

AST tvillingparadoks rest. til Johan

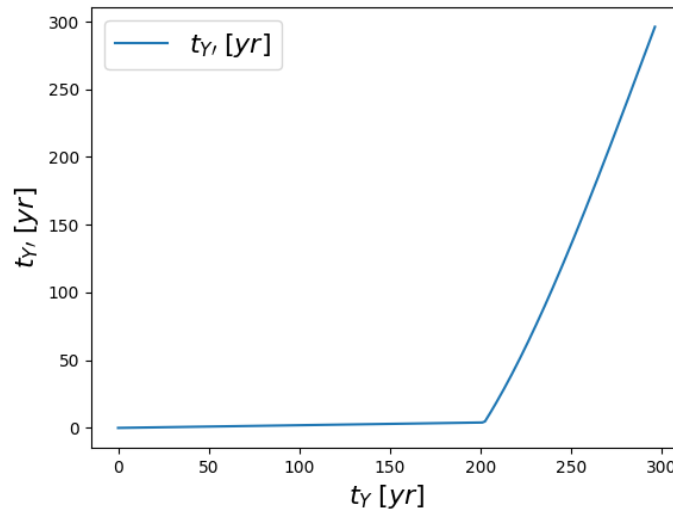
anton.a

December 2021

1 Part 5

9. Grunnen til at t_Y og t'_Y må være helt like der $t_Y = t_{\text{turningpoint}}$ er fordi i det punktet har raketten en fart $v = 0$, som betyr at Lisa er i samme referansesystem som Homey. Siden event Y' også har en fart lik 0, vil vi lese av samme tid i dette referansesystemet som observatøren på Homey. Siden de er i samme referansesystem må de også være enige om hva tiden er.

10.



Her har vi plottet tiden på Homey sett fra Lisa's frame t'_Y som en funksjon av tiden på Homey sett fra Homey-frame t_Y i et intervall på $t_Y \in [0, t_{\text{turningpoint}}]$. Vi ser en drastisk økning å hvordan Lisa observerer tiden på Homey etter år 202 på Homey sett fra Homey, som er deakselerasjonsfasen. Lisa observerer plutselig at tiden på Homey går ekstremt mye fortere enn det hun gjorde før i det hun begynner å akselerere.

11. Vi fant at det tar ca. 296 år sett fra Homey for Lisa å nå snupunktet, og at Lisa også vil observere at tiden på Homey da viser 296 år siden hun vil ha en hastighet $v = 0$ og de er i samme referansesystem. Siden Lisa sett fra hennes system brukte 4 år på Homeys klokke til å nå Destiny, betyr det at hun har observert at det har gått 292 år på Homey i akselerasjonsfasen mellom Destiny og snupunktet. Siden vi tenker at bevegelsen til Lisa er symmetrisk etter snupunktet, akselererer hun like fort igjen etterpå og får samme fart når hun er tilbake til Destiny som det hun hadde da hun passerte Destiny første gangen. Det betyr at hun også har observert at det har gått 292 år til på Homey etter at hun nådde snupunktet, siden hun igjen akselererte for å få opp farten igjen. Da vil Lisa observere at klokken på Homey viser $4 + 292 + 292 = 588$ år innen hun har nådd Destiny på vei tilbake til Homey.

12. Først fant vi tiden $t_{B'}$, som er tiden som blir lest av på Homey sett fra Lisa's referansesystem, altså tiden i B' eventet. Videre fant vi hva tiden $t_{turningpoint}$ er i det vi snur romskipet i snupunktet etter å ha passert Destiny sett fra Homey. Så antar vi en symmetri: i snupunktet vårt vil vi ha hastighet 0 etter å ha deakselerert. Vi tenker at vi akselererer igjen like mye som vi deakselererte, og på den måten finner vi ut at farten vår er like stor når vi passerer Destiny på vei tilbake til Homey, som da vi passerte Destiny før deakselerasjonsfasen. Så definerte vi to nye eventer som skal skje kontinuerlig: Y og Y' , der Y følger Lisa og Y' i Lisa's referansesystem men ved Homey hele tiden. Disse to eventene skjer *helt samtidig*, som er viktig. Så fant vi et uttrykk for tiden $t_{Y'}$ lest av på Homey sett fra Lisa's referansesystem som en funksjon av tiden t_Y som er tiden lest av på Homey sett fra Homey ved å bruke at tideromsintervallet alltid er bevart. Det vi fant da er at $t_{Y'}(t_{turningpoint}) = t_{turningpoint}$, altså at Lisa leser av samme tid på Homey fra hennes referansesystem som det observatøren på Homey leser av. Dette er fordi Lisa har $v = 0$ i dette punktet, som betyr at hun nå er i samme referansesystem som Homey. Så plottet vi tiden $t_{Y'}$ som funksjon av t_Y og fikk bekreftet at Lisa observerer at tiden går mye fortere på Homey i det hun er i et akselerert system. Så fant vi at sett fra Lisa's referansesystem vil det ha gått 292 år på Homey fra da hun begynte å deakselerere til hun har nådd frem til snupunktet. Via symmetrien når hun skal akselerere opp igjen vet vi at hun bruker 292 år til, så vi får at hun bruker $4 + 292 + 292 = 588$ år til sammen sett fra hennes referansesystem fra avreise ved Homey til hun er tilbake til Destiny på veien tilbake til Homey.

15. Vi skal finne ut hvor gammel Lisa ble under akselerasjonsfasen, og lagde oss et nytt event, event E , som skjer i det Lisa når snupunktet og har $v = 0$. Vi restarter tiden til $T = 0$ i event E for å gjøre regningen enklere, og denoterer T som tiden sett i planetsystemet og T' som tiden sett i rakettssystemet. Vi brukte tidsdilatasjon for å koble tidspunktene ΔT og $\Delta T'$, og fant et uttrykk for v uttrykt ved T ($v = gT$). Så summerte vi opp bidragene ΔT for å finne total tid T gjennom et integral, og fant at Lisa har aldret 74.5 år under akselerasjonsfasen.

La oss kjapt oppsummere resultatene vi har fått:

- **Planet frame:** Lisa brukte 296 år på å komme seg fra Homey til turning point, og 296 år tilbake fra turning point til Homey, som resulterer i $296 + 296 = 592$ år totalt sett i planetrammen på Homey's klokke.
- **Lisa's frame:** Sett på Lisa sin klokke i Lisa's frame brukte hun 28.5 år fra Homey til Destiny, og 74.5 år i akselerasjonsfasen. Gitt symmetrien i bevegelsen hennes bruker hun like lang tid på vei tilbake, som gir henne $28.5 + 74.5 + 28.5 + 74.5 = 206$ år totalt i Lisa sin frame, lest på Lisa sin klokke.
- **Observatør i Lisa's frame stasjonert ved siden av Homey hele tiden:** Denne observatøren leser av på Homeys klokke at det kun tar 4 år for Lisa å komme seg til Destiny. I det Lisa kommer inn i akselerasjonsfasen raser tiden på Homey avgårde, og det går svimlende 292 år på Homey under akselerasjonsfasen. Gitt symmetrien i bevegelsen hennes observerer denne observatøren like lang tid på vei tilbake, som betyr at han observerer $4 + 292 + 292 + 4 = 592$ år totalt. Siden denne observatøren har observert fra Lisas frame, betyr at Lisa kan være enige med menneskene på Homey om at klokken deres har gått 592 år i det hun returnerer til Homey, og det er dermed intet paradox!