FRANCHEZCA JULIANA MORENO JIMENEZ

DD MM AA

TALLER DE CLASE

1. $F(x) = \dfrac{1}{x\sqrt{x}}$

$F'(x) = \dfrac{1}{x \cdot x^{1/2}}$ $\rightarrow 1 + \dfrac{1}{2} = \dfrac{1}{2} + \dfrac{2}{2} = \dfrac{3}{2}$

Fórmula $= \dfrac{1}{x^n} = x^{-n}$

$F'(x) = \dfrac{1}{x^{3/2}} = x^{-3/2}$

$F'(x) = -\dfrac{3}{2} x^{-\frac{3}{2}-1}$ ← Formula 2: $\dfrac{d}{dx} x^n = nx^{n-1}$

$-\dfrac{3}{2} - 1 = -\dfrac{3}{2} - \dfrac{2}{2} = -\dfrac{5}{2}$

$F'(x) = -\dfrac{3}{2} x^{-5/2}$

$F'(x) = -\dfrac{3}{2x^{5/2}} = F(x) = -\dfrac{3}{2\sqrt{x^5}}$ ← Resultado

2. $F(x) = \sqrt[3]{x^2} + \sqrt{x}$

Propiedad

$\sqrt[n]{x^m} = x^{m/n}$

$\dfrac{1}{x^n} = x^{-n}$

$F'(x) = x^{2/3} + x^{1/2}$

$F'(x) = \left(\dfrac{2}{3}\right)\left(x^{\frac{2}{3} - \frac{3}{3}}\right) + \left(\dfrac{1}{2}\right)\left(x^{\frac{1}{2} - \frac{2}{2}}\right)$

$F'(x) = \dfrac{2}{3} x^{-1/3} + \dfrac{1}{2} x^{-1/2}$

Fórmula

$\dfrac{d(x^n)}{dx} = n x^{n-1}$

$F'(x) = \dfrac{2}{3x^{1/3}} + \dfrac{1}{2x^{1/2}}$

$F'(x) = \dfrac{2}{3\sqrt[3]{x}} + \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

↖ Resultado

Powered by CamScanner

DD MM AA

3. $F(x) = (x^2+3x-2)^4$ ← Derivando con regla de la cadena

$F'(x) = 4(x^2+3x-2)\,\frac{d}{dx}(x^2+3x-2)$

$\boxed{F'(x) = 4(x^2+3x-2)^3(2x+3)}$ ← Resultado

Derivar $= 2x+3$

4. INTEGRALES

$F(x) = \int (x^4 - 6x^2 - 2x + 4)\,dx$

$F(x) = \int x^4\,dx - 6\int x^2\,dx - 2\int x\,dx + 4\int dx$

$F(x) = \frac{x^5}{5} - \frac{6}{3}x^3 - 2\cdot\frac{x^2}{2} + 4x + C$

$\boxed{F(x) = \frac{x^5}{5} - 2x^3 - x^2 + 4x + C}$ ← Resultado

5. $F(x) = \int \frac{2}{3x^2}\,dx$

$F(x) = \frac{2}{3}\int \frac{1}{x^2}\,dx$

$F(x) = \frac{2}{3}\int x^{-2}\,dx$

$F(x) = \frac{2}{3}\cdot\frac{x^{-2+1}}{-2+1} + C$

$F(x) = -\frac{2}{3}x^{-1} + C$

$\boxed{F(x) = -\frac{2}{3x} + C}$ ← Resultado

Powered by CamScanner

6. $F(x) = \int (2x+1)(x^2+x+1)\,dx$ ← Por sustitución

$u = x^2+x+1$

$\frac{du}{dx} = 2x+1$

$du = (2x+1)\,dx$

$F(x) = \int (2x+1)(x^2+x+1)\,dx$

$F(x) = \int u\,du$

$F(x) = \frac{u^2}{2} + C$

$F(x) = \frac{(x^2+x+1)}{2} + C$ ← Resultado

7. $f(x) = \int \frac{x+1}{\sqrt[3]{x^2+2x+7}}\,dx$

$= \int \frac{1}{2\sqrt{u}}\,dx = \frac{1}{2}\int \frac{1}{\sqrt{u}}\,du = \frac{1}{2}\,2u^{1/2}$

$= \frac{1}{2}\;2(x^2+2x+7)^{1/2}$

$= \frac{1}{2}\;2(x^2+2x+7)^{1/2} = \sqrt{x^2+2x+7}$

$= \sqrt{x^2+2x+7} + C$ ← Respuesta

Norma

Powered by CamScanner

DD MM AA

8. $\int (x^4 + 6x^2 + 2x - 4)\, dx$

$= \int x^4\, dx + 6 \int x^3\, dx + 2 \int x\, dx - 4 \int dx$

$= \frac{x^5}{5} + \frac{6}{4} x^4 + \frac{2}{2} x^2 - 4x + C$

$= \frac{x^5}{5} + \frac{3}{2} x^4 + x^2 - 4x + C$

Respuesta $= \int (x^4 + 6x^3 + 2x - 4)\, dx = \frac{x^5}{5} + \frac{3}{2} x^4 + x^2 - 4x + C$

9. $\int (3\sqrt{x} + \frac{10}{x^6}\, dx$

Propiedad

$\sqrt[m]{x^n} = x^{n/m}$

$\frac{1}{x^n} = x^{-n}$

$= \int 3x^{1/2} + 10x^{-6})\, dx$

$= 3 \cdot \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + 10 \cdot \frac{x^{-6+1}}{-6+1} + C$

$= 3 \cdot \frac{x^{3/2}}{\frac{3}{2}} + 10 \cdot \frac{x^{-5}}{-5} + C$

$= 2x^{3/2} - 2x^{-5} + C$

$= \int \left(3\sqrt{x} + \frac{10}{x^6}\right) dx = 2x^{3/2} - \frac{2}{x^5} + C$

Respuesta

Norma

Powered by CamScanner

10. $\int \left(3\sqrt{x^2} + \frac{5}{x^4} - 20 + \sqrt{x}\right) dx$

$= 3\int \sqrt{x^2}\, dx + 5\int \frac{1}{x^4}\, dx - 20\int dx + \int \sqrt{x}\, dx$

$= 3\int x\, dx + 5\int x^{-4} dx - 20\int dx + \int x^{1/2}\, dx$

$= \frac{3}{2}x^2 + 5 \cdot \frac{x^{-4+1}}{-4+1} - 20 \cdot x + \frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + C$

$= \frac{3}{2}x^2 - \frac{5}{3}x^{-3} - 20x + \frac{x^{3/2}}{\frac{3}{2}} + C$

$= \frac{3}{2}x^2 - \frac{5}{3x^3} - 20x + \frac{2}{3}x^{3/2} + C$

$= \int \left(3\sqrt{x^2} + \frac{5}{x^4} - 20 + \sqrt{x}\right) dx = \frac{3}{2}x^2 - \frac{5}{3x^3} - 20x + \frac{2}{3}x^{3/2} + C$

Resultado

11. $\int x\,(x+a)\,(x+b)\, dx$

$= \int x\,(x^2 + bx + ax + ab)\, dx$

$= \int (x^3 + bx^2 + ax^2 + abx)\, dx$

$= \int x^3 dx + b\int x^2 dx + a\int x^2 dx + ab\int x\, dx$

$= \frac{x^4}{4} + \frac{bx^3}{3} + \frac{ax^3}{3} + \frac{abx^2}{2} + C$

Respuesta

12. $f(x) = \int 3(3x-1)^4\,dx$ ← Por sustitución

$U = 3x - 1$

$\frac{du}{dx} = 3 \rightarrow du = 3dx$

$f(x) = \int u^4\,du$

$f(x) = \frac{u^5}{5} + C$

$f(x) = \frac{1}{5}(3x-1)^5 + C$ ← Respuesta

13. $f(x) = \int 3x^2 \sqrt{x^3 - 2}\,dx$ ← Por sustitución

$U = x^3 - 2$

$\frac{du}{dx} = 3x^2$

$du = 3x^2\,dx$

$f(x) = \int \sqrt{u}\,du$

$f(x) = \int u^{1/2}\,du$

$f(x) = \frac{u^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1} + C$

$f(x) = \frac{2}{3} u^{3/2} + C$

$f(x) = \frac{2}{3}(x^3 - 2)^{3/2} + C$

Resultado

Problema: Un comerciante de la ciudad de Tunja estima que su ingreso marginal está determinado por la ecuación $y(x) = 100x^{-6}$ pesos por unidad cuando vende x unidades. También identificado que su costo marginal por unidad es de 4x, si en un mes determinado el comerciante tiene un ingreso de 1000 pesos cuando vende 10 u ¿cuál será el ingreso cuando venda 40 u?

Ingreso marginal es

$$I'(x) = 100x^{-6}$$

Ingreso:

$$I(x) = \int I'(x)\,dx$$

$$I(x) = 100\int x^{-6}\,dx$$

$$I(x) = 100 \cdot \frac{x^{-6+1}}{-6+1} + C = -\frac{1}{5x^5} + C$$

Condición $I(10) = 1000$, se dice que

$$1000 = -\frac{1}{5(10)^5} + C$$

$$C = 1000 + \frac{1}{5(10)^5} = 1000.000002$$

El ingreso es:

$$I(x) = -\frac{1}{5x^5} + 1000.000002$$

Cuando $x = 40$ se tiene un ingreso de:

$$I(40) = -\frac{1}{5(40)^5} + 1000.000002$$

$$= 1000$$

Rta. El ingreso será de 1000 cuando se vendan 40 U.

Integrales por definición

14. $\int_2^3 2x\,dx = 5$

$= 2\int_2^3 x\,dx = 2\cdot \frac{x^2}{2}\Big|_2^3$

$\int_2^3 2x\,dx = (3)^2-(2)^2 = 9-4 = 5$ ← Respuesta

15. $\int_3^4 5\,dx$

$= 5\int_3^4 dx = 5x\Big|_3^4$

$= 5(4-3) = 5(1) = 5$

$\int_3^4 5\,dx = 5$ ← Resultado

16. $\int_0^4 (3x^2-4)\,dx = 48$

$= 3\int_0^4 x^2\,dx - 4\int_0^4 dx = 3\cdot\frac{x^3}{3}\Big|_0^4 - 4x\Big|_0^4$

$= [(4)^3-(0)^3] - 4(4-0) = 48$

↑ Rta.

Powered by CamScanner

DD MM AA

17. $\int_0^1 24x^{11}\,dx = 2$

$= 24\int_0^1 x^{11}\,dx = 24\,\frac{x^{12}}{12}\Big|_0^1$

$= \frac{24}{12}(1-0) = 2$ ← Respuesta

18. $\int_1^2 (2x^{-2}-3)\,dx = -2$

$= 2\int_1^2 x^{-2}\,dx - 3\int_1^2 dx$

$= 2\cdot\frac{x^{-2+1}}{-2+1}\Big|_1^2 - 3x\Big|_1^2$

$= -\frac{2}{x}\Big|_1^2 - 3x\Big|_1^2$

$= -2\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{1}\right) - 3(2-1) = -2$ ← Resultado

19. $\int_1^4 3\sqrt{x}\,dx = 14$

$= 3\int_1^4 x^{1/2}\,dx$

$= 3\cdot\frac{x^{\frac{1}{2}+1}}{\frac{1}{2}+1}\Big|_1^4 = 2x^{3/2}\Big|_1^4$

$= 2\left[(4)^{3/2} - (1)^{3/2}\right]$

$8 - 1 = 7\times2 = 14$ ← Respuesta

DD MM AA

20. $\int_2^3 12\ (x^2-4)^5\ x\ dx$

$= 12\int_2^3 (x^2-4)^5\ x\ dx$ ← Por sustuficián

$U = x^2-4$

$\frac{du}{dx} = 2x \rightarrow \frac{du}{2} = x\,dx$

$\int_2^3 12(x^2-4)^5 x\,dx = 12\int_2^3 u^5 \frac{du}{2}$

$= \frac{12}{2}\ \frac{u^6}{6}\Big|_{=2}^{=3}$

$= (x^2-4)^2\Big|_2^3$

$= ((3)^2-4)^6 - ((2)^2-4)^6$

$= 15625$ ← Respuesta

21. $\int_2^3 x\sqrt{2x^2-3}\,dx$ ← Por sustitución

$U = 2x^2-3$

$\frac{du}{dx} = 4x$

$\frac{du}{4} = x\,dx$

$\int_2^3 x\sqrt{2x^2-3}\,dx$

$= \int_2^3 \sqrt{u}\ \frac{du}{4} = \frac{1}{4}\int_2^3 u^{1/2}\,du$

$= \frac{1}{4}\ \frac{u^{1/2+1}}{\frac{1}{2}+1}\Big|_2^3 = \frac{1}{6}\ (2x^2-3)^{3/2}\Big|_2^3$

$= \frac{1}{6}(2(3)^2-3)^{3/2} - \frac{1}{6}(2(2)^2-3)^{3/2}$

$= 7.82$ ← Resultado

Powered by CamScanner