

Lineaire algebra

1. Waarvoor wordt lineaire algebra gebruikt binnen AI?

- gegevens presentatie en transformatie:

Binnen AI kun je bijvoorbeeld foto's laten zien als matrices van pixelwaarden.

Door dit te transformeren met lineaire algebra kan AI complexe data begrijpen.

- models:

Veel machine learning-modellen maken gebruik van lineaire algebra om te bouwen en te trainen.

- Dimensionaliteits reductie:

PCA en SVD maken gebruik van lineaire algebra om de dimensies te verminderen.

Hierdoor wordt ruis verminderd en werkt algoritme sneller.

- Optimalisatie:

Bij lineaire optimalisatieproblemen wordt het gebruikt om deze problemen op te lossen.

2. Wat is een vector?

Een vector is een lijn tussen twee punten die vaak een richting heeft en gerepresenteerd kan worden door getallen. Die getallen stellen de coördinaten van punten voor in een specifieke ruimte. (3, 2, 1) is een vector die op punt 3 zit in de eerste dimensie, punt 2 in de tweede dimensie en punt 1 in de derde dimensie.

- optellen

$$(1,2,3) + (2,3,1) = (3,5,4)$$

- aftrekken

$$(1,2,3) - (2,3,1) = (-1, -1, 2)$$

- vermenigvuldigen

$$(1,2,3) \times (2,3,1) = (2,6,3)$$

- delen

$$(2,4,6) / (1,2,3) = (2,2,2)$$

- inproduct

Het product wordt gebruikt om de gewogen som van een vector te berekenen.

Dit zegt wat over de hoek die de 2 vectoren die iets met elkaar te maken hebben.

$$(1,2,3) \times (2,3,1) = 1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 1 = 2 + 6 + 3 = 11$$

3. Wat is een matrix?

- Een matrix bestaat uit rijen en kolommen. Een vector is een matrix met 1 kolom en meerdere rijen.

(1,2)

(3,4)

(5,6) <- dit is een matrix

- optellen

(1,2) (1,2) (2, 4)

(3,4) + (3,4) = (6, 8)

(5,6) (5,6) (10,12)

- aftrekken

(3,6) (1,2) (2, 4)

(8,10) - (3,4) = (5, 6)

(12,16) (5,6) (7,10)

- hadamar product

(1,2) (1,2) (1, 4)

(3,4) x (3,4) = (9, 16)

(5,6) (5,6) (25,36)

- vermenigvuldigen

(1,2) (13,16)

(3,4) x (3,4) = (29,36)

(5,6) (5,6) (45,56)

(1 x 3) + (2 x 5) = 13

(1 x 4) + (2 x 6) = 16

(3 x 3) + (4 x 5) = 29

(3 x 4) + (4 x 6) = 36

(5 x 3) + (6 x 5) = 45

(5 x 4) + (6 x 6) = 56

- scalar vermenigvuldiging

(1,2) (2, 4)

(3,4) x 2 = (6, 8)

(5,6) (10,12)

4. getransponeerde matrix, inverse matrix, determinant matrix en identiteitsmatrix

- de **getransponeerde matrix** krijg je door de kolommen en rijen om te wisselen
normaal

(2, 4)
(3, 4)
(10,12)

getransponeerd

(2, 3, 10)
(4, 4, 12)

- de **inverse matrix**

de inverse matrix is een vierkante matrix (evenveel kolommen als rijen) en wanneer je deze vermenigvuldigt met de originele matrix krijg je de identiteitsmatrix.

Om deze te bepalen moet je eerst de determinant weten. dit bereken je door alle vierkante matrixen kruislings te vermenigvuldigen.

$$\text{determinant van } \begin{pmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 3 & 4 & 6 \\ 10 & 12 & 8 \end{pmatrix} = 2 * \text{determinant } \begin{pmatrix} 4 & 6 \\ 12 & 8 \end{pmatrix} - 4 * \text{determinant } \begin{pmatrix} 3 & 6 \\ 10 & 8 \end{pmatrix} + 4 * \text{determinant } \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 10 & 12 \end{pmatrix}$$

$$\text{determinant } \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 10 & 12 \end{pmatrix} = 2 * (32 - 72) - 4 * (24 - 60) + 4 * (36 - 40) = 48$$

nu moet je de adjunct matrix bepalen. je moet dus weer de determinant bepalen voor elk elk element uit de originele matrix dat wordt

(-40 -36 -4)
(-40 -32 -2)
(0 -2 -2)

Nu ga je voor elk element in de adjunct-matrix delen door de determinant die 48 is.

(-5/6 -3/4 -1/12)
(-5/6 -2/3 -1/24)
(0 -1/24 -1/24)

dat is de inverse matrix. als je dit x de originele matrix doet krijg je de identiteitsmatrix

(1 0 0)
(0 1 0)
(0 0 1)

5. euclidische afstand en manhattan afstand

- **Euclidische afstand** is de directe afstand tussen 2 punten in een gebied. Dit bereken je met de stelling van pythagoras.

Stel je hebt punt $a(1,4)$ en punt $b(-3,1)$ dan doe je de vectoren min elkaar dus dan krijg je 4 en 3 daarna doe je $4^2 + 3^2 = 25$

Daar neem je de wortel van $\sqrt{25} = 5$ dus dan is dat de euclidische afstand.

- **Manhattan afstand**

Bij de Manhattan afstand mag je alleen maar rechte stukken gaan.

De Manhattan afstand is gewoon de vectoren min elkaar en de resultaten daarvan plus elkaar.

Voorbeeld: $a(1,4) - b(-3,1)$ dan krijg je 4 en 3. $4 + 3 = 7$ dus de manhattan afstand = 7