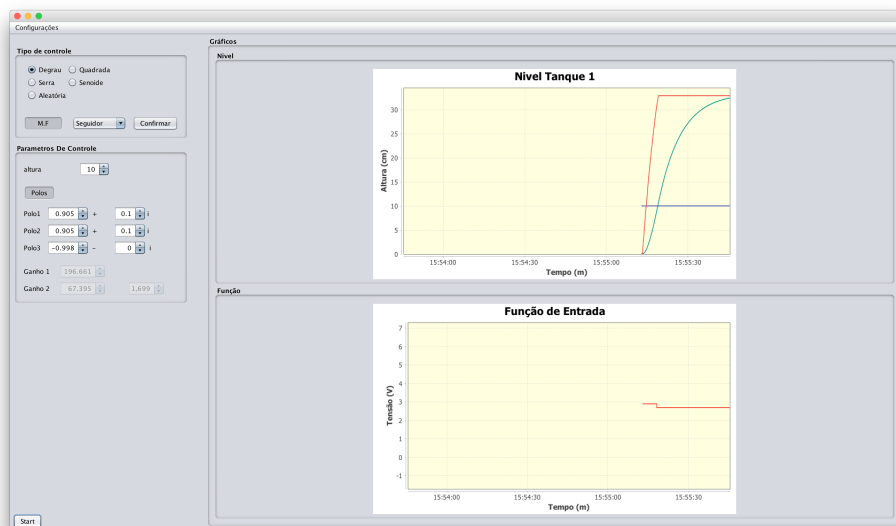


Figura 13: Polos: $0.905 + i0.1$; $0.905 + i0.1$; -0.998

5.2 Ganhos

Com o teste dos polos do sistema, pode-se ter uma ideia do comportamento do sistema em relação aos ganhos do mesmo, na qual foram modificados e testados como mostrado nas figuras 14, 15, 16 e 17. Nesta nova abordagem, as respostas obtidas foram muito instáveis, no entanto, nos casos com ganhos em torno de 3, 90 e 2, o nível do tanque 2 conseguiu acompanhar o set point desejado.

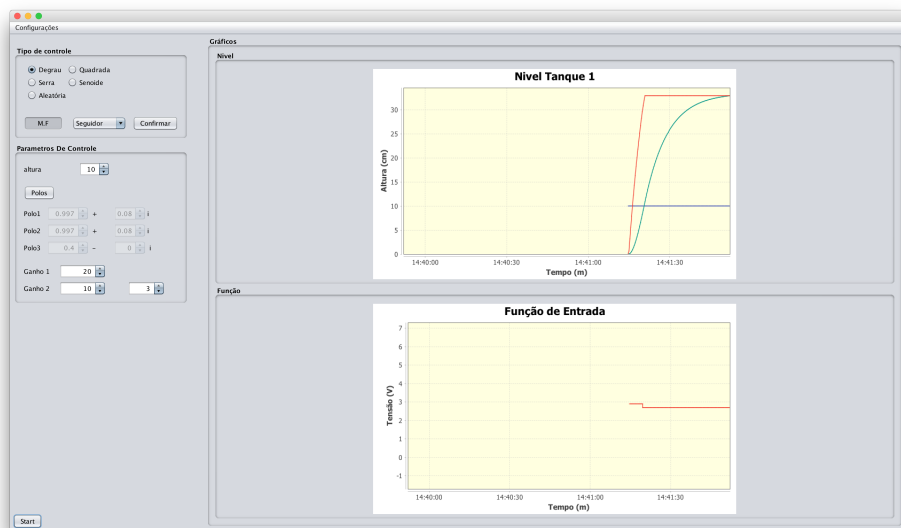


Figura 14

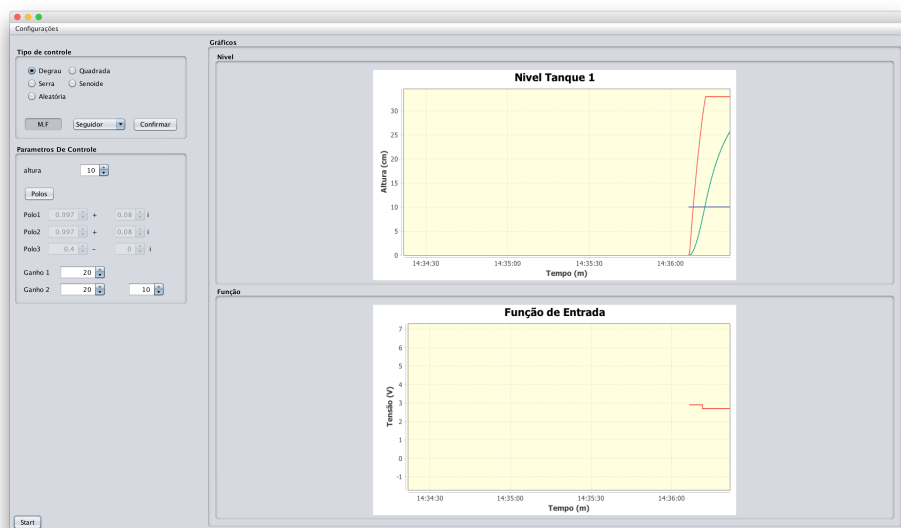


Figura 15: Polos: $0.905 + i0.1$; $0.905 + i0.1$; -0.998

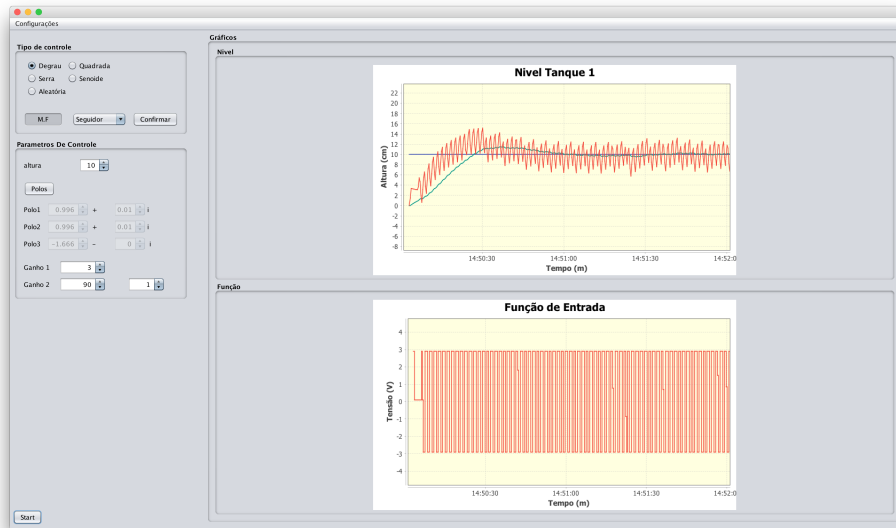


Figura 16: Polos: $0.905 + i0.1$; $0.905 + i0.1$; -0.998

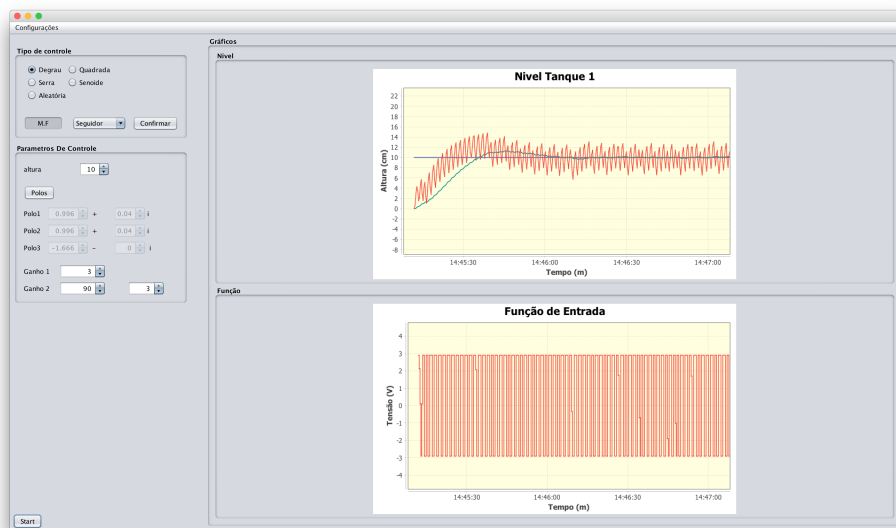


Figura 17: Polos: $0.905 + i0.1$; $0.905 + i0.1$; -0.998

6 CONCLUSÃO

Com o uso da aplicação implementada, através dos testes realizados, foi possível ver a teoria por trás da experiência proposta. Desta forma, este trabalho nos permitiu ter uma ideia do comportamento de um sistema sendo controlado em espaço de estado com seguidor de referência.

7 REFERÊNCIAS

Referências

[Mittelbach e Goossens 2004]MITTELBACH, F.; GOOSSENS, M. *The L^AT_EX Companion*. 2. ed. San Francisco, EUA: Addison-Wesley, 2004.

G.F. FRANKLIN,D. POWELL e A. EMAMI-NAEINI. **Sistemas de Controle para Engenharia**. 6^a Ed. Editora Bookman, 2013.