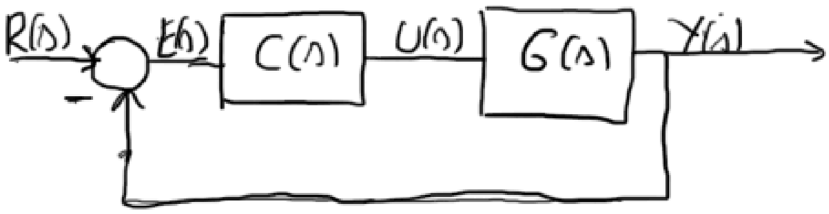
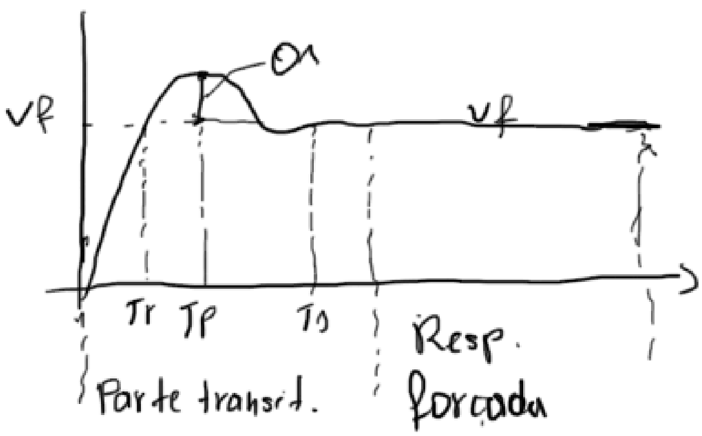
Sistemas de Controle I

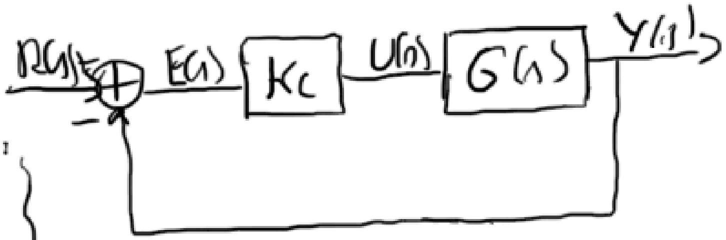
Aula 08: Erros e tipos de Sistemas





erro estacionário $e(\infty)$
↳ mede a precisão do sistema de controle

Na aula passada:



$C(s) = K_c$

malha aberta

$G(s) = \frac{1}{s+1}$

$K_g = \frac{1}{1} = 1$

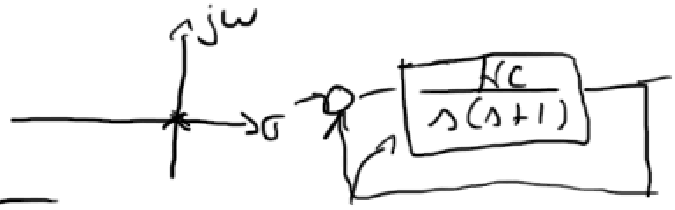
↳ $e(\infty) = 0$

malha fechada $K_c = 1$

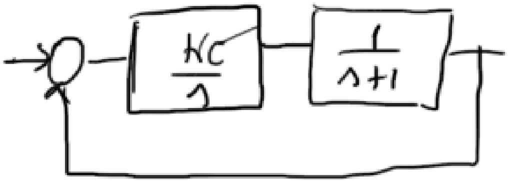
$T(s) = \frac{1}{s+1+1} = \frac{1}{s+2}$

$K_T = \frac{1}{2} = 0,5$ $\quad e(\infty) \neq 0$ finito

Polo na origem $\frac{1}{s}$



$C(s) = K_C \cdot \frac{1}{s} = \boxed{\frac{K_C}{s}}$



$$\boxed{G(s) = \frac{1}{s+1}}$$

$$T(s) = \frac{C(s)G(s)}{1 + C(s)G(s)} = \frac{\frac{K_C}{s} \cdot \frac{1}{s+1}}{\frac{1}{1} + \frac{K_C}{s} \cdot \frac{1}{s+1}} = \frac{\frac{K_C}{\cancel{s(s+1)}}}{\frac{s(s+1) + K_C}{\cancel{s(s+1)}}}$$

$$T(s) = \frac{K_C}{s(s+1) + K_C} = \boxed{\frac{K_C}{s^2 + s + K_C}}$$

$K_T = \frac{K_C}{K_C} = 1 \quad e(\infty) = 0$

Obs: o sistema de 1º ordem de malha aberta, quando em malha fechada com $C(s) = \frac{K_C}{s}$ (um polo na origem) se transf. em um sistema de 2ª ordem obs: existem algum modelos de processos que naturalmente em malha aberta já apresentam polo(s) na origem

na aula 03;

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_0}{s^N (a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_0)}, \quad m \leq n$$

- Classificação:

• Sistema Tipo 0: em malha aberta, não possui polo na origem: $N = 0$

ex: $G(s) = \frac{1}{s+1}$, $G(s) = \frac{s+1}{s^2 + 2s + 1}$, $G(s) = \frac{s+2}{(s+1)(s+3)(s+4)}$

• Sistema Tipo 1: em malha aberta possui um polo na origem: $N = 1$

Ex: $G(s) = \frac{1}{s(s+1)}$, $G(s) = \frac{s+3}{s^3 + 2s^2 + s} = \frac{s+3}{s(s^2 + 2s + 1)}$

obs: muito comum em processos cuja variável de saída $Y(s)$ = a posição

↳ também conhecidos como processos integradores

• Sistema Tipo 2: em malha aberta, possui dois polos na origem, $N = 2$

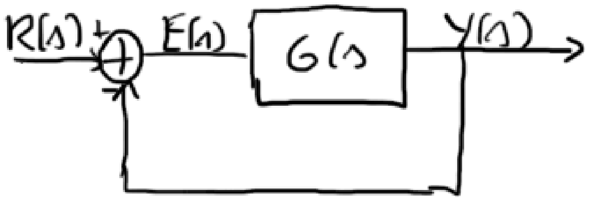
Ex: $G(s) = \frac{s+1}{s^2(s+10)}$, $G(s) = \frac{10}{s^4 + 3s^3 + s^2} = \frac{10}{s^2(s^2 + 3s + 1)}$

* Erro estacionário ou em regime permanente

$E(s) = R(s) - Y(s)$ → malha fechada

obs: é um estudo para sistemas estáveis

considere o caso da realimentação com $K_c = 1$



$E(s) = R(s) - Y(s)$ (1)

$Y(s) = E(s)\,G(s)$ (2)

Sub. (2) em (1)

$$E(s) = R(s) - E(s)\,G(s)$$

$$E(s) + E(s)\,G(s) = R(s)$$

$$(1 + G(s))\,E(s) = R(s)$$

$$\boxed{E(s) = \frac{R(s)}{1 + G(s)}}$$

função de transf. do erro (malha fechada) em regime permanente.

R(s) pode assumir diferentes formas.

- degrau

$R(s) = \frac{1}{s}$

→ Posição constante

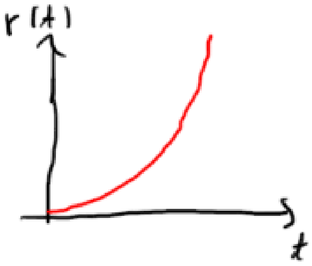
- rampa

$R(s) = \frac{1}{s^2}$

→ velocidade constante

• parábola:

$R(s) = \dfrac{1}{s^3}$



aceleração constante

Relembrando Teorema do Valor Final (T.V.F)

$$\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0} s\,F(s)$$

aplicando T.V.F em E(s)

$$\boxed{e(\infty) = \lim_{s\to 0} s\,\frac{R(s)}{1+G(s)}}$$

• Avaliando $e(\infty)$ de acordo com o sinal de entrada:

- R(s) do tipo degrau

$$R(s) = \frac{1}{s} \Rightarrow e(\infty) = \lim_{s\to 0} \cancel{s}\,\frac{(1/\cancel{s})}{1+G(s)} = \boxed{\frac{1}{1+\lim_{s\to 0} G(s)}}$$

Ex2.a) $G(s) = \dfrac{1}{s(s+1)}$, obter $e(\infty)$ para $R(s) = 1/s$

$$e(\infty) = \lim_{s\to 0} \cancel{s}\,\frac{(1/\cancel{s})}{1+\frac{1}{s(s+1)}} = \frac{1}{1+\lim_{s\to 0}\frac{1}{s(s+1)}} = \frac{1}{1+\frac{1}{0}}$$

$$e(\infty) = \frac{1}{1+\infty} = \frac{1}{\infty} = 0 \;//$$

$\to G(s)$

obs: Para $e(\infty) = 0$, deve ter pelo menos um polo na origem ou seja, $\lim_{s\to 0} G(s) = \infty$, senão $e(\infty) \neq 0$ porém finito

. Sinal de referência tipo rampa

$$R(s) = \frac{1}{s^2}$$

$$e(\infty) = \lim_{s \to 0} \cancel{s} \frac{(1/\cancel{s^2})}{1+G(s)} = \lim_{s \to 0} \frac{(1/s)}{1+G(s)} \frac{(\times s)}{(\times s)}$$

$$e(\infty) = \lim_{s \to 0} \frac{1}{s + sG(s)} = \boxed{\frac{1}{\lim_{s \to 0} sG(s)}}$$

obs: para $e(\infty) = 0 \therefore \lim_{s \to 0} sG(s) = \infty$

ou seja, $G(s)$ deve apresentar pelo menos dois polos na origem, senão $e(\infty) \neq 0$ finito

. Sinal de referência tipo parábola

$$R(s) = \frac{1}{s^3}$$

$$e(\infty) = \lim_{s \to 0} \cancel{s} \frac{(1/\cancel{s^3})}{1+G(s)} = \lim_{s \to 0} \frac{(1/s^2)}{1+G(s)} \frac{(\times s^2)}{(\times s^2)}$$

$$e(\infty) = \lim_{s \to 0} \frac{1}{s^2 + s^2 G(s)} = \boxed{\frac{1}{\lim_{s \to 0} s^2 G(s)}}$$

obs: para $e(\infty) = 0$, $\lim_{s \to 0} s^2 G(s) = \infty$

ou seja, $G(s)$ deve possuir pelo menos três polos na origem senão, $e(\infty) \neq 0$, finito.

Ex3: Dado $G(s) = \frac{1}{s+1}$, obte $e(\infty)$ para $R(s) = \frac{1}{s}, \frac{1}{s^2}, \frac{1}{s^3}$

para $R(s) = \frac{1}{s} \Rightarrow e(\infty) = \frac{1}{1 + \lim_{s \to 0} G(s)} = \frac{1}{1 + \lim_{s \to 0} \frac{1}{s+1}}$

$e(\infty) = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} = \boxed{0,5}$ //

Para $R(s) = \frac{1}{s^2} \Rightarrow e(\infty) = \frac{1}{\lim_{s \to 0} s\,G(s)} = \frac{1}{\lim_{s \to 0} s \frac{1}{s+1}}$

$e(\infty) = \frac{1}{\frac{0}{1}} = \boxed{\infty}$ //

Para $R(s) = \frac{1}{s^3} \Rightarrow e(\infty) = \frac{1}{\lim_{s \to 0} s^2 G(s)} = \frac{1}{\lim_{s \to 0} s^2 \frac{1}{s+1}} = \infty$ //