

# 2016

Projeto Integrador I

Joelson Vieira Marques Fagundes

- CALCULOS BINÁRIOS
- CONVERSOES ENTRE BASES

Quaisquer dúvidas, sugestões, reclamações enviar e-mail para joey-kunx3@hotmail.com

## I. Conversão entre bases.

- Antes de falarmos de conversão, é interessante tecermos algumas considerações sobre a composição dos números nos sistemas de numeração posicional.

- Voltando ao sistema decimal, com o qual estamos melhor familiarizados, observamos que:

um número de 1 algarismo pode assumir 10 valores diferentes

- um número de 2 algarismos pode assumir 100 valores diferentes  
de 00 a 99

- um número de 3 algarismos pode assumir 1000 valores diferentes  
de    a 999

- Isso ocorre porque num sistema de numeração posicional, o número máximo de valores diferentes que podem ser representados por  $n$  algarismos em uma base  $b$  qualquer é igual a  $b^n$ .

Assim, com 1 algarismo temos  $10^1 = 10$  valores, com 2 algarismos temos  $10^2 = 100$  valores, com 3 algarismos temos  $10^3 = 1000$  valores, e assim por diante.

Da mesma forma, no sistema binário:

um número de 1 bit pode assumir 2 valores diferentes, de 0 a 1

porque  $2^1 = 2$  ■ um número de 2 bits pode assumir 4 valores diferentes, de 00 a 1 1

porque  $2^2 = 4$  ■ um número de 3 bits pode assumir 8 valores diferentes, de 000 a 1 1 1 • porque  $2^3 = 8$

um número de 4 bits pode assumir 16 valores diferentes, de porque  $2^4 = 16$ .

## CONVERSÃO DE QUALQUER BASE PARA DECIMAL

- Voltando mais uma vez ao sistema decimal, podemos observar que, se tivermos um número qualquer, como por exemplo, 2463, esse número é formado por 2 milhares, 4 centenas, 6 dezenas e 3 unidades. Isso pode também ser escrito na seguinte forma:
- $2463 = 2 \times 1000 + 4 \times 100 + 6 \times 10 + 3 \times 1$
- Substituindo os multiplicadores por potências de 10 (afinal, a base é 10), temos:  $2463 = 2 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10^1 + 3 \cdot 10^0$  (Eq.1)
- Visualizar essa relação é particularmente útil para se efetuar a conversão de um número em qualquer base para a base 10, ou seja, quando se quer encontrar o equivalente em decimal de um número expresso numa base qualquer.
- Generalizando a equação Eq.1 acima, podemos afirmar que um número qualquer de n dígitos d numa base b tem o seu equivalente decimal N expresso por:
- $N = d_n \times b^{n-1} + d_{n-1} \times b^{n-2} + d_{n-2} \times b^{n-3} + \dots + d_2 \times b^1 + d_1$  (Eq. 2)

## CONVERSÃO DE QUALQUER BASE PARA DECIMAL

- Assim, de binário (base 2) para decimal (base 10), podemos fazer, por exemplo:

$$(100101)_2 = 1 \times 2^5 + 0 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 32 + 0 + 0 + 4 + 0 + 1 = 37$$

$$(101,5)_2 = 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 5 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} = 4 + 0 + 1 + 2,5 + 0 = 6,5$$

- E de octal (base 8) para decimal:

$$(473)_8 = 4 \times 8^2 + 7 \times 8^1 + 3 \times 8^0 = 256 + 56 + 3 = 315$$

$$(115,2)_8 = 1 \times 8^2 + 1 \times 8^1 + 5 \times 8^0 + 2 \times 8^{-1} = 64 + 8 + 5 + 0,25 = 77,25$$

- Finalmente, de hexadecimal (base 16) para decimal:

$$(B108)_{16} = B \times 16^3 + 1 \times 16^2 + 0 \times 16^1 + 8 \times 16^0 = 45056 + 256 + 0 + 8 = 45320$$

$$(F0,1)_{16} = F \times 16^1 + 0 \times 16^0 + 1 \times 16^{-1} = 240 + 0 + 0,0625 = 240,0625$$

$$7D2h = 7 \times 16^2 + D \times 16^1 + 2 \times 16^0 = 7 \times 256 + 13 \times 16 + 2 \times 1 = 1792 + 208 + 2 = 2002$$

## CONVERSÃO DE DECIMAL PARA UMA BASE QUALQUER

Para conversão de um número na base 10 para outra base, utilizamos o método das divisões sucessivas

Parte inteira:

divide-se o número a ser convertido pela base desejada; ■ toma-se o quociente resultante e divide-se

novamente pela base até que o quociente seja zero; ■ os restos das divisões formam a parte inteira do número convertido; ■ o primeiro resto representa o último dígito (menos significativo) da parte inteira do número; e ■ o último quociente representa o primeiro dígito (mais significativo) da parte inteira.

Parte fracionária:

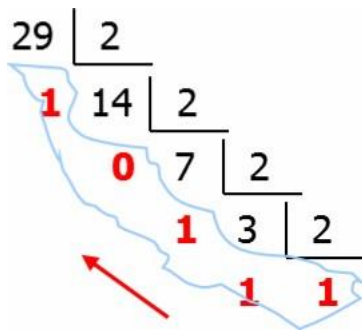
multiplica-se a parte fracionária do número a ser convertido pela base desejada;

toma-se a parte fracionária do número resultante e repete-se a operação;

a parte inteira dos produtos obtidos representam a parte fracionária do número procurado.

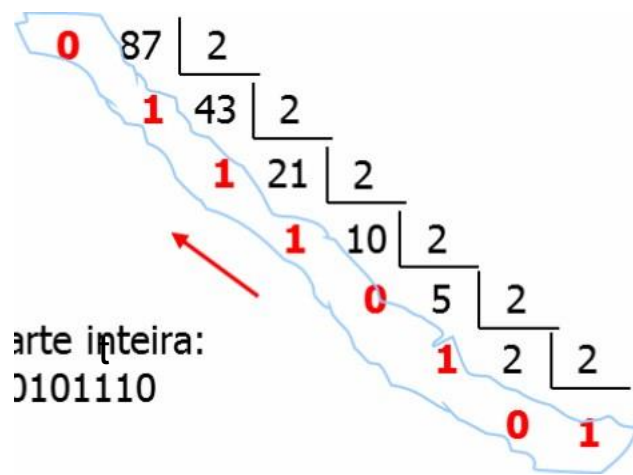
## CONVERSÃO DE DECIMAL PARA UMA BASE QUALQUER

Exemplo 1: Converter o número decimal 29 para binário.



Portanto,  $29_d = 11101_b$

Exemplo 2: Converter o número decimal 174,25 para binário.

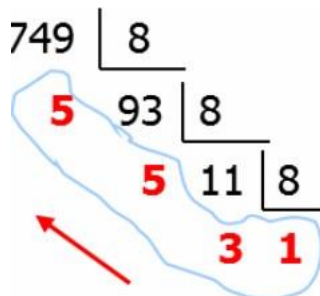


$$\begin{array}{rcl}
 0,25 \times 2 & 0,50 \\
 0,50 \times 2 & 1,00
 \end{array}$$

Parte fracionária:  
01

Portanto,  $(174,25)_{10} = (10101110,01)_2$

- Exemplo 3: Converter o número decimal 749,97 para octal.



$$\begin{array}{rcl}
 749,97 & \text{para octal.} & 0,97 \times 8 = 7,76 \\
 & & 0,76 \times 8 = 6,08 \\
 & & \text{Parte fracionária: } 0,08 \times 8 = 0,64 \\
 & & 0,64 \times 8 = 5,12 \\
 \text{Parte inteira: } 76050 & & \\
 1355 & & 0,12 \times 8 = 0,96
 \end{array}$$

Portanto,  $(749,97)_{10} = (1355,76050)_8$

- Exemplo 4: Converter o número decimal 155,742 para hexadecimal.

155 IA 0,742x16=11,72

Parte fracionária:

Parte inteira: 0,872x 16 13,952

**11 9**

11 9

BDF3

0,952 x 16 15>32

0,232 x 16 3,712

Portanto,  $(155,742)_{10} = (9B,BDF3)_{16}$

## TABELA DE CONVERSÃO

DECIMAL	BINARIO	OCTAL	HEXA
0	0000	0	0
1	0001	1	1
2	0010	2	2
3	0011	3	3
4	0100	4	4
5	0101	5	5
6	0110	6	6
7	0111	7	7
8	1000	10	8
9	1001	11	9
10	1010	12	A
11	1011	13	B
12	1100	14	C
13	1101	15	D
14	1110	16	E
15	1111	17	F

## CONVERSÃO DE BINÁRIO PARA OCTAL

Para converter um número na base 2 para a base 8, deve-se separar o número em grupos de 3 dígitos, partindo-se da vírgula, ou apenas da direita para a esquerda no caso



de números inteiros. Caso faltem símbolos para completar três, completa-se com zeros. Em seguida, deve-se converter cada conjunto de três símbolos binários em um octal, de acordo com a tabela anterior.

Exemplo 5: Converter o número binário (010101 , 1 101 para octal.

$$\begin{array}{cccc} 010 & 101 & 110 & 100 \\ \hline 2 & 5 & 6 & 4 \end{array} \text{ Portanto, } [010101,1101]_2 = (25,64)$$

Exemplo 6: Converter 10011 10100011 Ob para octal.

$$\begin{array}{ccccc} 10 & 011 & 101 & 000 & 110 \\ \hline 2 & 3 & 5 & 0 & 6 \end{array} \text{ Portanto, } 10011101000110b = (23506)_8$$

## CONVERSÃO DE BINÁRIO PARA HEXADECIMAL

Para converter um número na base 2 para a base 16, deve-se separar o número em grupos de 4 dígitos, partindo-se da vírgula, ou apenas da direita para a esquerda no caso de números inteiros. Caso faltem símbolos para completar quatro, completa-se com zeros. Em seguida, deve-se converter cada conjunto de quatro símbolos binários em um hexadecimal, de acordo com a tabela anterior.

Exemplo 7: Converter o número binário 110110100100,101011 para hexadecimal.

$$1101 \ 1010 \ 0100,1010 \ 1100$$

$$\begin{array}{ccccccccc} & \underbrace{\phantom{000}} & \underbrace{\phantom{000}} & \underbrace{\phantom{000}} & \underbrace{\phantom{000}} & \underbrace{\phantom{000}} & & & \\ & \mathbf{D} & \mathbf{A} & \mathbf{4} & \mathbf{A} & \mathbf{C} & & & \\ (110110100100,101011) = & \mathbf{(DA4,A} \end{array}$$

Portanto,

Exemplo 8: Converter 10011101001110b para hexadecimal

$$\begin{array}{ccccccc} 0010 & 0111 & & & & & \\ \underbrace{\phantom{000}} & \underbrace{\phantom{000}} & \underbrace{\phantom{000}} & \underbrace{\phantom{000}} & & & \\ \mathbf{2} & \mathbf{7} & \mathbf{4} & \mathbf{E} & & & \end{array} \text{ Portanto, } 10011101001110b = 274Eh$$

## CONVERSÃO DE HEXADECIMAL PARA BINÁRIO

Para converter um número na base 8 para a base 2, basta converter individualmente cada dígito octal no seu correspondente conjunto de três dígitos binários, de acordo com a tabela anterior.

Exemplo 11: Converter o número hexadecimal (DA4,AC)<sub>16</sub> para binário.

$$\begin{array}{ccccccccc} \mathbf{D} & \mathbf{A} & \mathbf{4} & , & \mathbf{A} & \mathbf{C} & & & \\ \underbrace{\phantom{000}} & \underbrace{\phantom{000}} & \underbrace{\phantom{000}} & & \underbrace{\phantom{000}} & \underbrace{\phantom{000}} & & & \\ 1101 & 1010 & 0100, & 1010 & 1100 & & & & \end{array}$$

$$\text{Portanto, } \mathbf{[DA4,AC]_{16} = [110110100100,101011]_2}$$

Exemplo 12: Converter 274E em hexadecimal para binário.

$$\begin{array}{ccccccc} \mathbf{2} & \mathbf{7} & \mathbf{4} & \mathbf{E} & & & \\ \underbrace{\phantom{000}} & \underbrace{\phantom{000}} & \underbrace{\phantom{000}} & \underbrace{\phantom{000}} & & & \\ \text{Portanto, } 274Eh = & & & & & & \\ 10011101001110b & 9010 & 0111 & 0100 & 1110 & & \end{array}$$

## CONVERSÃO ENTRE HEXADECIMAL E OCTAL

Para converter um número entre as bases 8 e 16, ou vice-versa, é mais conveniente que a conversão seja feita em

duas etapas, convertendo-se primeiramente o número original para a base binária, e a seguir o seu correspondente binário para a base desejada.

Exemplo 13: Converter o número hexadecimal (DA4,AC)<sub>16</sub> para octal.

D	A	4	,	A	C
1101	1010	0100	,	1010	1100
1101 1010 0100,1010 1100					

$(DA4,AC)_{16} = (110110100100)$

110 110 100 100,101 011

## II. Aritmética Binária.

### ADICÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

A operação de soma de dois números em base 2 é efetuada de modo semelhante à soma decimal, levando-se em conta que só há dois algarismos disponíveis (0 e 1).

Do mesmo modo que operamos na base decimal, a soma é efetuada algarismo por algarismo, de maneira que, quando somamos 1 com 1, obtemos como algarismo resultante 0 e sobra o valor 1 para ser somado aos algarismos da parcela

imediatamente seguinte à esquerda (valor de uma base: 2); esse é o valor que denominamos "vai 1".

Assim:

$$0 + 0 = 0$$

$$0 + 1 = 1$$

$$1 + 0 = 1$$

$$1 + 1 = 0, \text{ com "vai 1"}$$

$$1 + 1 + 1 = 1, \text{ com "vai 1"}$$

Exemplo

$$\begin{array}{r} \phantom{00000000} 1 \phantom{00000000} 1 \phantom{00000000} 1 \phantom{00000000} 1 \phantom{00000000} 1 \phantom{00000000} 1 \\ 1 \phantom{00000000} 0 \phantom{00000000} 1 \phantom{00000000} 1 \phantom{00000000} 0 \phantom{00000000} 1 \phantom{00000000} , \phantom{00000000} 0 \phantom{00000000} 1 \\ + 1 \phantom{00000000} 0 \phantom{00000000} 0 \phantom{00000000} 1 \phantom{00000000} 1 \phantom{00000000} 1 \phantom{00000000} , \phantom{00000000} 1 \phantom{00000000} 1 \\ \hline 1 \phantom{00000000} 0 \phantom{00000000} 1 \phantom{00000000} 0 \phantom{00000000} 1 \phantom{00000000} 0 \phantom{00000000} 1 \phantom{00000000} , \phantom{00000000} 0 \phantom{00000000} 0 \end{array}$$

## SUBTRACÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

A subtração em base 2, na forma convencional usada também no sistema decimal (minuendo - subtraendo = diferença), é relativamente mais complicada por dispormos apenas dos algarismos 0 e 1. Assim, 0 menos 1 necessita de um "empréstimo" de um valor igual à base (que no caso é 2), obtido do primeiro algarismo diferente de zero, existente à esquerda.

Assim:

$$0 - 0 = 0$$

$$1 - 0 = 1$$

$$1 - 1 = 0$$

$$0 - 1 = 1, \text{ com "empréstimo de 2"}$$

Exemplo

$$\begin{array}{r} \phantom{00000000} 0 \phantom{00000000} 2 \phantom{00000000} 0 \phantom{00000000} 1 \phantom{00000000} 0 \phantom{00000000} 2 \phantom{00000000} 2 \phantom{00000000} 0 \phantom{00000000} 1 \\ - 0 \phantom{00000000} 1 \phantom{00000000} 0 \phantom{00000000} 1 \phantom{00000000} 0 \phantom{00000000} 1 \phantom{00000000} 1 \phantom{00000000} 0 \phantom{00000000} 1 \\ \hline 0 \phantom{00000000} 1 \phantom{00000000} 0 \phantom{00000000} 0 \phantom{00000000} 0 \phantom{00000000} 0 \phantom{00000000} 1 \phantom{00000000} 0 \phantom{00000000} 0 \end{array}$$

Diagram illustrating binary subtraction with borrowing. The diagram shows the subtraction of 010101101 from 020102201. The result is 010000100. The diagram includes annotations for borrowing: "0 - 1 não é possível. Retira-se 1 da ordem à esquerda, que fica com zero e passa-se 2 para a direita. Logo 2 - 1 = 1". The diagram also shows the final result: 010000100.

## MULTIPLICAÇÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

O processo de multiplicação é realizado na forma usualmente efetuada para a base 10, isto é, somas sucessivas, porém de forma muito mais simples, visto que os algarismos do multiplicador somente podem ser 0 ou 1.

- Assim:

$$0 \times 0 = 0$$

$$0 \times 1 = 0$$

$$1 \times 0 = 0$$

$$1 \times 1 = 1$$

Exemplo

$$\begin{array}{r} 1011 \\ \times 101 \\ \hline 1011 \\ 0000 \\ 1011 \\ \hline 110111 \end{array}$$

Na prática podemos observar que a multiplicação de números binários consiste numa série de deslocamentos e somas, e é exatamente dessa forma que funciona o algoritmo de multiplicação de um computador.

## DIVISÃO DE NÚMEROS BINÁRIOS

- Como nas demais operações aritméticas, a divisão binária é efetuada de modo semelhante à divisão decimal considerando-se apenas que:

- $0 / 1 = 0$

- $1 / 1 = 1$

- e que a divisão por zero acarreta erro.
- Exemplos

$$\begin{array}{r} 100011 \overline{) 101} \\ - 101 \\ \hline 0111 \\ - 101 \\ \hline 0101 \\ - 101 \\ \hline 000 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10010 \overline{) 11} \\ - 11 \\ \hline 011 \\ - 11 \\ \hline 000 \end{array}$$

Outro método que pode ser utilizado é através de sucessivas subtrações, um processo mais simples de implementação

em circuitos digitais. Nesse caso, o desejado quociente será a quantidade de vezes que o divisor poderá ser subtraído do dividendo, até que se obtenha um dividendo Igual a zero.