Répartition des PIFE 5A

Rendu n°3

Johan Brunet, Tristan Rivière
IG4 -G2,
Polytech Montpellier

2 octobre 2017

1 Prélude

1.1 Contexte & Objectifs

Au cours de leur formation, les étudiants en Informatique et Gestion de Polytech sont amenés à participer à un projet industriel par groupe de 2 à 3 élèves.
Une liste de projets leur est proposée et les élèves doivent constituer des groupes et choisir un sujet. Chaque sujet ne peux être choisi que par un seul groupe, il ne peux y avoir que 18 groupes car il n'y a que 18 projets, et chaque élève ne peux appartenir qu'à un seul groupe.

Nous chercherons ici une méthode de constitution des groupes qui soit à la fois équitable, satisfaisante, stable, non manipulable et implémentable.

1.2 Sujet

L'objectif de ce papier est de formaliser les caractéristiques auxquelles cette méthode devra pouvoir répondre.

2 Définition des termes

Équitable : On qualifiera d'équitable une méthode purement objective et ne plaçant aucune partie en avant vis à vis des autres, c'est-à-dire que chaque étudiant a autant de chance d'obtenir un projet.

Satisfaisant : On pourra déclarer une méthode satisfaisante si le résultat obtenu minimise les attributions qui ne correspondent pas aux attentes des étudiants.

Stable : Une méthode est dite stable si la solution qu'elle fournit ne peut pas être améliorée par une solution voisine.

Non Manipulable : Une méthode est non manipulable si et seulement si une donnée ne peux pas être arrangée de manière à obtenir un résultat précis.

Implémentable : Une méthode serra qualifié d'implémentable si elle peux être mise en place (programmée) et donne un résultat dans un temps raisonnable (quelques minutes/heures/jours).

3 Modélisation

3.1 Données

Étudiant Soit E l'ensemble des élèves à répartir tel que :

$$E = \{e_1, ..., e_n\}, \text{ n = taille de la promo 5A}$$

Projets Soit P l'ensemble des projets tel que :

$$P = \{p_1, ..., p_n\}, \text{ n=18}$$

Groupes Soit G l'ensemble des groupes d'élèves. Un groupe est un ensemble d'élèves tel que :

$$G = \{g_1, ..., g_i, ..., g_n\},\ n \leqslant 18$$

Si il y a $n \leqslant 36$ élèves, on a deux cas de figure :

- si n pair, on a $\frac{n}{2}$ binômes : $\forall x \in \left\{1, ..., \frac{n}{2}\right\}, g_x = \{e_i, e_j\},\ \forall i, j \in n,\ i \neq j$
- si n impair, on a $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ [1] groupes, dont $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor - 1$ binômes et 1 trinôme :
  $\forall x \in \left\{1, ..., \lfloor \frac{n}{2} \rfloor - 1\right\}, g_x = \{e_i, e_j\},\ \forall i, j \in n,\ i \neq j$
  soit $i = \lfloor \frac{n}{2} \rfloor, g_i = \{e_k, e_l, e_m\},\ \forall k, l, m \in n \backslash \{i, j\},\ k \neq l \neq m$

Si il y a $n > 36$ élèves, on a $n - 36$ trinômes et $18 - (n - 36)$ binômes :
$\forall x \in \{1, ..., i\} \mid i = n - 36, g_x = \{e_j, e_k, e_l\},\ \forall j, k, l \in n,\ j \neq k \neq l$
et $\forall y \in \{i + 1, ..., n\} \mid n = 18, g_y = \{e_f, e_h\},\ \forall f, h \in n \backslash \{j, k, l\},\ f \neq h$

Mentions Soit M l'ensemble des mentions tel que :

$$M = \{TB, B, AB, P, I, AR\}$$

1. $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$ est la partie entière de $\frac{n}{2}$

Les mentions TB, B, AB, P, I, AR traduisent respectivement les préférences "Très bien", "Bien", "Assez bien", "Passable", "Insuffisant", "A rejeter".
Les mentions suivent la relation d'ordre suivante sur M :

$$TB > B > AB > P > I > AR$$

3.2 Termes

La méthode devra respecter les termes définis plus haut :

Équitable Aucun étudiant n'est favorisé : $\forall e_i, e_j \in E,\ e_i \not< e_j$ Plus généralement, on dira qu'il n'existe pas de relation d'ordre dans E.

Satisfaisant On pourra maximiser les mentions "très bien" et "bien" ou alors minimiser les mentions inférieures à "satisfaisant".

Stable L'ensemble des groupes formés à l'aide de la méthode constitue une solution optimale du programme, que l'on ne peut pas améliorer. On ne peut ici donc pas échanger deux étudiant de groupes sans baisser la satisfaction de l'ensemble des membres de chacun des groupes.

Non Manipulable Quel que soit le bulletin, il n'y a pas de moyen de tirer avantage de la méthode. Personne ne doit pouvoir influencer la méthode avec un bulletin non conforme ou en connaissant les autres bulletins.// De plus, la méthode ne doit pas être soumise à intervention humaine au cours de sa réalisation, c'est-à-dire entre l'entrée des données et l'obtention du résultat.

3.3 Méthode

Fonctions On définit une fonction $PREF_{projet}(e_i, p_j)$ qui associe à un élève ses préférences de projets, ainsi qu'une fonction $PREF_{eleve}(e_i, e_j)$ qui associe à un élève ses préférences concernant les autres élèves Ces préférences sont données par les mentions attribuées (voir le paragraphe "Mentions"). On cherchera à maximiser l'une ou l'autre des fonctions afin d'avoir une répartition équitable et satisfaisante pour le plus d'élèves possibles. On a donc :

$$\begin{cases} PREF_{projet}(e_i, p_j) : E \times P \longrightarrow M \\ PREF_{eleve}(e_i, e_j) : E \times E \longrightarrow M \end{cases}$$

Bulletins Les préférences seront données par les étudiants à l'aide de bulletins, présentés comme suit :

Bulletin de préférence élève-élève :

e_i	TB	B	AB	P	I	AR
e_1	X					
$\vdots$	...	...	...	...	...	...
e_i						
$\vdots$	...	...	...	...	...	...
e_j					X	
$\vdots$	...	...	...	...	...	...
e_n		X				

On a donc les préférences élève-élève suivantes :

$$\begin{cases} PREF_{eleve}(e_i, e_1) = TB \\ PREF_{eleve}(e_i, e_j) = I \\ PREF_{eleve}(e_i, e_n) = B \end{cases}$$

Bulletin de préférence élève-projet :

e_i	TB	B	AB	P	I	AR
p_1		X				
p_2	X					
p_3				X		
$\vdots$	...	...	...	...	...	...
p_n						X

On a donc les préférences élève-projet suivantes :

$$\begin{cases} PREF_{projet}(e_i, p_1) = B \\ PREF_{projet}(e_i, p_2) = TB \\ PREF_{projet}(e_i, p_3) = P \\ PREF_{projet}(e_i, p_n) = AR \end{cases}$$

On peut alors définir des matrices de préférences.

Matrice de préférences élèves-élèves :

	e_1	...	e_i	...	e_j	...	e_n
e_1		...	TB	...	AB	...	B
$\vdots$	...		...	...	...	...	...
e_i	P	...		...	I	...	TB
$\vdots$	...	...	...		...	...	...
e_j	B	...	B	...		...	AR
$\vdots$	...	...	...	...	...		...
e_n	TB	...	AB	...	B	...	

Matrice de préférences élèves-projets :

	p_1	p_2	p_3	...	p_n
e_1	B	TB	I	...	B
$\vdots$	...	...	...	...	...
e_i	B	AB	TB	...	AR
$\vdots$	...	...	...	...	...
e_n	P	P	TB	...	B